Corso
Tecniche Avanzate di Computer Grafica

Trasformazioni Geometriche

Docente:

Massimiliano Corsini

Laurea Specialistica in Informatica

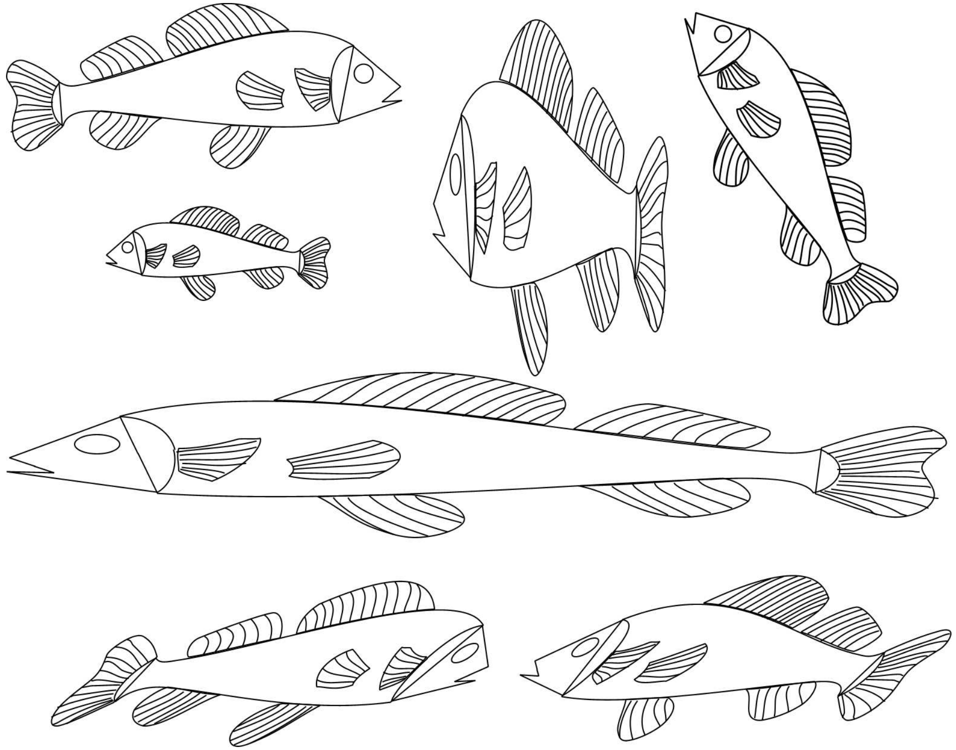
Facoltà di Scienze MM. FF. NN.
Università degli Studi di Ferrara

Overview

- Trasformazioni geometriche e matrici
  - Entità geometriche e trasformazioni affini;
  - Trasformazioni geometriche nel piano (traslazione, scalatura e rotazione);
  - Coordinate omogenee e rappresentazione matriciale;
  - Altre trasformazioni geometriche nel piano: riflessione e deformazione;
  - Composizione di trasformazioni;
  - Trasformazioni geometriche nello spazio.

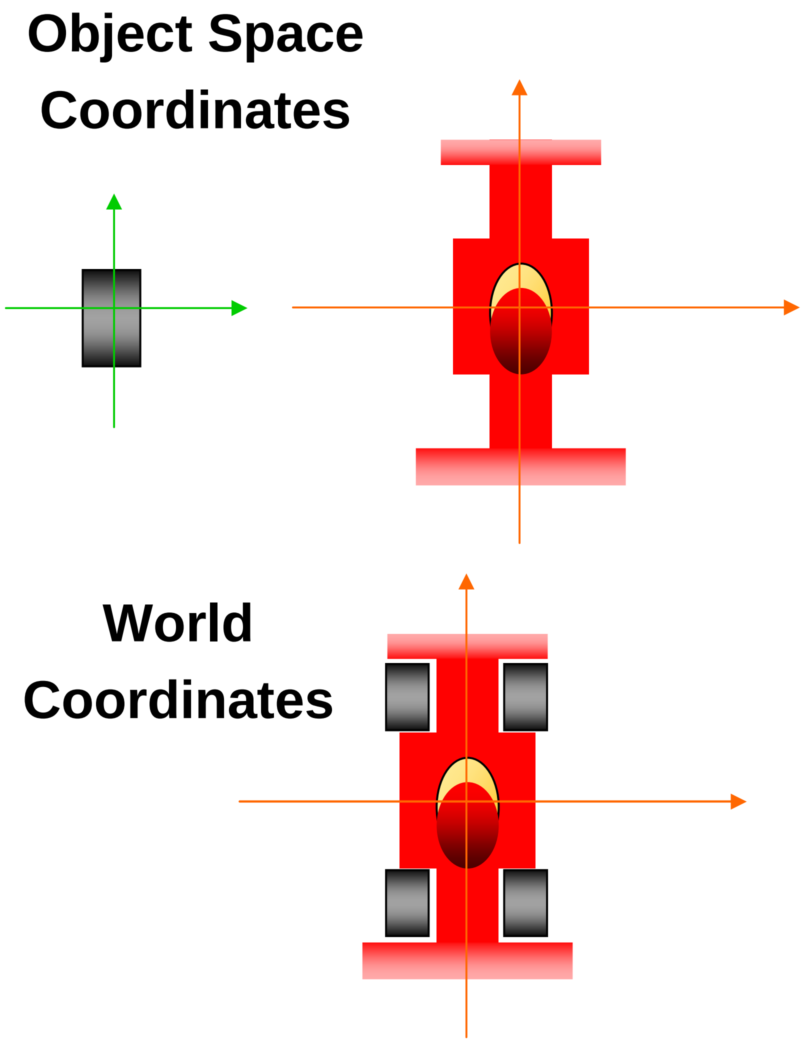
Trasformazioni geometriche

- Le *trasformazioni geometriche* permettono di istanziare una stessa geometria con attributi (posizione, orientamento, fattori di scala) diversi.



Trasformazioni geometriche

- Le trasformazioni geometriche ci permettono, ad esempio, di definire un oggetto tridimensionale componendolo con altri oggetti. Ogni oggetto, a partire dal proprio sistema di riferimento ***(object space),*** viene trasformato opportunamento in un sistema di riferimento comune ***(world space)*** per andare a far parte dell’oggetto finale.



- Le trasformazioni geometriche sono lo strumento che consente di manipolare punti e vettori all’interno dell’applicazione grafica;
- Le trasformazioni geometriche sono funzioni che mappano un punto (o un vettore) in un altro punto (o un altro vettore);

- La trasformazione di una mesh poligonale si riduce alla trasformazione dei vertici che la compongono nel rispetto della connettività originale. Questo grazie al fatto che trattiamo di trasformazioni affini …

Trasformazioni affini

- Le trasformazioni geometriche affini sono trasformazioni *lineari*

$$f(aP + bQ) = af(P) + bf(Q)$$

- Esse preservano:
  - *colinearità* (I punti di una linea giacciono ancora su di una linea dopo la trasformazione);
  - *rapporto tra le distanze* (Il punto medio di un segmento rimane il punto medio di un segmento anche dopo la trasformazione).

- Le trasformazioni geometriche di base sono:
  - Traslazione
  - Scalatura
  - Rotazione

- Altre trasformazioni geometriche comuni (ma derivabili dalle precedenti) sono:
  - Riflessione rispetto ad un asse
  - Riflessione rispetto ad un punto
  - Deformazioni di tipo *shear*

Traslazione

- Traslare una primitiva geometrica nel piano significa muovere ogni suo punto $P(x,y)$ di d_x unità lungo l'asse x e di d_y unità lungo l'asse y fino a raggiungere la nuova posizione $P'(x', y')$ dove:

$$x' = x + d_x, \quad y' = y + d_y$$

- In notazione matriciale:

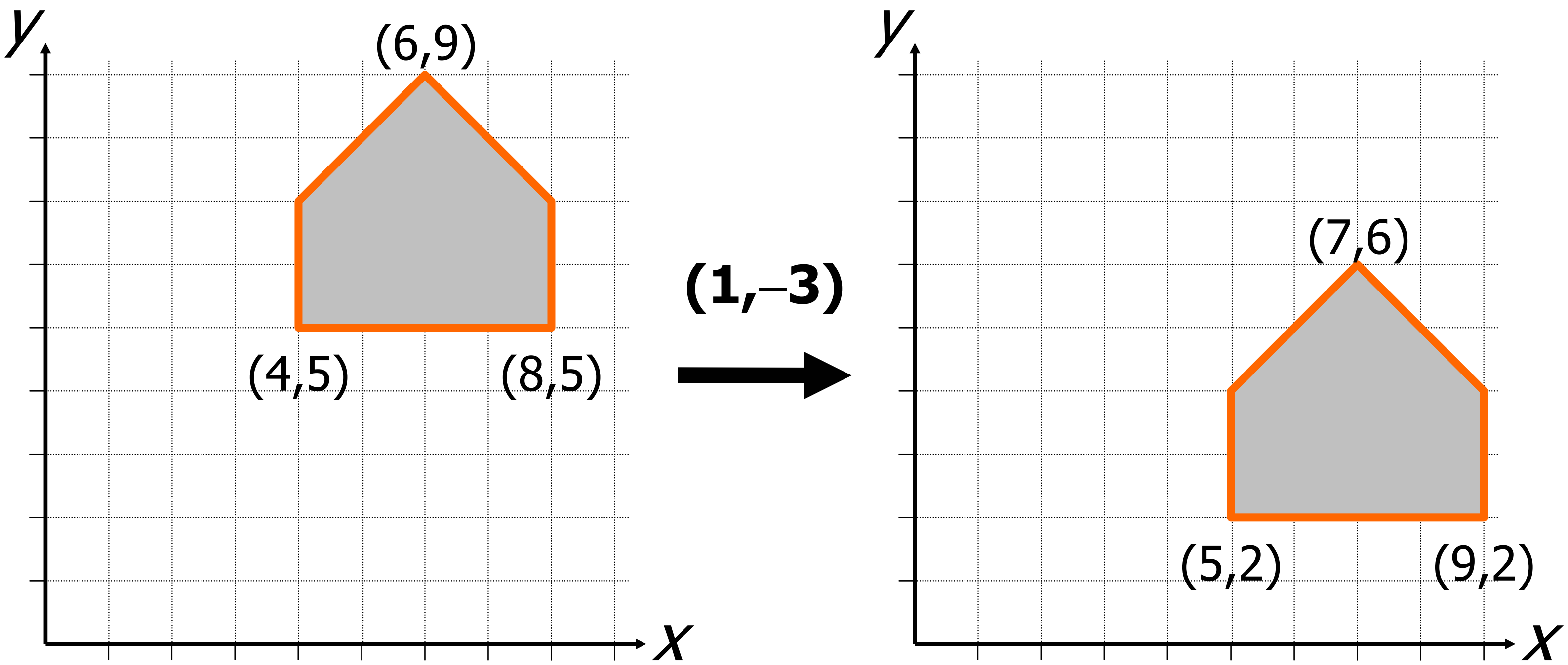
$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}; \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix};$$

$$P' = P + \mathbf{T}$$

- Con $\mathbf{T}$ *vettore traslazione*

Traslazione (esempio)

- Esempio di traslazione con vettore di traslazione $\mathbf{T}=(1,-3)$



Scalatura

- Scelto un punto C (punto fisso) di riferimento, scalare una primitiva geometrica significa riposizionare rispetto a C tutti i suoi punti in accordo ai fattori di scala s_x (lungo l'asse x) e s_y (lungo l'asse y) scelti.

