

Corso di Grafica Computazionale

Premesse Teoriche

***Docente:
Massimiliano Corsini***

Laurea Specialistica in Ing. Informatica

Facoltà di Ingegneria

Università degli Studi di Siena



Overview

- **Premesse Teoriche**
 - Mini-ripasso geometria
 - Rappresentazione delle immagini
 - Spazi di colore



Mini-ripasso geometria

Facoltà di
Ingegneria

- Spazi Vettoriali ed Affini
- Punto e vettore
- Prodotto scalare
- Prodotto vettoriale
- Proiezione di un vettore



Spazi Vettoriali ed Affini

Facoltà di
Ingegneria

- Spazi vettoriali (lineari)
 - Contengono due entità: **scalari** e **vettori**
- Spazi Affini
 - Sono spazi vettoriali a cui si aggiunge il concetto di **punto**
- Spazi Euclidei
 - Si aggiunge il concetto di **prodotto interno** o **prodotto scalare** (distanze ed angoli) → introduce il concetto di misura



Punto e vettore

- Operazioni definite su uno Spazio Vettoriale:
 - Somma e moltiplicazione tra scalari
 - Somma vettore-vettore
 - Moltiplicazione scalare-vettore
- Operazioni definite su uno Spazio Affine:
 - Quelle sopracitate
 - Somma punto-vettore \rightarrow risultato è un punto
 - Sottrazione punto-punto \rightarrow risultato è un vettore
- Infatti i punti individuano ***posizioni*** nello spazio mentre i vettori individuano ***spostamenti***.



Prodotto scalare

- In inglese ***dot product*** o ***inner product***, introduce il concetto di misura

$$v \cdot u = v \cdot u$$

$$(v \cdot v) > 0 \Leftrightarrow v \neq 0$$

$$(\alpha v + \beta w) \cdot u = \alpha(v \cdot u) + \beta(w \cdot u)$$

Ortogonalità: $v \cdot u = 0$

Angolo tra due vettori: $v \cdot u = \|u\| \|v\| \cos \alpha$

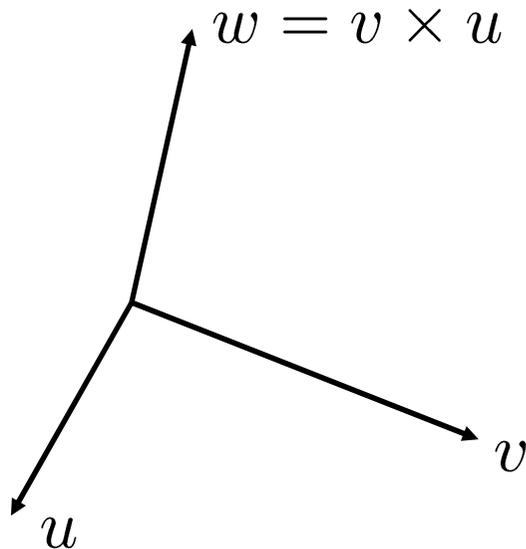
Norma di un vettore: $\|v\| = \sqrt{v \cdot v}$

Distanza tra punti: $\|P - Q\| = \sqrt{(P - Q) \cdot (P - Q)}$



Prodotto vettoriale

- Il **prodotto vettoriale** genera un vettore (w) perpendicolare a due vettori non paralleli dati (u , v).
- Si scrive: $w = u \times v$



Calcolo di $u \times v$

$$w = \begin{pmatrix} v_y u_z - v_z u_y \\ v_z u_x - v_x u_z \\ v_x u_y - v_y u_x \end{pmatrix}$$

