Corso di
Grafica Computazionale

Coordinate Frames

Docente:

Massimiliano Corsini

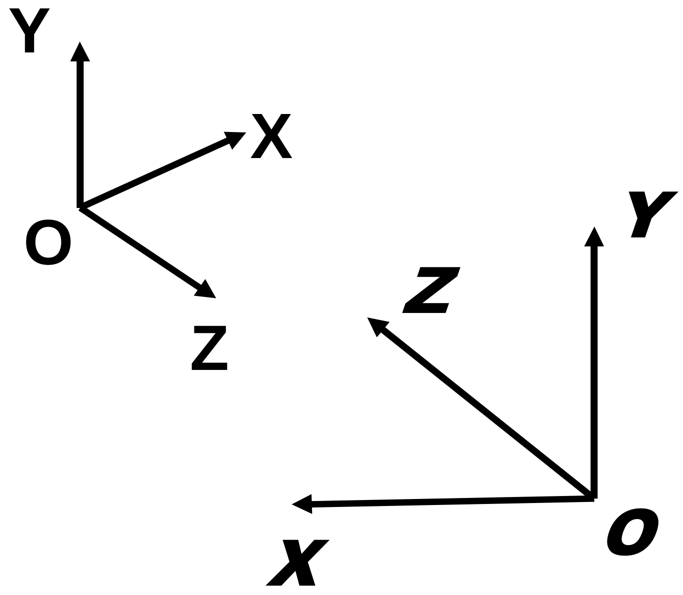
Laurea Specialistica in Ing. Informatica

Facoltà di Ingegneria
Università degli Studi di Siena

Coordinate Frames

- Un sistema di coordinate locale, detto ***frame di coordinate***, può essere rappresentato dalla seguente matrice (3x4) di coordinate:

$$F = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & O_x \\ X_y & Y_y & Z_y & O_y \\ X_z & Y_z & Z_z & O_z \end{bmatrix}$$



Coordinate Frames

- Le proprietà di tale matrice sono strettamente collegate alle trasformazioni geometriche per passare dal sistema di coordinate locale a quello di riferimento.
- In particolare, lavorando in coordinate omogenee e considerando l'estensione della matrice (4x4):

$$F = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & O_x \\ X_y & Y_y & Z_y & O_y \\ X_z & Y_z & Z_z & O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Si ottiene la matrice di trasformazione di un punto/vettore dal frame locale al sistema di riferimento globale.

Coordinate Frames

- Origine (local frame) → World frame:

$$F = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & O_x \\ X_y & Y_y & Z_y & O_y \\ X_z & Y_z & Z_z & O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Asse X (local frame) → World frame:

$$F = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & O_x \\ X_y & Y_y & Z_y & O_y \\ X_z & Y_z & Z_z & O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_x \\ X_y \\ X_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

Camera Frame

- Consideriamo le trasformazioni geometriche che definiscono la posizione e l'orientamento della camera.
- Matrice relativa al *posizionamento* della camera:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -O_x \\ 0 & 1 & 0 & -O_y \\ 0 & 0 & 1 & -O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Camera Frame

- Matrice relative all'*orientazione* della camera:

$$R = \begin{bmatrix} X_x & X_y & X_z & 0 \\ Y_x & Y_y & Y_z & 0 \\ Z_x & Z_y & Z_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matrice complessiva World-to-Camera:

$$TR = \begin{bmatrix} X_x & X_y & X_z & -O_x \\ Y_x & Y_y & Y_z & -O_y \\ Z_x & Z_y & Z_z & -O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Camera Frame

- Considerando la trasformazione inversa si ottiene la trasformazione da Camera Space a World Space, ossia il ***camera frame***.

$$(TR)^{-1} = (R^{-1}T^{-1}) = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & O_x \\ X_y & Y_y & Z_y & O_y \\ X_z & Y_z & Z_z & O_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Domande?