- Se il punto fisso è l'origine O degli assi, la trasformazione di P in P' si ottiene con:

$$x' = s_x \cdot x, \quad y' = s_y \cdot y$$

Scalatura

- In notazione matriciale:

$$P' = \mathbf{S} \cdot P$$

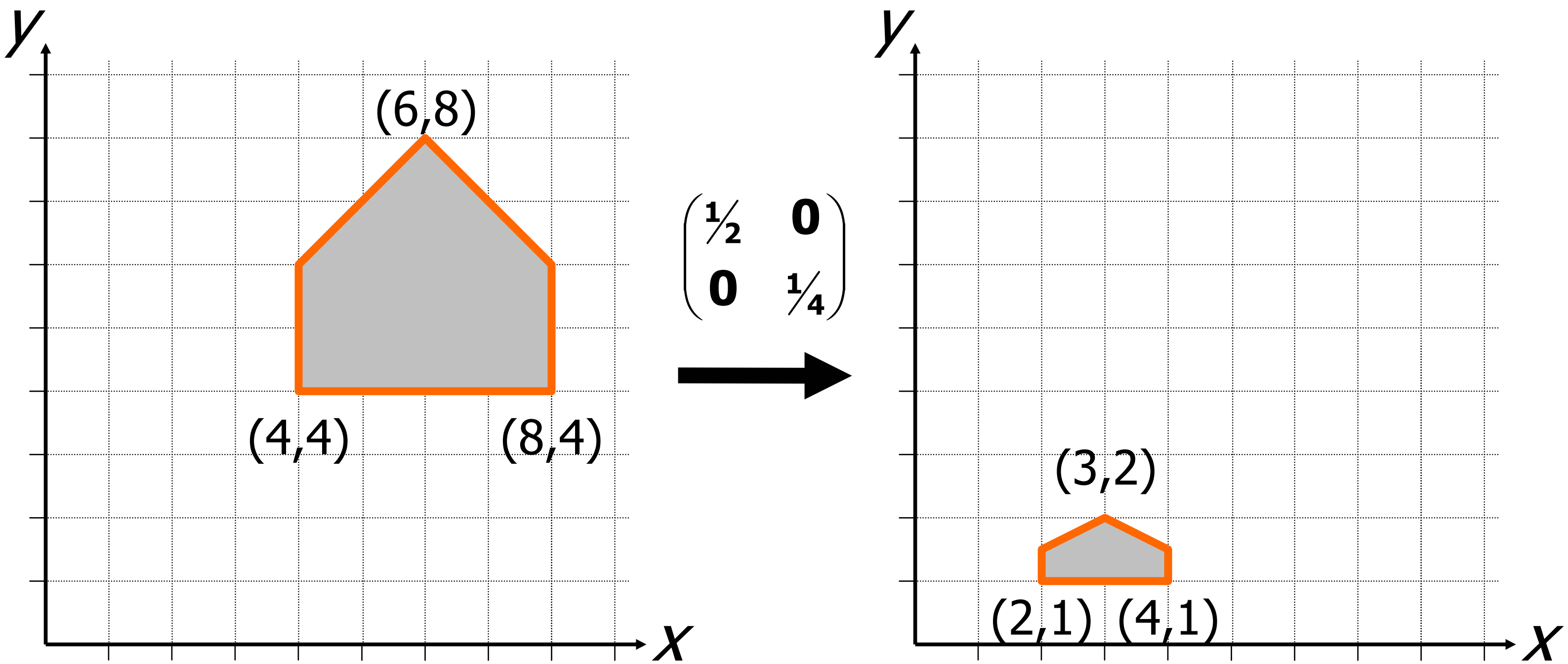
- dove

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}.$$

- S pre-moltiplica P in quanto P è definito come vettore colonna

Scalatura (esempio)

- Esempio di scalatura di ½ lungo l'asse x e di ¼ lungo l'asse y



- Osservazioni:
  - Fattori di scala inferiori a 1 avvicinano l'oggetto al punto fisso di riferimento (origine);
  - Fattori di scala maggiori di 1 lo allontanano;
  - Se $s_x \neq s_y$ le proporzioni dell'oggetto non sono mantenute e si parla di *scalatura non uniforme;*
  - Se $s_x = s_y$ le proporzioni sono mantenute e si ha una *scalatura uniforme;*

Rotazione

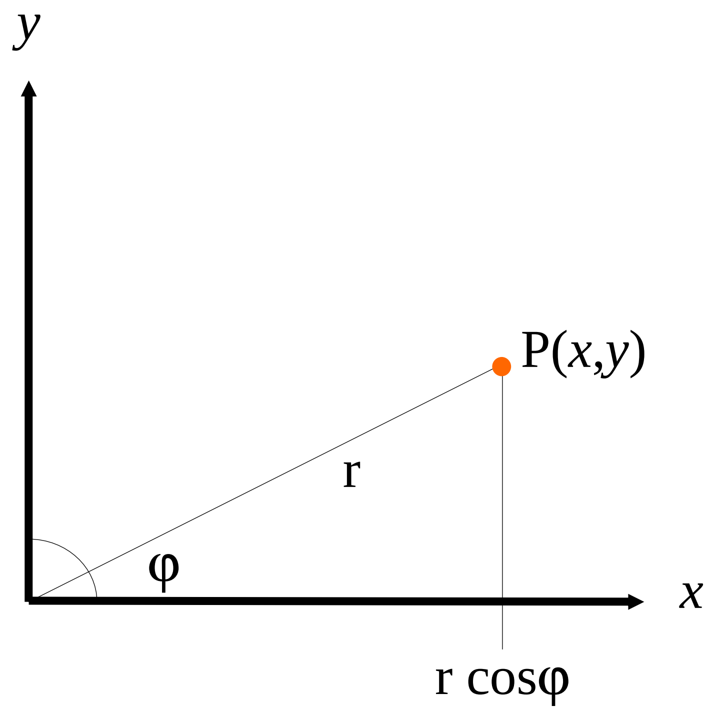
- Fissato un punto C (*pivot*) di riferimento ed un verso di rotazione (*orario* o *antiorario*), ruotare una primitiva geometrica attorno a C significa muovere tutti i suoi punti nel verso assegnato in maniera che si conservi, per ognuno di essi, la distanza da C;
- Una rotazione di θ attorno all'origine O degli assi è definita come:

$$x' = x \cdot \cos\theta - y \cdot \operatorname{sen}\theta, \quad y' = x \cdot \operatorname{sen}\theta + y \cdot \cos\theta$$

Come si ricava la trasformazione di rotazione

- La relazione tra P' e P si ricava trigonometricamente;

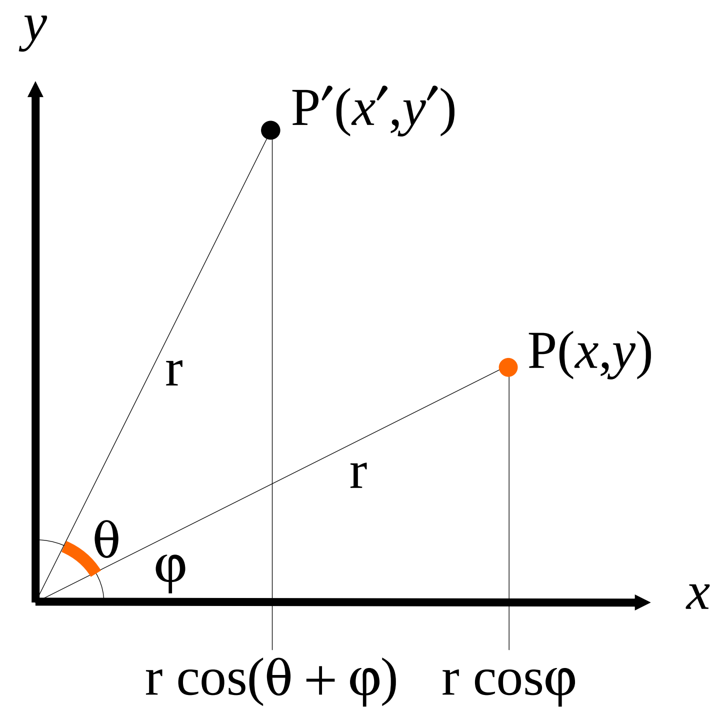
- Le coordinate di P possono essere espresse in coordinate polari:



$$x = r \cdot \cos\phi; \quad y = r \cdot \sin\phi.$$

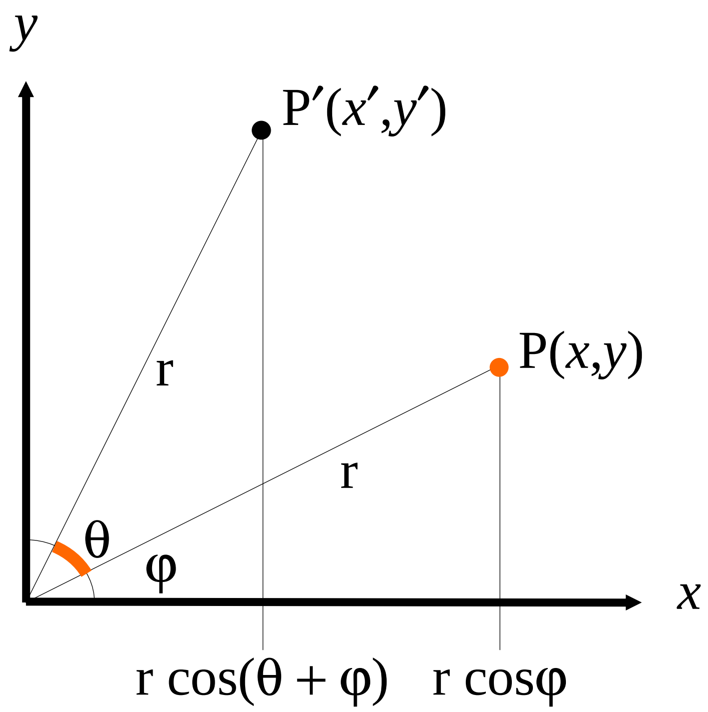
Come si ricava la trasformazione di rotazione

$$
\begin{aligned}
x' &= r \cdot \cos(\theta + \phi) \\
&= r \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - r \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi \\
&= r \cdot \cos\theta \cdot \frac{x}{r} - r \cdot \sin\theta \cdot \frac{y}{r} \\
&= x \cdot \cos\theta - y \cdot \sin\theta;
\end{aligned}
$$



Come si ricava la trasformazione di rotazione

$$
\begin{aligned}
y' &= r \cdot \sin(\theta + \phi) \\
&= r \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi + r \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi \\
&= r \cdot \sin\theta \cdot \frac{x}{r} + r \cdot \cos\theta \cdot \frac{y}{r} \\
&= x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta .
\end{aligned}
$$



Rotazione (notazione matriciale)

- In notazione matriciale abbiamo:

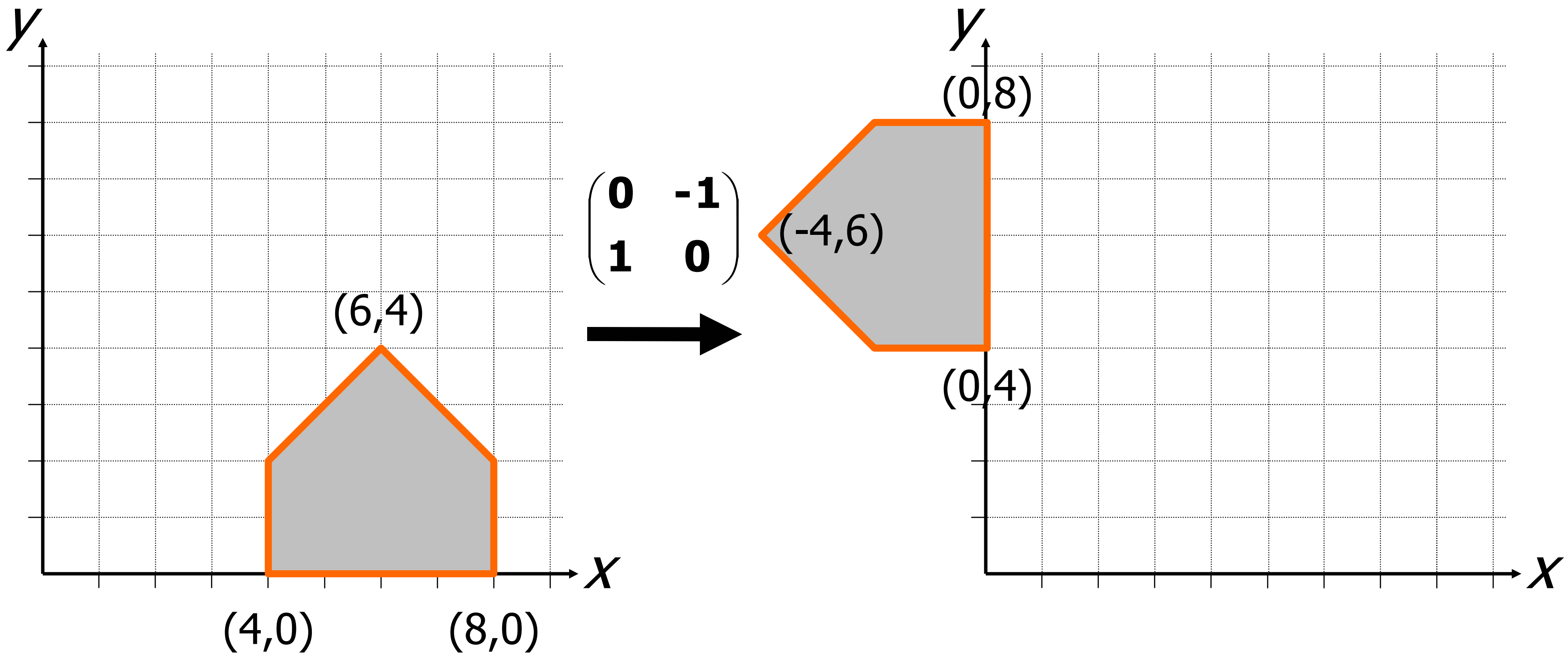
$$P' = \mathbf{R} \cdot P$$

- dove:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$

Rotazioni (esempio)