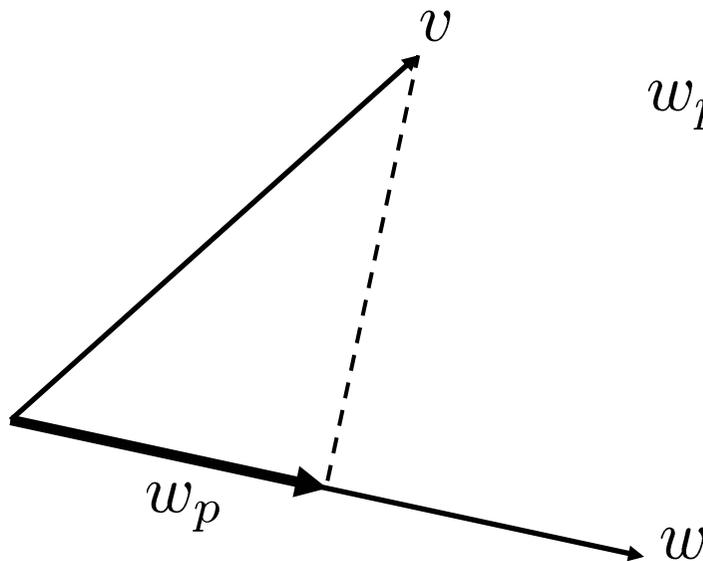
Norma di w

$$\|v \times u\| = \|v\| \|u\| \sin \theta$$



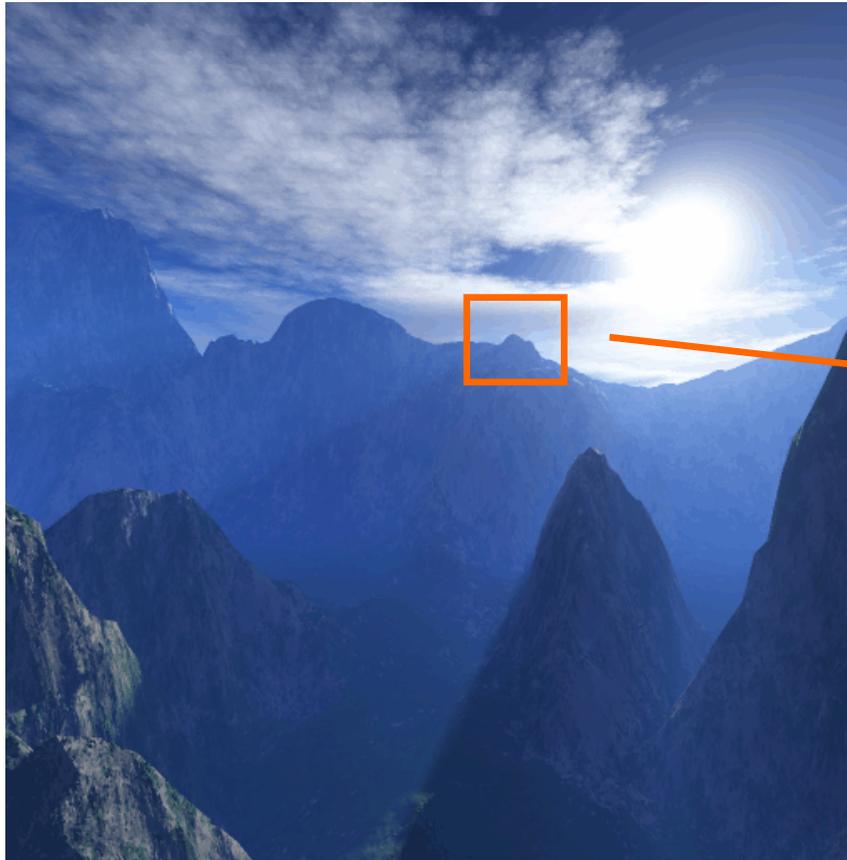
Proiezione di un vettore

- La proiezione di un vettore v su un vettore w può essere facilmente calcolata utilizzando il prodotto scalare