- Esempio di rotazione di $\pi/2$ attorno all'origine



- Osservazioni:
  - Gli angoli sono considerati positivi quando misurati in senso antiorario;
  - Per le rotazioni di angoli negativi (senso orario) si ricorre alle identità:

$$\cos(-\theta) = cos(\theta); \quad \sin(-\theta) = -sin(\theta).$$

Coordinate Omogenee

- Il punto P di coordinate (x,y) è rappresentato in coordinate omogenee come (x_h,y_h,w), dove:

$$x = x_h/w; \quad y = y_h/w; \quad \text{con} \quad w \neq 0.$$

- Due punti di coordinate (x, y, w) e (x', y', w') rappresentano lo stesso punto del piano se e solo se le coordinate di uno sono multiple delle corrispondenti coordinate dell'altro;
- Almeno uno dei valori x, y, o w deve essere diverso da 0;
- Quando $w = 1$ (forma canonica) coordinate cartesiane ed omogenee coincidono.
- Con $(x, y, w \neq 0)$ si rappresentano *punti*, con $(x, y, 0)$ si rappresentano punti all'infinito e quindi *direzioni.*

- Nella notazione in coordinate omogenee possiamo riscrivere le trasformazioni geometriche di base come:
- *Trasformazione di traslazione*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Concatenazione di due traslazioni

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x1} \\ 0 & 1 & d_{y1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x2} \\ 0 & 1 & d_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x1} + d_{x2} \\ 0 & 1 & d_{y2} + d_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Trasformazioni di base in coordinate omogenee

- *Trasformazione di scalatura*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- *Trasformazione di rotazione*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Trasf. di Riflessione

- Riflessione rispetto all'asse *x*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Riflessione rispetto all'asse *y*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Riflessione rispetto all'origine degli assi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Trasf. di Shear

- Shear rispetto all'asse *x*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Shear rispetto all'asse *y*:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Shear rispetto entrambi gli assi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Trasf. Di Shear

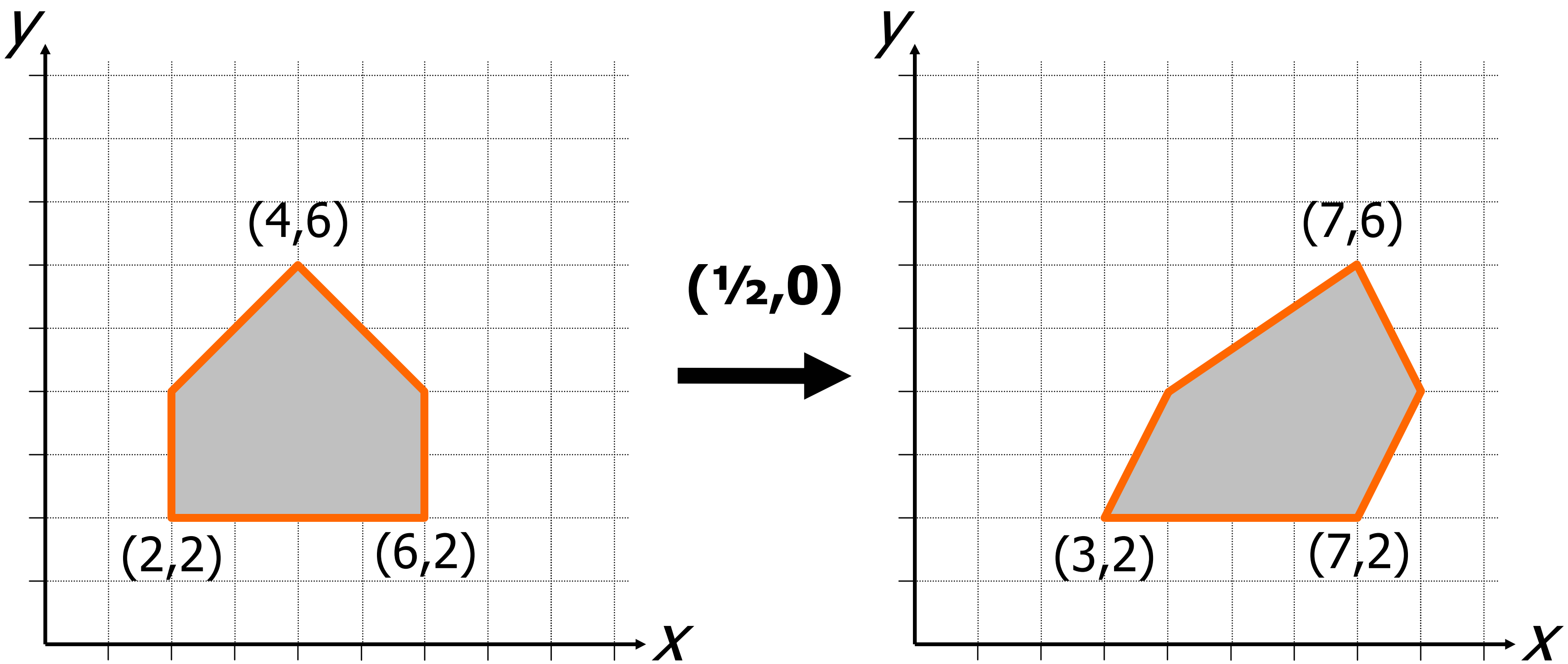
- Usando le matrici prima mostrate si ottengono le relazioni:

$$x' = x + ay \quad y' = y + bx$$

da cui risulta evidente come la deformazione lungo l'asse x sia linearmente dipendente dalla coordinata y e viceversa.

Shear (esempio)

- Esempio di deformazione con: $a=\frac{1}{2}$ e $b=0$



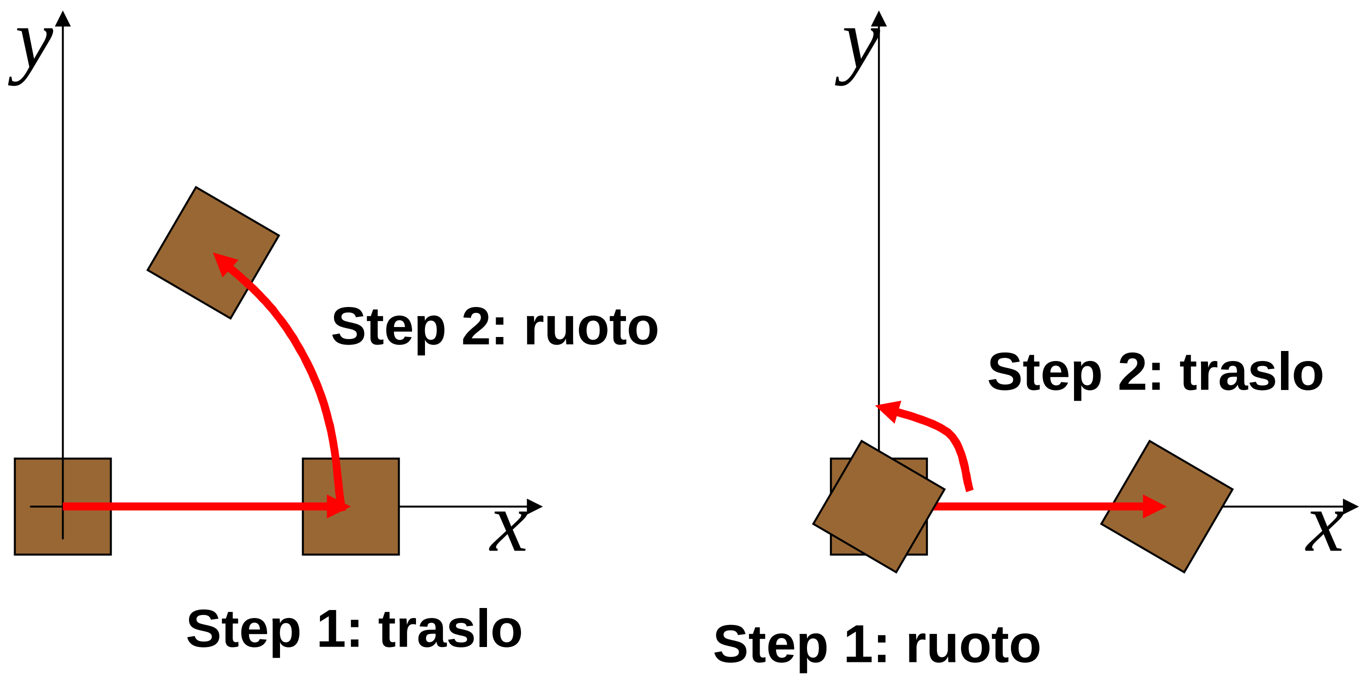
Composizione di Trasformazioni

- La rappresentazione in coordinate omogenee permettono di gestire facilmente la concatenazione di trasformazioni;
- L'ordina di concatenazione è importante perché le trasformazioni geometriche sono associative ma non sono (di solito) commutative;
- La corretta sequenza delle trasformazioni $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$, $\mathbf{T}_3$ e $\mathbf{T}_4$ si ottiene componendo $\mathbf{T}$ come:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_4 \cdot \mathbf{T}_3 \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_1$$

Non commutatività(!)

- Non commutatività della composizione di trasformazioni: traslazione seguita da rotazione attorno all'origine (sinistra) e rotazione intorno all'origine seguita da traslazione (destra).



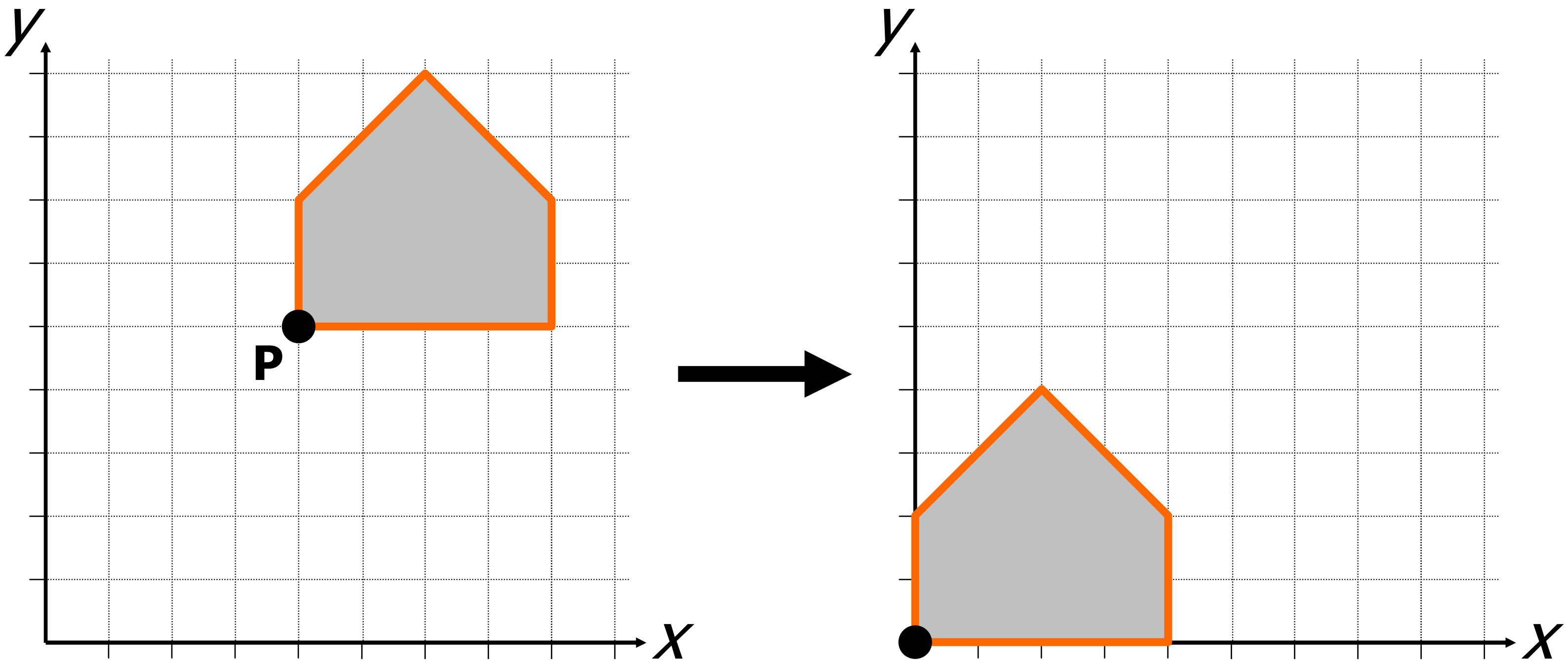
Rotazione attorno ad un punto dato P

- La rotazione oraria di un angolo θ attorno ad un punto P generico si ottiene componendo le seguenti trasformazioni:
  1. Traslazione che muove P nell'origine degli assi;
  2. Rotazione attorno all'origine;
  3. Traslazione opposta alla precedente che riporta P nella sua posizione originale.

$$\mathbf{R}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathrm{P}_x \\ 0 & 1 & \mathrm{P}_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta & 0 \\ sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\mathrm{P}_x \\ 0 & 1 & -\mathrm{P}_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

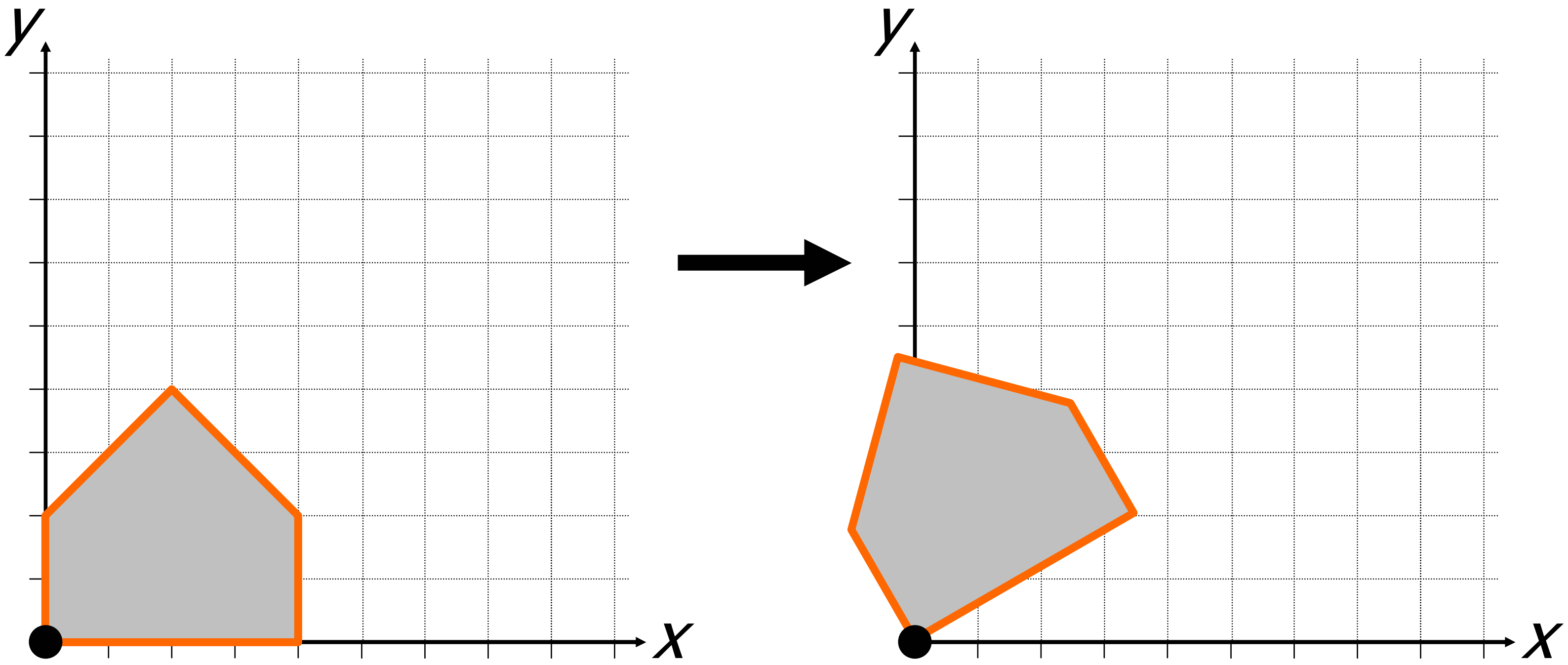
Rotazione attorno ad un punto dato P (esempio)

- *Passo 1:* Traslazione di P nell'origine degli assi



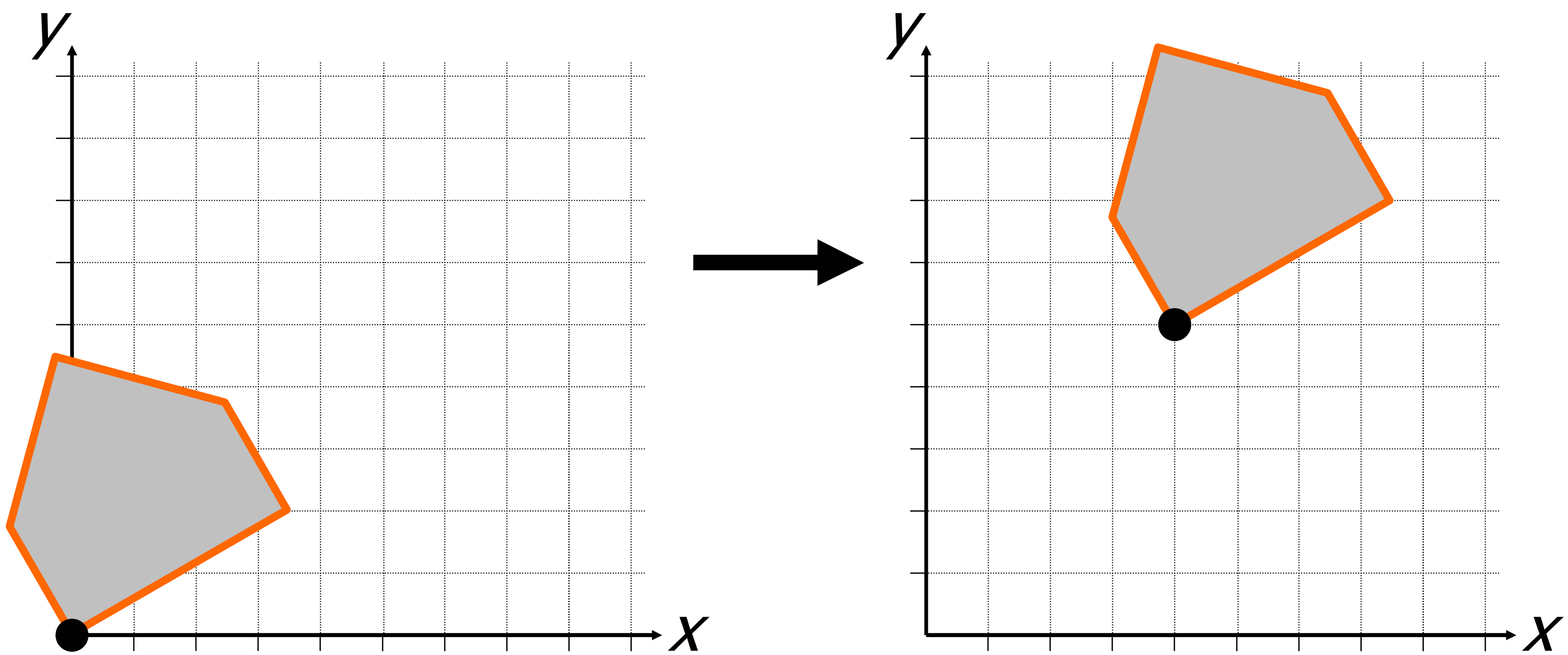
Rotazione attorno ad un punto dato P (esempio)

- *Passo 2:* Rotazione attorno all'origine ($\theta = \pi/6$)



Rotazione attorno ad un punto dato P (esempio)

- *Passo 3:* Traslazione opposta alla precedente



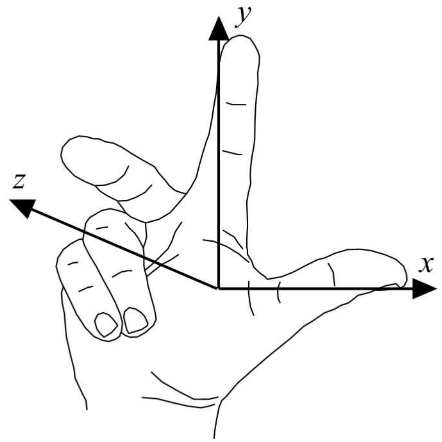
Scalatura rispetto ad un punto dato P

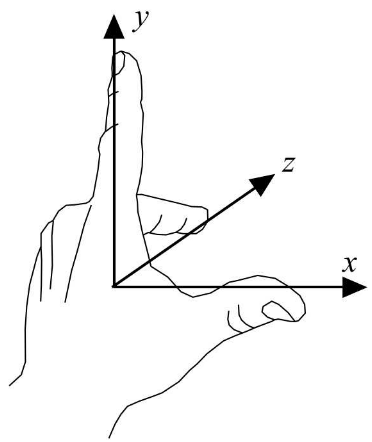
- Trasformazione di scalatura attorno ad un punto P generico:
  1. Traslazione che muove P nell'origine degli assi;
  2. Trasformazione di scala attorno all'origine;
  3. Traslazione opposta alla precedente che riporta P nella sua posizione originale.

$$\mathbf{R}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & P_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -P_x \\ 0 & 1 & -P_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema di riferimento nello spazio

- Il passaggio dal piano allo spazio introduce una ambiguità per quanto concerne la scelta del sistema di riferimento cartesiano;
- Sistema destrorso (in alto, right-handed system) oppure sinistrorso (in basso, left-handed system);





Trasformazioni nello spazio

- Le trasformazioni geometriche nel piano possono essere rappresentate, in coordinate omogenee, mediante matrici 3×3;
- In modo analogo, le trasformazioni geometriche nello spazio possono essere rappresentate da matrici 4×4;
- Nello spazio, un punto in coordinate omogenee è rappresentato dalla quadrupla (x, y, z, w).

Traslazione (3D)

- Trasformazione di traslazione

$$\mathbf{T}(\mathrm{d}_x, \mathrm{d}_y, \mathrm{d}_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{d}_x \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{d}_y \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{d}_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scalatura (3D)

- Trasformazione di scalatura

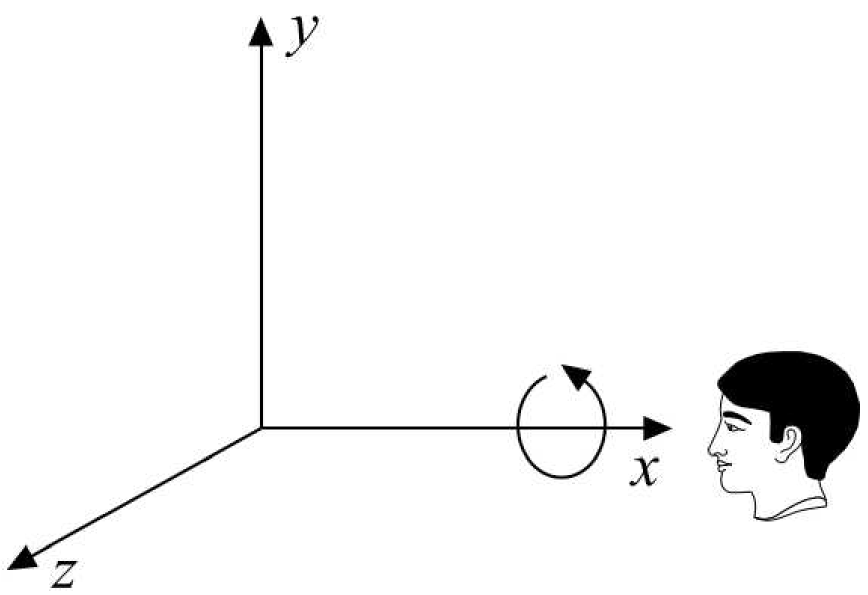
$$\mathbf{S}(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotazione (3D)

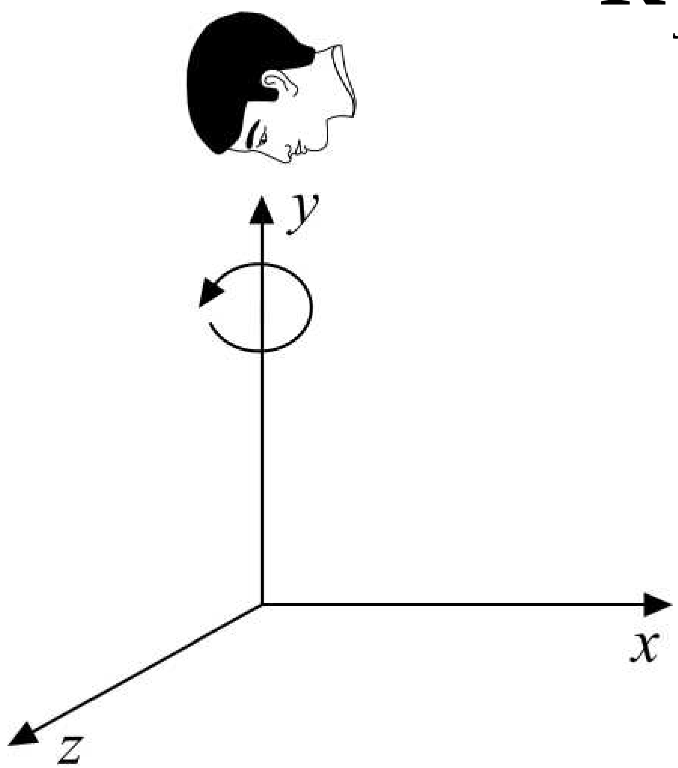
- Trasformazione di rotazione
  - La trasformazione di rotazione generica nello spazio (cioè attorno ad un asse qualsiasi) è invece complessa e non direttamente estendibile dal caso 2D (in cui l'asse di rotazione è perpendicolare al piano xy);
  - Una generica rotazione nello spazio può essere ottenuta come composizione di 3 rotazioni attorno agli assi cartesiani.