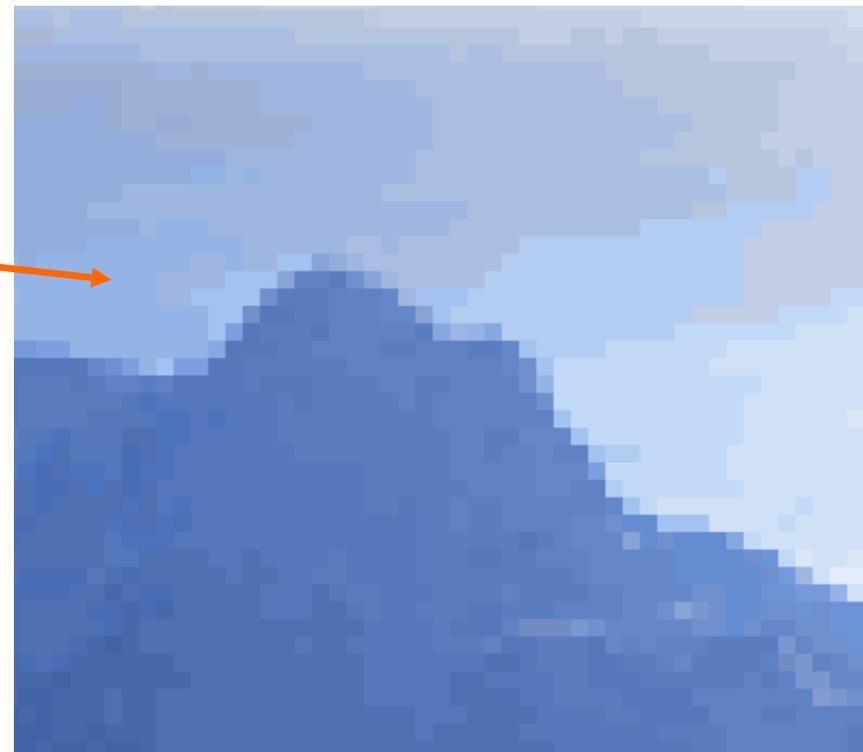


$$w_p = \text{proj}(v, w) = w \frac{(v \cdot w)}{\|w\|^2}$$

L'immagine viene rappresentata
tramite una matrice di pixel.



Pixel = picture elements
(elemento base dell'immagine)





- I pixel possono avere più componenti
- Esempio:
 - Immagini Greyscale (toni di grigio)
 - 1 componente → il valore indica la luminosità del pixel, es. 0 = nero, 1 = bianco, valori nell'intervallo (0,1) rappresentano intensità di grigio intermedie
 - Immagini a colori (RGB)
 - 3 componenti: Rosso, Verde, Blu → dalla combinazione di questi colori base posso ottenere tutti gli altri colori
 - Immagini con trasparenza (RGBA)
 - Rosso, Verde, Blu, ed Alpha (che indica l'opacità del pixel, es. 0 = opaco, 1 = completamente trasparente)



Rudimenti di Elab. Immagini

Facoltà di
Ingegneria

RGB image



RGBA image





Color Space

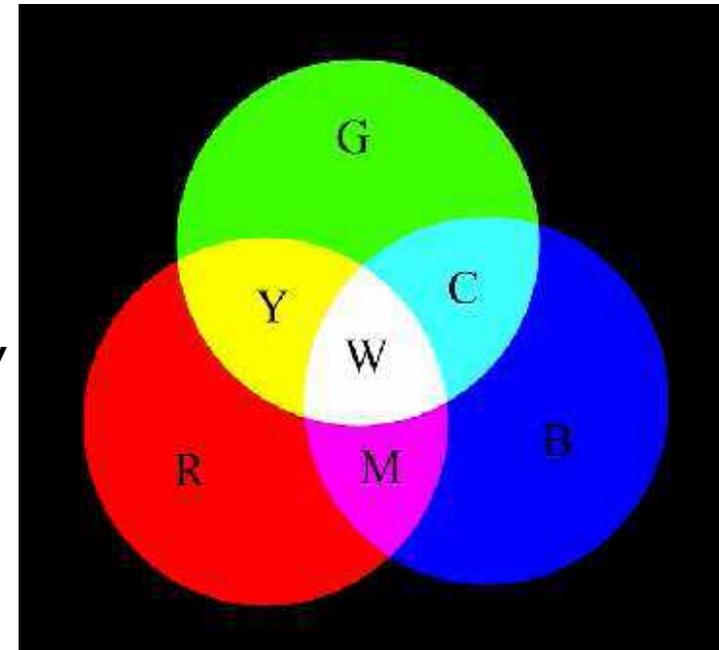
- Abbiamo parlato di componenti Rosso, Verde e Blu (RGB) per rappresentare i colori delle immagini
- Altri **Spazi di Colore** sono possibili (es. CYMK, HSL, HSV, CIELab, ecc.)
- Gli spazi di colore sono dei particolari sistemi di coordinate che consentono di definire all'interno di un insieme di colori (gamut) un particolare elemento
- Il **gamut** è l'insieme dei colori dello spettro visibile rappresentabili da un certo spazio di colore