Rotazione rispetto asse X

$$\mathbf{R}_x(\theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -sen\theta & 0\\ 0 & sen\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



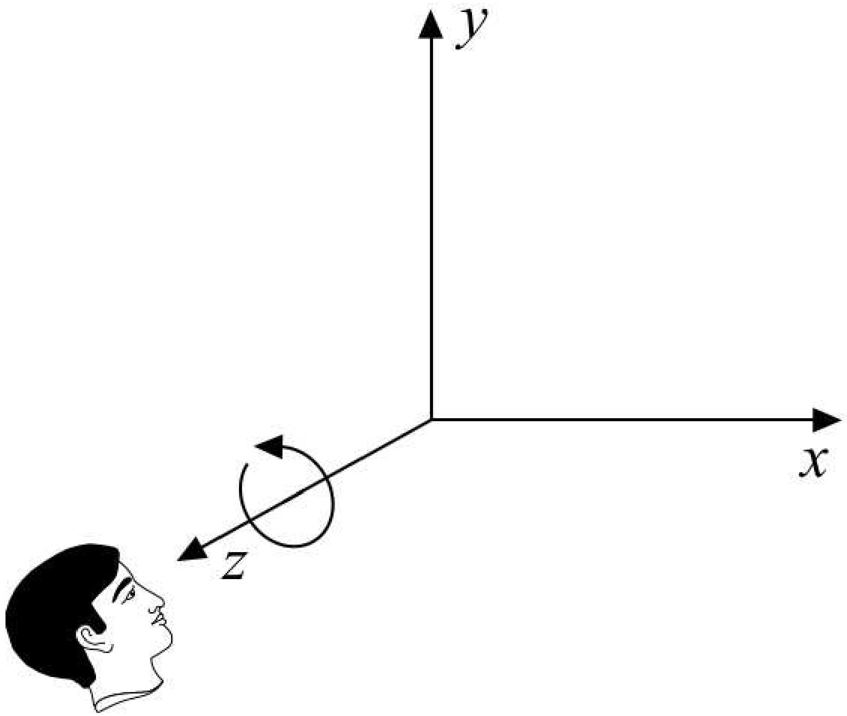
Rotazione rispetto asse Y



$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotazione rispetto asse Z

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\,\theta & 0 & 0 \\ \mathrm{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



View Transformation

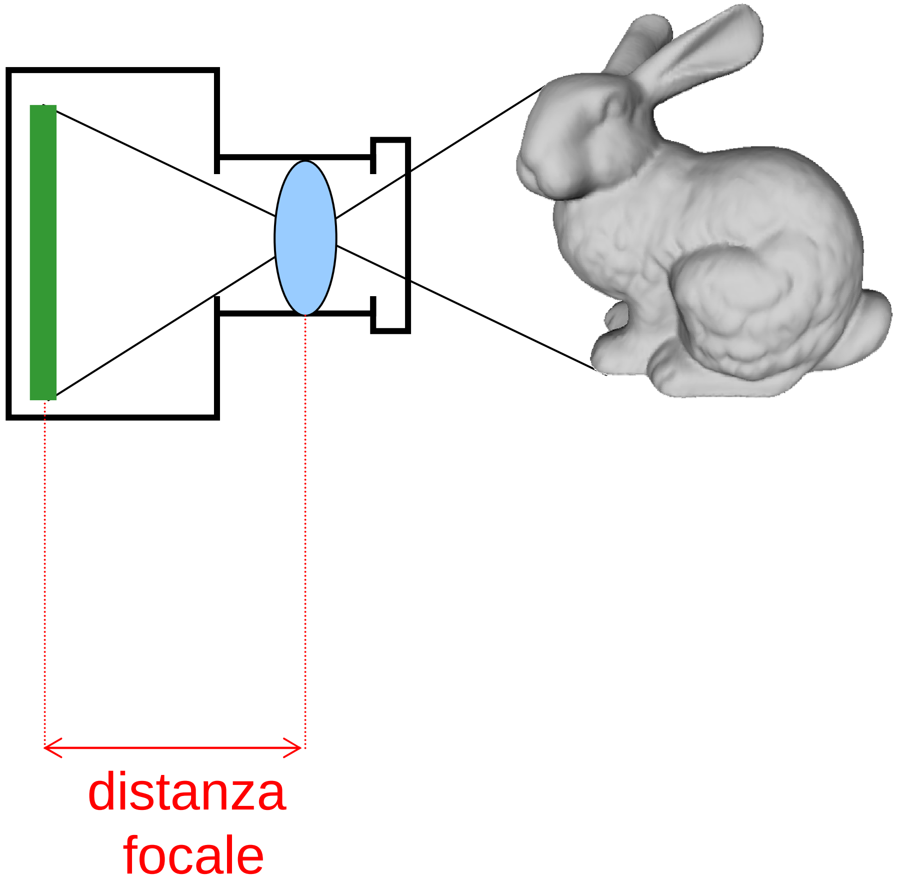
- Trasformazioni di vista
  - Il processo di visione in tre dimensioni;
  - Le trasformazioni di proiezione;
  - I parametri della vista 3D;
  - I sistemi di coordinate

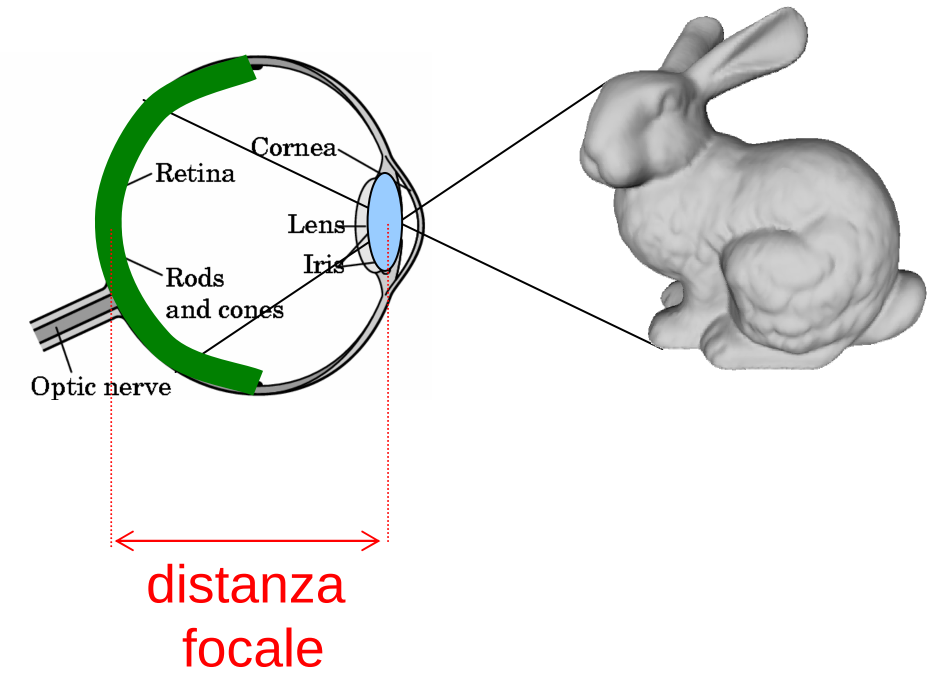
Dal 3D al 2D

- Il processo di *rendering* (visualizzazione) nello spazio *2D* si riduce alla definizione di una *window* nello spazio dell'applicazione grafica, una *viewport* nello spazio delle coordinate del dispositivo di output ed alla applicazione di una trasformazione "window-to-viewport" dopo aver effettuato il *clipping* (rimozione) delle primitive (o parte di esse) esterne alla *window.*
- Se il dispositivo di output è 2D, il processo di *rendering 3D* è assimilabile al processo di formazione di un'immagine da parte di un sistema ottico, quale ad esempio una macchina fotografica. La visualizzazione consiste nel creare una particolare *vista* della scena 3D (relazione scena/osservatore).

Formazione dell’immagine

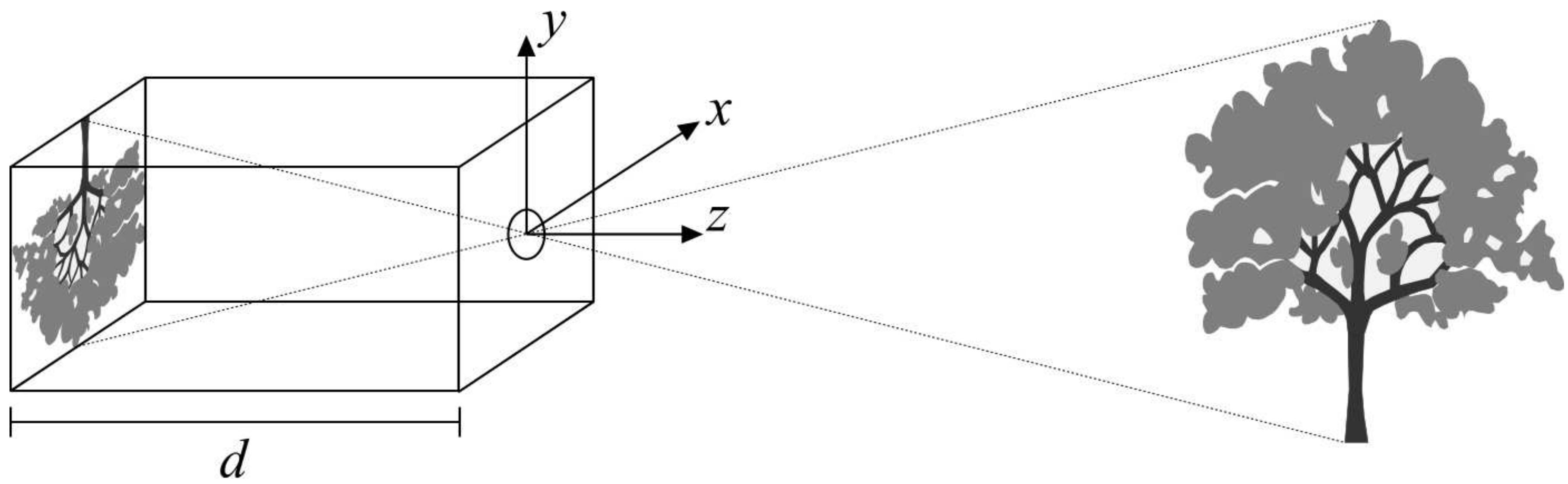
- Il processo di formazione dell’immagine in un sistema ottico.





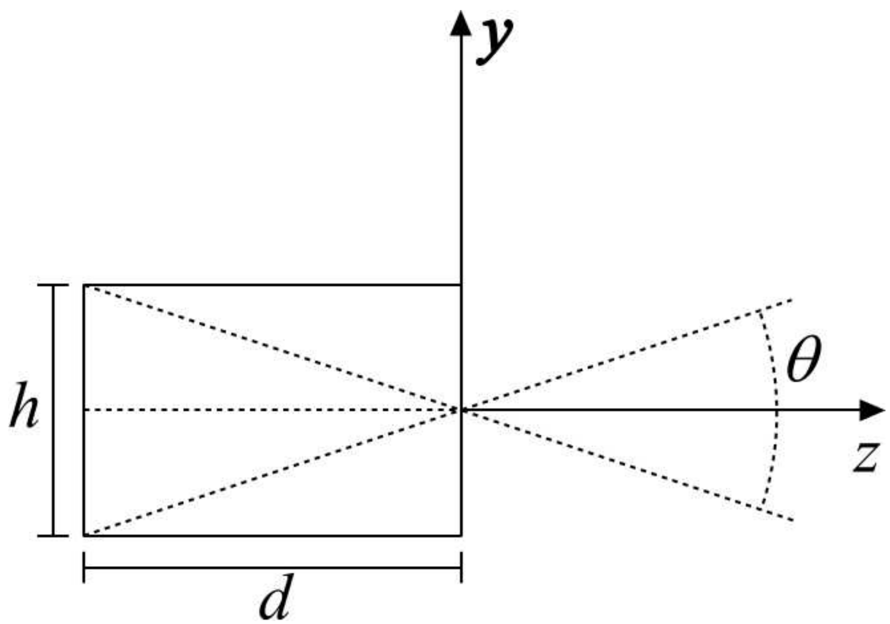
Macchina fotografica virtuale

- La metafora utilizzata per descrivere le relazioni scena/osservatore è quella della macchina fotografica virtuale (*synthetic camera*).



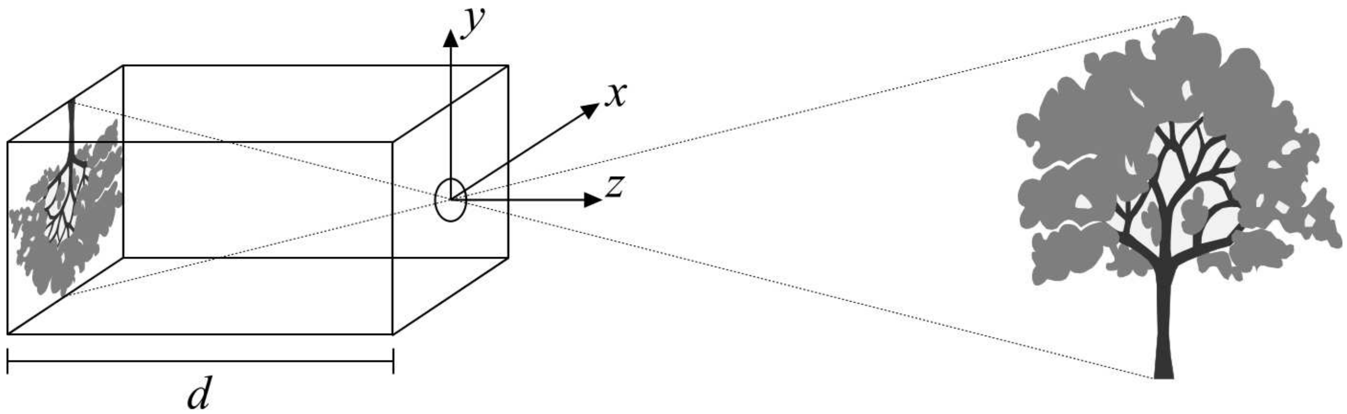
Pinhole Camera

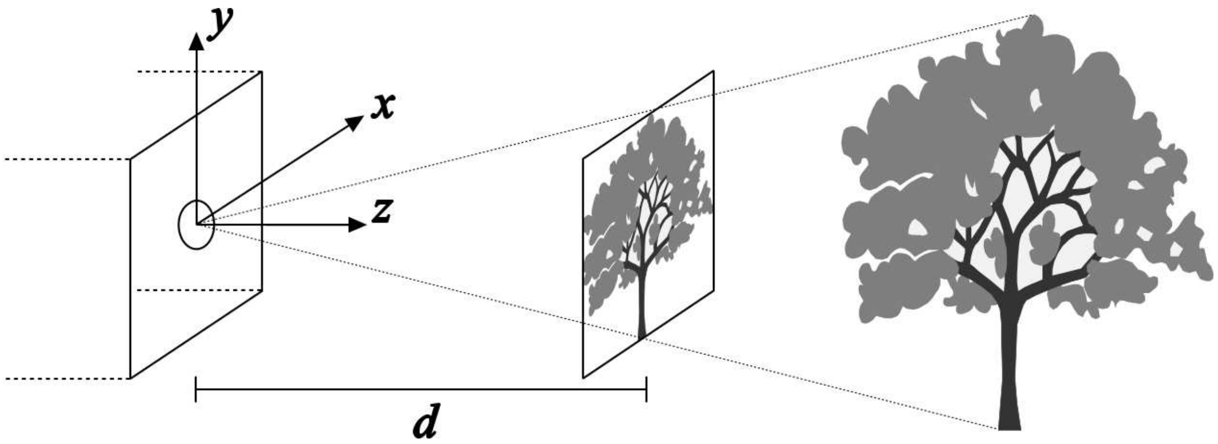
- La macchina fotografica virtuale è modellata considerando un parallelepipedo in cui la faccia anteriore presenta un foro di dimensioni infinitesime (*pinhole camera*) e sulla faccia posteriore si formano le immagini;
- Immagini nitide, nessun problema di luminosità, l'angolo θ di vista può essere modificato variando il rapporto tra la distanza focale (d) e la dimensione del piano immagine.



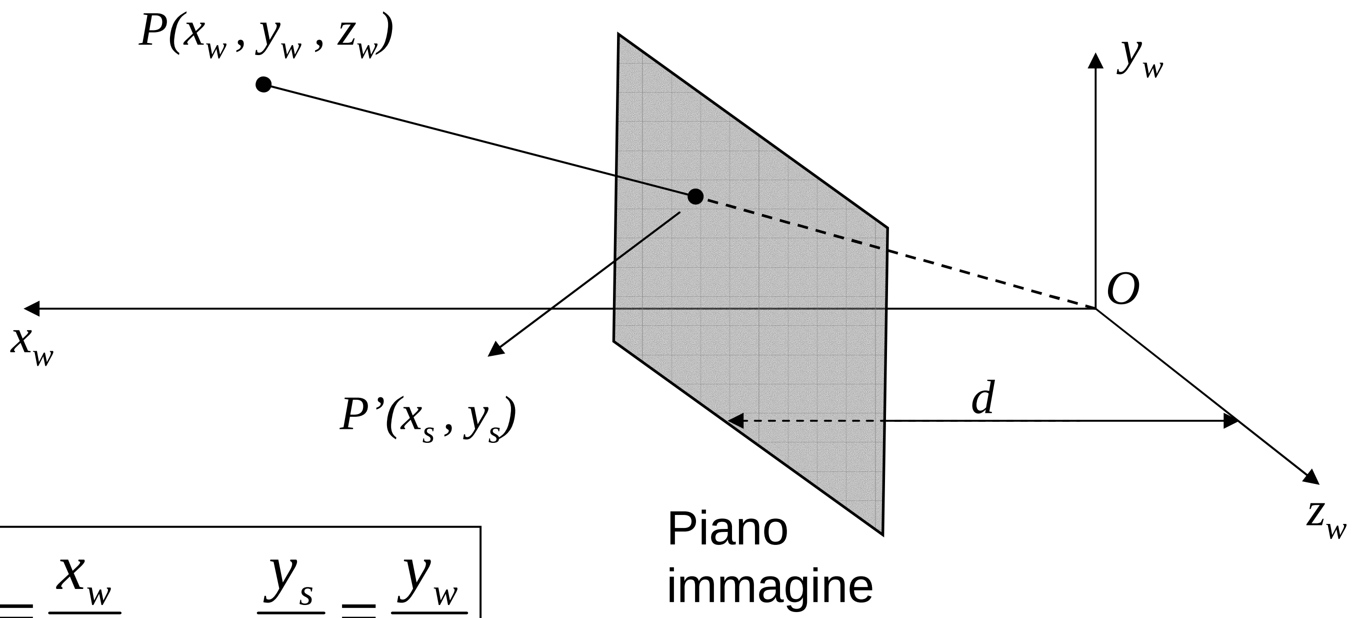
Pinhole Camera

- Per evitare l'effetto di ribaltamento si assume l'esistenza di un piano immagine tra la scena ed il centro di proiezione





La matematica della Pinhole Camera

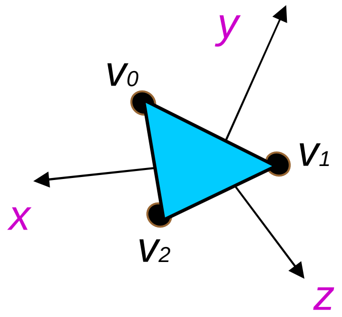


$$\boxed{\frac{x_s}{d} = \frac{x_w}{z_w} \quad , \quad \frac{y_s}{d} = \frac{y_w}{z_w}}$$

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_w d)/z_w \\ (y_w d)/z_w \\ d \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{omogenee}]{\text{Coordinate}} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = T_{\text{persp}} P$$

Passaggio da 3D a 2D

- Il processo di formazione dell'immagine di sintesi in 3D consta di una sequenza di operazioni:
  - Definizione della trasformazione di proiezione (il modo di mappare informazioni 3D su un piano immagine 2D);
  - Definizione dei parametri di vista (punto di vista, direzione di vista, etc.);
  - Clipping in 3D (i parametri di vista individuano un volume di vista; occorre rimuovere le parti della scena esterne a tale volume);
  - Trasformazione di proiezione e visualizzazione della scena (con trasformazione "window-to-viewport" finale).



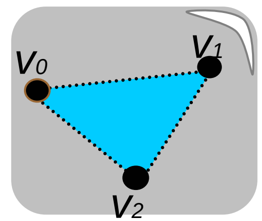
Object-space Coordinates

0) transformazione di modellazione

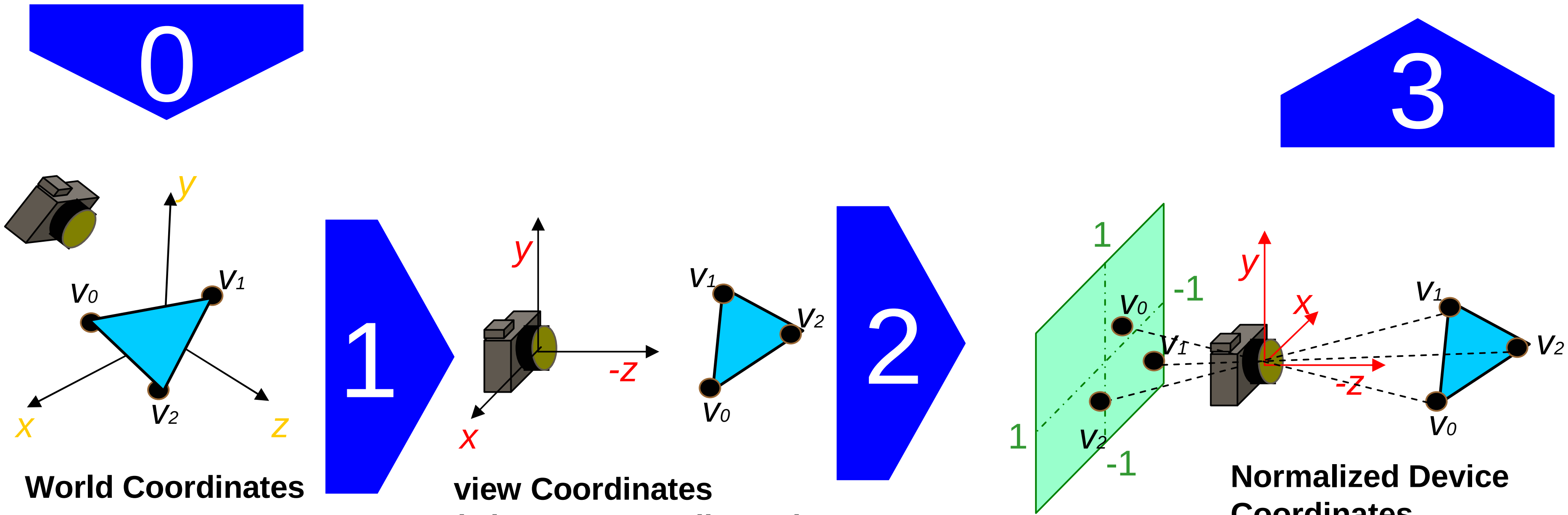
1) transformazione di vista

2) transformazione di proiezione

3) transformazione di viewport



Screen Space



World Coordinates

view Coordinates (a.k.a. eye Coordinates)

Normalized Device Coordinates

World → view coordinates

- È sufficiente ruotare e traslare tutti i vertici del modello (in world coordinates) prima di fare la proiezione (con la pinhole):

$$P_{eye} = M_{wv} P_{world}$$

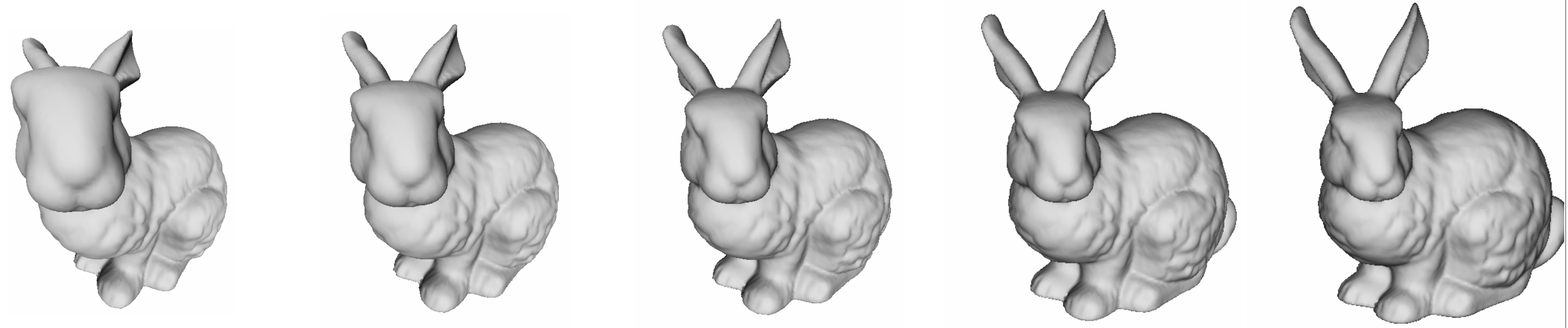
M_{wv} **È una matrice 4x4 che modella la roto-traslazione opportuna**

Non solo pinhole...