Color Space

- Ogni Color Space ha caratteristiche ben precise
- Ad esempio, nello spazio HSL, L rappresenta la luminosità del colore mentre nello spazio di colore RGB non ho una componente direttamente legata alla luminosità del colore

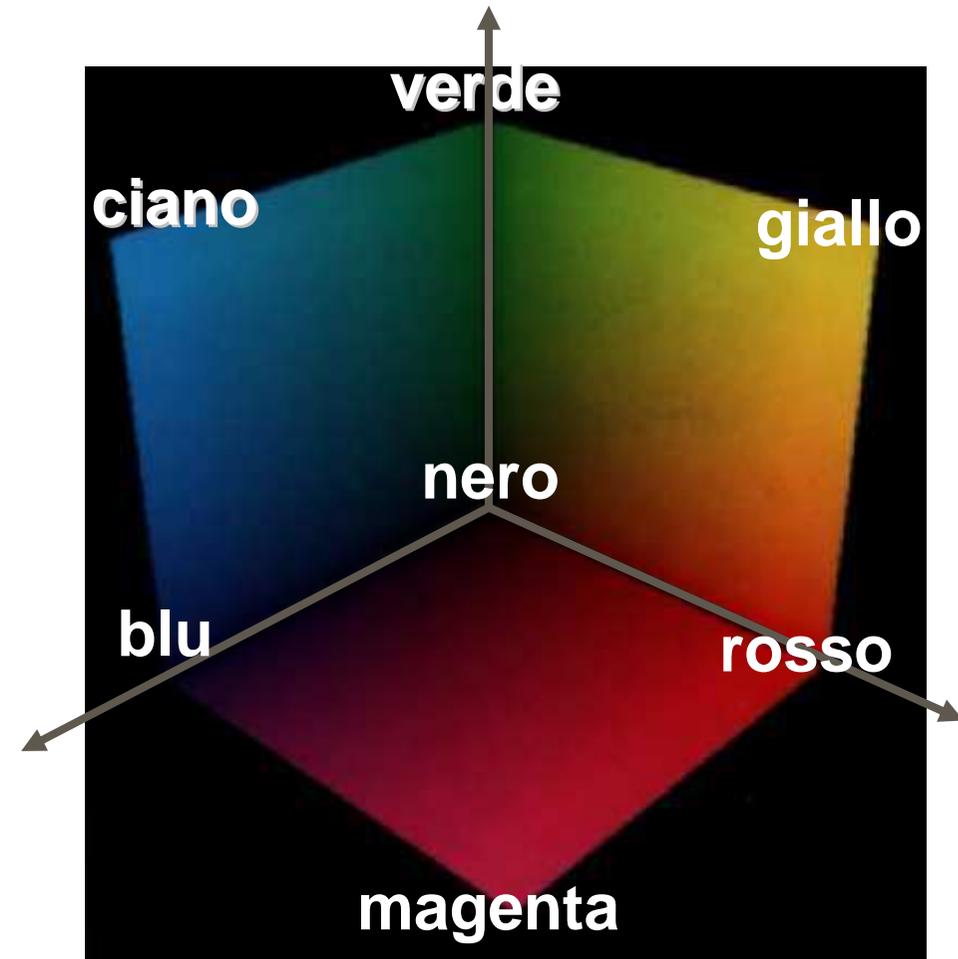
- Lo spazio di colore RGB è uno spazio *additivo*
- Se immaginate di avere 3 lampade, una che emette luce rossa, una luce verde, ed un'altra luce blu, sovrapponendo i fasci luminosi la luce colorata si "somma" andando a formare un colore che dipende dalle intensità delle tre fonti luminose
- Infatti questo spazio è quello utilizzato dai monitor, dove i fosfori (rosso, verde e blu) vengono eccitati opportunamente per rappresentare i diversi colori sullo schermo