- Non soltanto la proiezione prospettica è utilizzata ma anche altri tipi di proiezione, ad esempio la ***proiezione ortogonale***
- **Per ottenerla basta rendere la z=0**

$$P_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_{prsp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix}$$

Distanza focale



d **piccolo** → ***d*** **grande**

d **infinito**
(diventa una proiezione ortogonale)

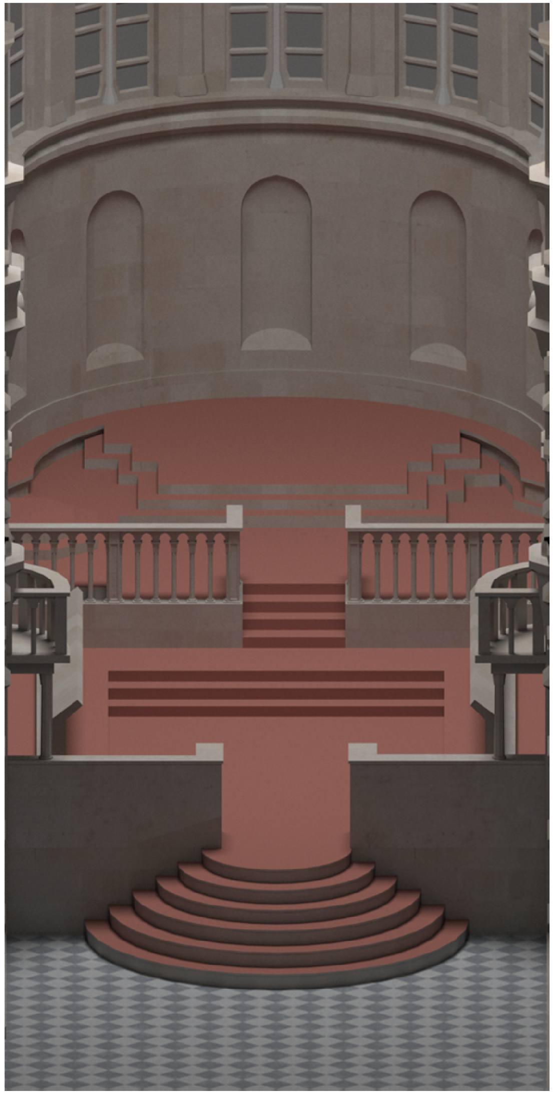
Più distorsione prospettica.

Effetto "fish-eye" (grandangolo)

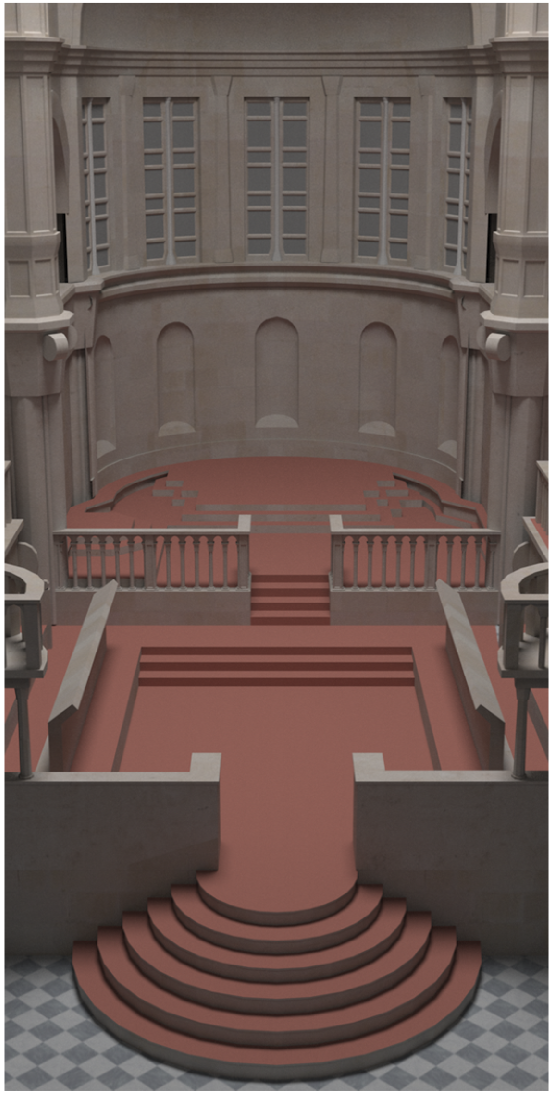
Proporzioni più mantenute

Effetto "zoom" (eg. vista dal satellite)

Proiezione Ortogonale vs Prospettica



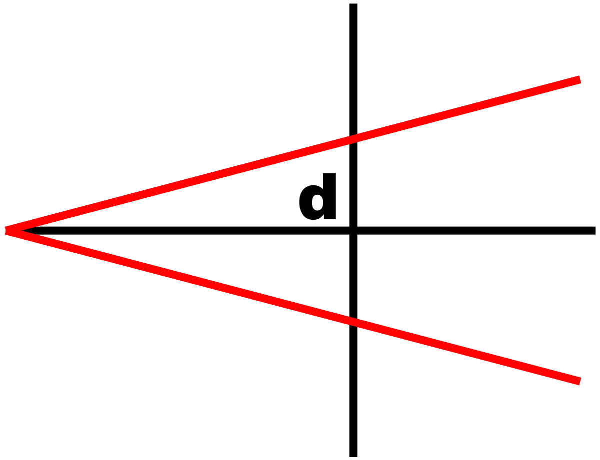
Images from
Matt Pharr &
Greg Humpreys

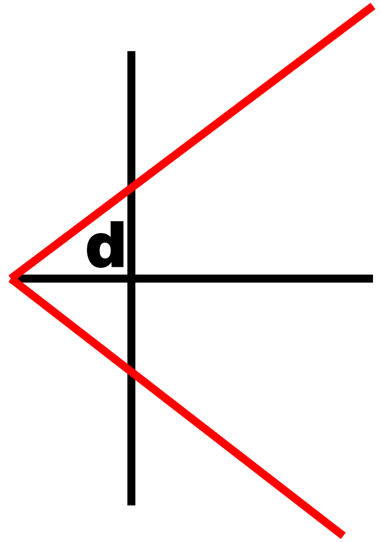


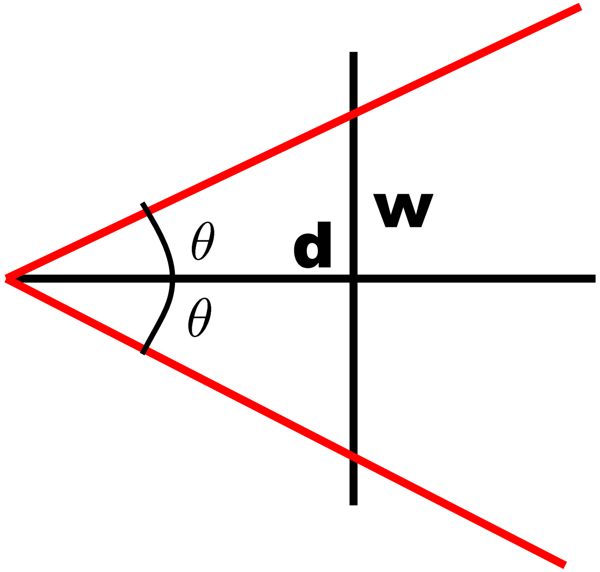
Proprietà delle trasformazioni geometriche

	Lunghezze	Angoli	Rapp. lunghezze	Colinearità
Traslazione	V	V	V	V
Rotazione	V	V	V	V
Scalatura uniforme	X	V	V	V
Scaltura non uniforme	X	X	V	V
Shearing	X	X	V	V
Proiezione Ortogonale	X	X	V	V
Proiezione Prospettica	X	X	X	V

Field of View (fov)



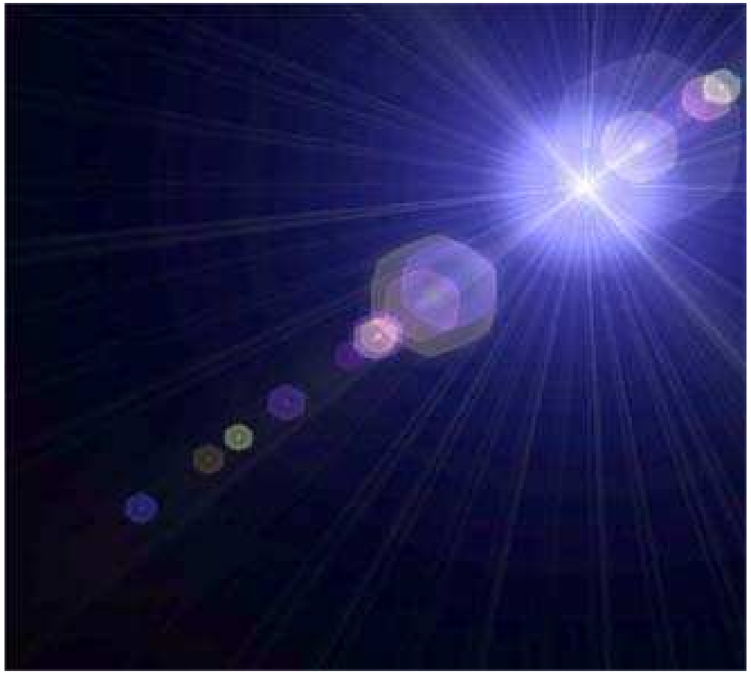




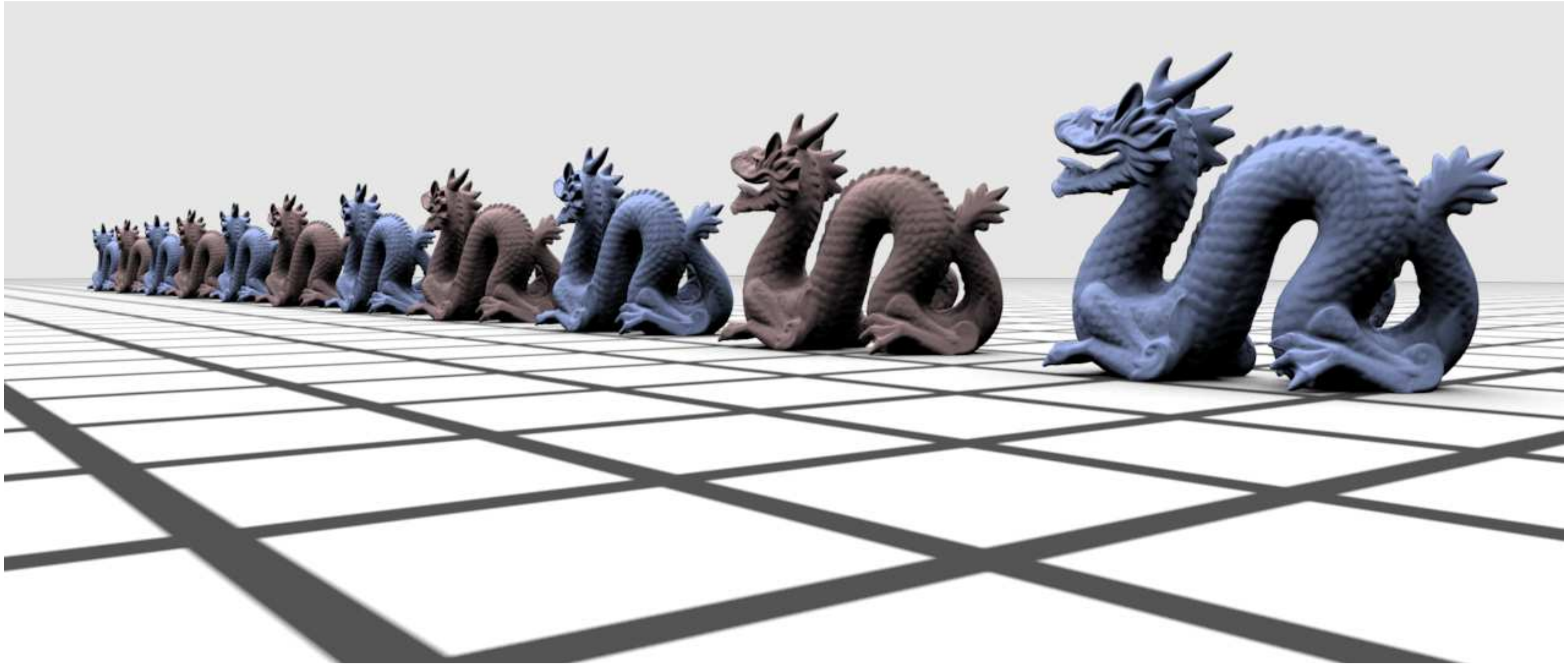
$$\begin{aligned} \phi &= 2\theta \quad \text{(field of view)} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{w}{2}d\right) \end{aligned}$$

- Nel nostro modello le lenti non sono state considerate
  - le lenti servivano a "simulare" una camera più realistica di quella pinhole
  - Con la pinhole abbiamo:
    - range di fuoco infinito
    - no flares
    - no distorsioni radiali

Lens flares



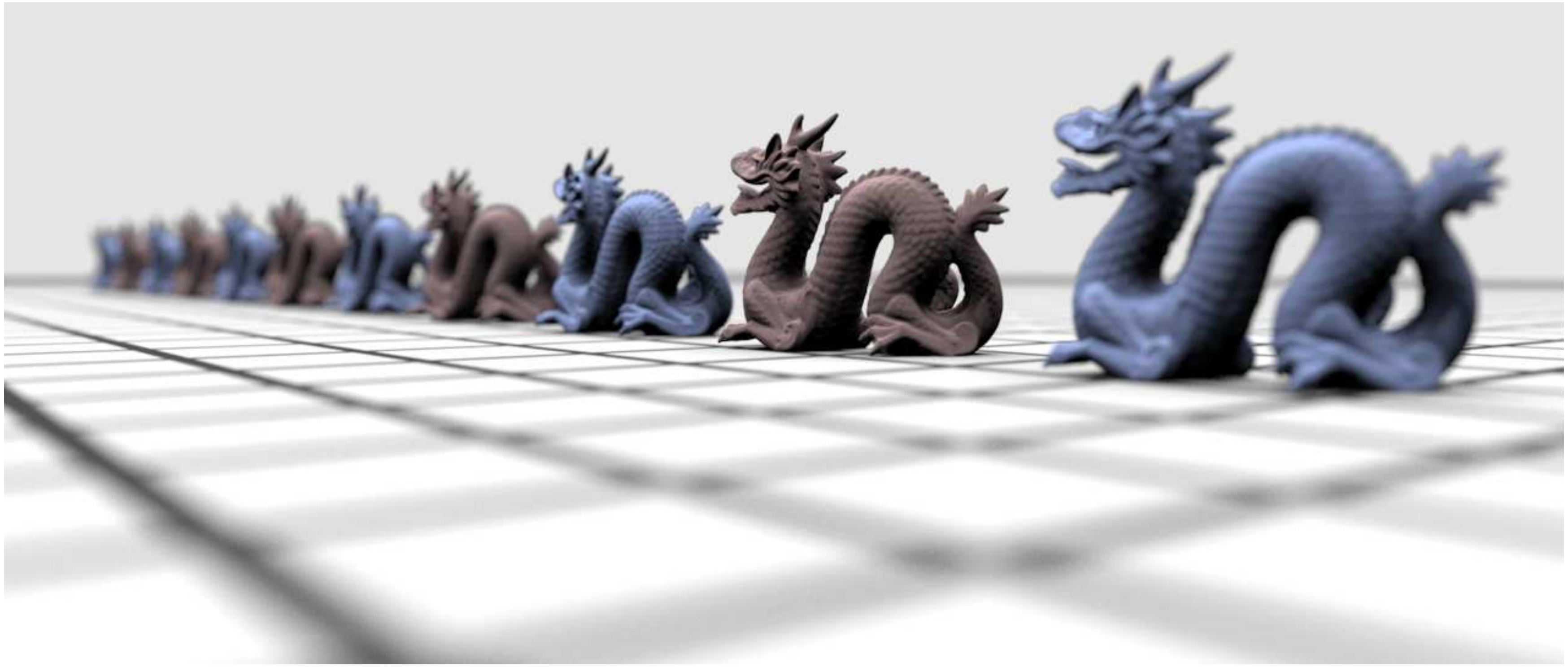
Profondità di Campo (Depth of Field)



Apertura otturatore puntiforme => fuoco infinito

Images from Matt Pharr & Greg Humpreys

Profondità di Campo (Depth of Field)



Apertura otturatore finita => soltanto alcuni oggetti a fuoco

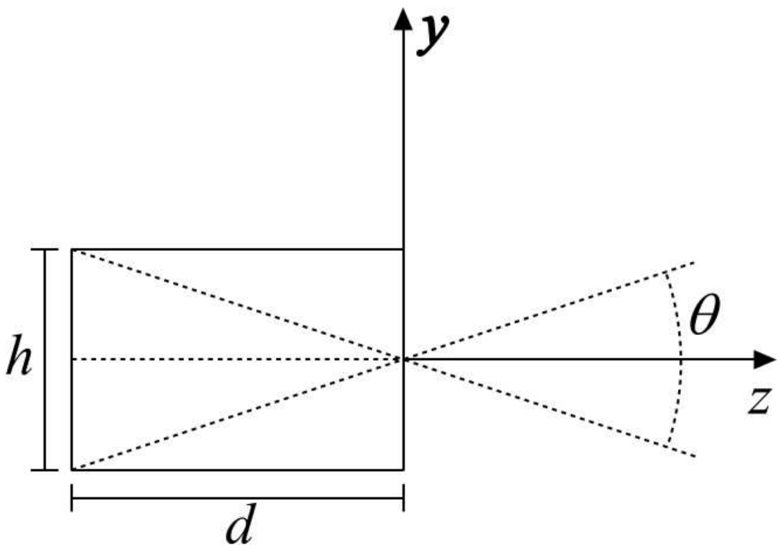
Images from Matt Pharr & Greg Humpreys

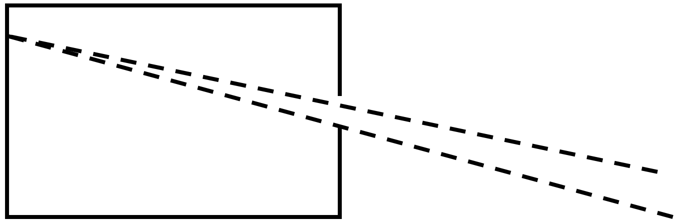
Profondità di Campo (Depth of Field)

Apertura otturatore finita => soltanto alcuni oggetti a fuoco

Images from Matt Pharr & Greg Humpreys

Considerazioni sulla resa visiva della pinhole camera





Apertura otturatore infinitesima

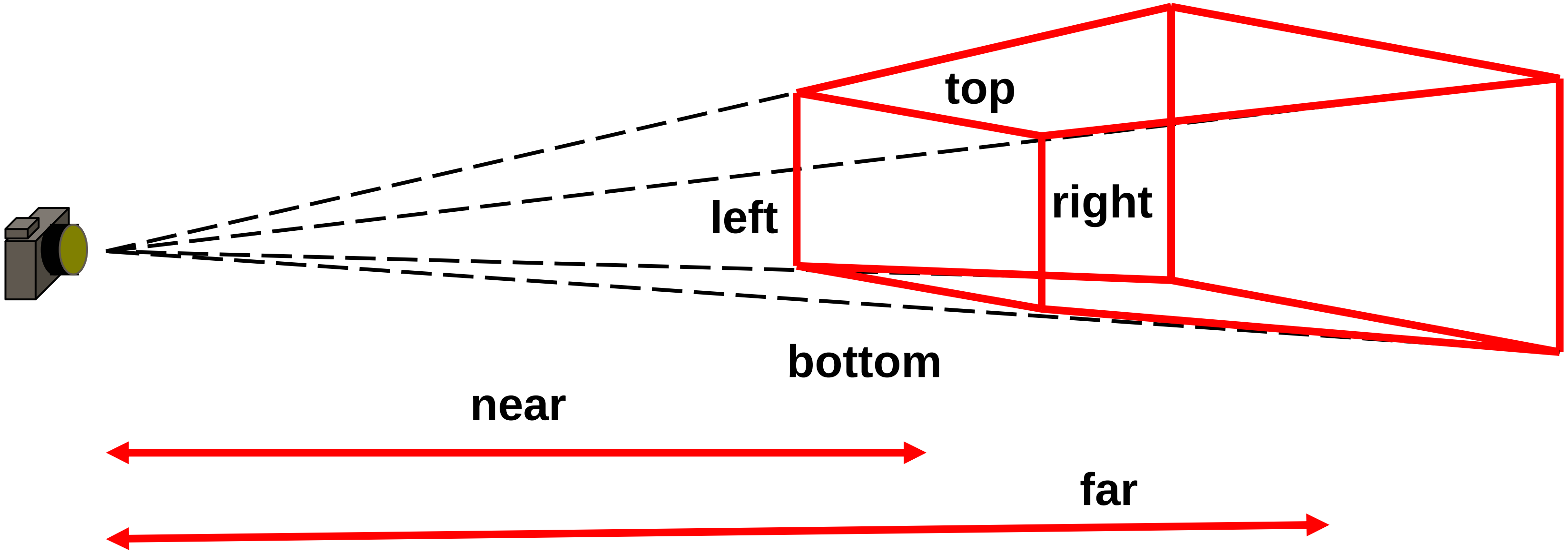
Apertura otturatore finita =>
più raggi colpiscono lo stesso punto della pellicola

NOTA: si tenga conto che la luce si propaga in maniera rettilinea, o più precisamente che la ***radianza*** di una fonte di luce è costante lungo una retta.

Normalized Device Coordinates

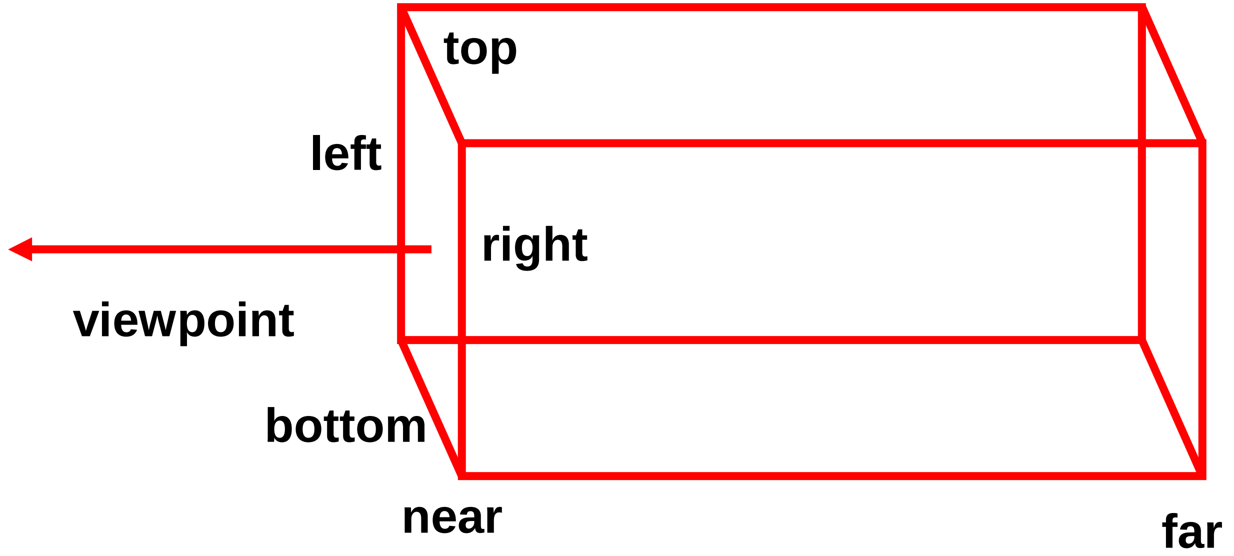
- Abbiamo visto la proiezione ortogonale e prospettica
- Queste devono essere tali da mappare il volume di vista (*view frustum*) relativo nelle cosiddette *Normalized Device Coordinates* ([-1 , 1] x [-1 , 1] x [-1 , 1])
- Le matrici P_{prsp} and P_{ort} devono essere modificate opportunamente

View Frustum



$$P_{prsp} = \begin{bmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(f+n)}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

View Frustum



$$P_{ort} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & \frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & \frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{f-n} & \frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Screen Mapping

- La coordinata *z* non è interessata da questa trasformazione (è comunque passata allo stage di rasterizzazione)
- Le coordinate normalizzate *(x,y)* vengono mappate in *coordinate schermo* (x_{screen}, y_{screen}) essenzialmente attraverso un'operazione di traslazione e una di scalatura.
- Talvolta le *screen coordinates* vengono chiamate anche *window coordinates* (x_{window}, y_{window}).

$$\begin{pmatrix} x_{window} \\ y_{window} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (w/2)x_{ndc} + o_x \\ (h/2)y_{ndc} + o_y \end{pmatrix}$$

w, h: larghezza ed altezza della viewport in pixel

o_x , o_y : centro della viewport in pixel

Domande?