RGB Color Space

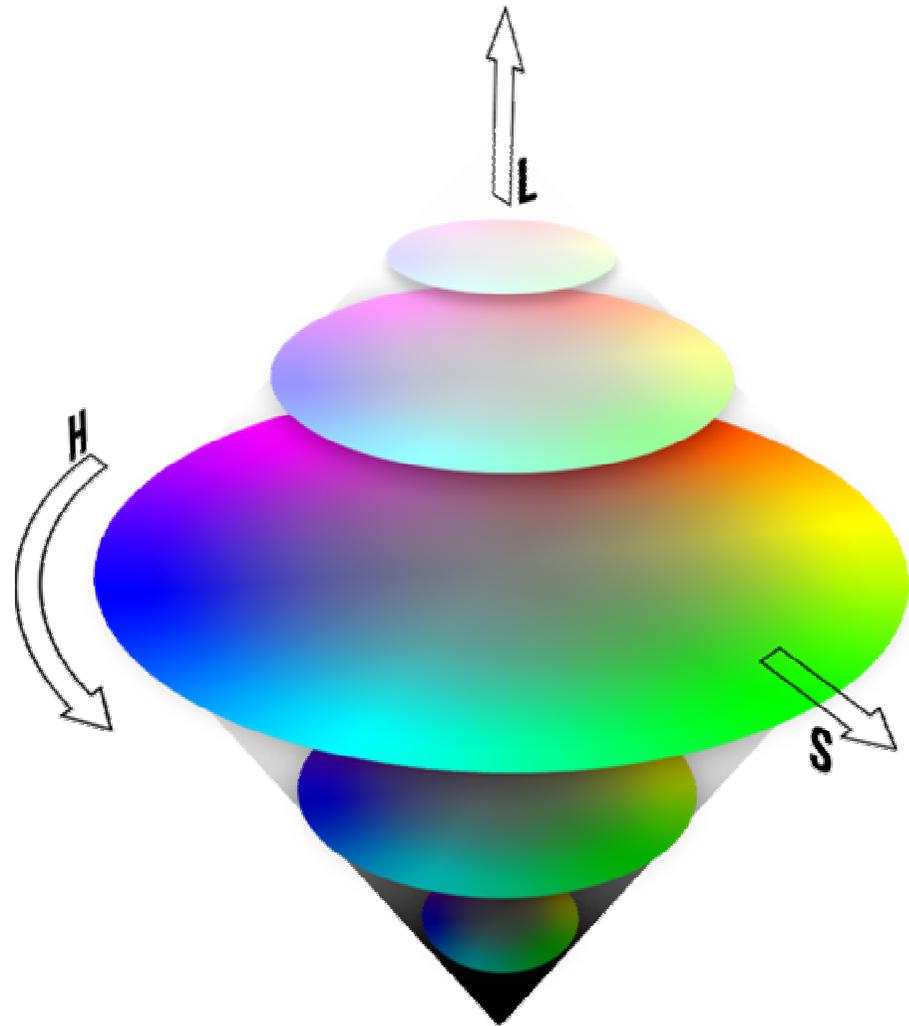
- La rappresentazione tipica dello spazio RGB è a forma di cubo
- Sui vertici si trovano il bianco, il nero, le primarie e i complementari
- Le tre coordinate RGB variano ciascuna da 0 (intensità minima) a 1 (intensità massima)
- Il colore nero si otterrà spegnendo tutti e tre i fosfori (cioè $R=0$, $G=0$, $B=0$), il colore bianco accendendo i fosfori al massimo (cioè $R=1$, $B=1$, $G=1$)





HSL Color Space

- E' uno spazio di colore più intuitivo dell'RGB
- HSL = Hue, Saturation, Luminance
- Hue è il tono di colore
- La saturazione controlla la quantità di colore del tono scelto, e varia dal grigio di equivalente luminosità (colore desaturato) al tono scelto saturo
- La luminosità varia tra il nero ed il bianco passando per il tono scelto





CIE Lab Color Space

- E' uno spazio di colore ***percettivamente uniforme***
- Ovvero, la distanza tra le componenti di colore è proporzionale a quanto il colore viene percepito differente dal sistema visivo umano



Domande ?