

Costruzione di Interfacce Lezione 6 Proiezioni Prospettiche e ortogonali

cignoni@iei.pi.cnr.it
<http://vcg.iei.pi.cnr.it/~cignoni>

Trasformazioni

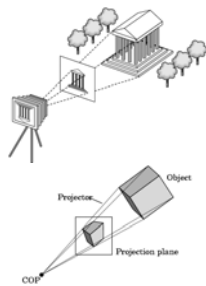
- ❖ Due trasformazioni vengono applicate ai vertici della geometria che voglio disegnare
 - ❖ Trasformazione di Modellazione
 - ❖ Porta la geometria nel sistema di riferimento standard della camera
 - ❖ Proiezione di vista
 - ❖ Proietta la geometria dal sistema di riferimento della camera sul piano di proiezione.

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

2

Elementi di base



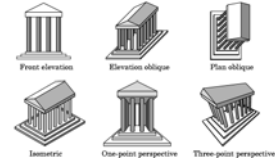
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

3

Prospettiva Classica

- ❖ Il problema è quello classico, da sempre affrontato, nell'arte, in architettura e della progettazione, di riuscire a riportare su di un piano, in maniera rigorosa un oggetto tridimensionale.



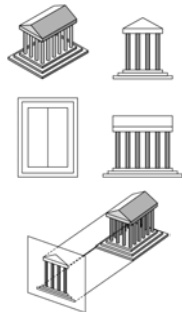
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

4

Proiezioni ortografiche classiche

- ❖ L'oggetto ha una struttura regolare, ben assimilabile ad un parallelepipedo;
- ❖ Proietto sui lati del box.
 - ❖ Centro di proiezione, all'infinito,
 - ❖ proiettori paralleli e perpendicolari al piano di proiezione
 - ❖ Piano di proiezione perpendicolare agli assi del sistema di riferimento



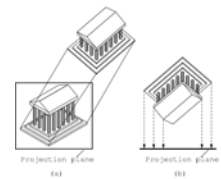
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

5

Proiezioni Assonometriche

- ❖ Piani di proiezione in posizione non vincolata:
 - ❖ Centro di proiezione, all'infinito,
 - ❖ proiettori paralleli e perpendicolari al piano di proiezione
 - ❖ Piano di proiezione:
 - ❖ Simmetrico ai 3 assi (isometrica)
 - ❖ Simmetrico rispetto a 2 assi (dimetrica)
 - ❖ Posizione qualsiasi (trimetrica)



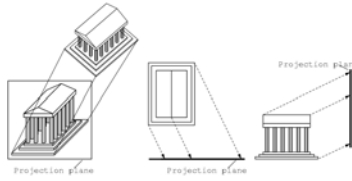
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

6

Proiezioni Oblique

- ❖ Proiettori paralleli ma non perpendicolari al piano di proiezione

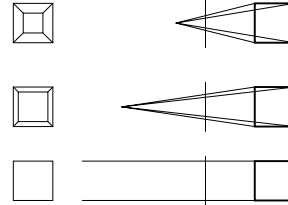


11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

7

Ortografica



11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

8

Proiezioni prospettiche

- ❖ Caratteristica principale:
 - ❖ diminuzione della dimensione apparente degli oggetti all'aumentare della distanza dal COP.
 - ❖ I proiettori passano tutti per il COP
- ❖ Caso Classico
 - ❖ Il centro di proiezione simmetrico rispetto alla finestra nel piano di proiezione
- ❖ Caso generico,
 - ❖ COP svincolato dal piano di proiezione

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

9

Prospettiva classica

- ❖ Al solito nella visione tradizionale del disegno tecnico si è soliti distinguere vari tipi di proiezione prospettica, indicando il *numero di punti all'infinito* (vanishing points);
 - ❖ a) three vanishing points
 - ❖ b) two vanishing points
 - ❖ c) one vanishing points



11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

10

Prospettiva Classica

- ❖ In realtà questi, come nel caso ortogonali sono solo vincoli sul piazzamento del piano di proiezione
 - ❖ One point Persp: Piano di proiezione parallelo ad uno dei piani del sistema di riferimento
 - ❖ Two point Persp: Piano di proiezione perpendicolare ad uno dei piani del sistema di riferimento
 - ❖ Three Point Persp: Piano di proiezione Libero



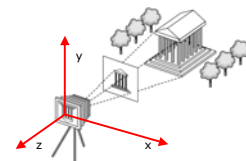
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

11

Camera Frame

- ❖ Si assume che la camera sia piazzata con il centro di proiezione sull'origine e diretta verso l'asse z negativo.
- ❖ È compito della matrice di Modellazione portare gli oggetti in questo frame.
- ❖ Questo sistema di riferimento è detto camera frame, o eye frame



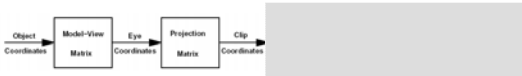
11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

12

Sistemi di coordinate in OpenGL

- ❖ Object:
 - ❖ la ruota con l'origine nel centro.
- ❖ World:
 - ❖ la ruota piazzata nel sistema di riferimento del mondo (e.g. quello classico con y = alto del mondo, ecc.).
 - ❖ Cambia quando si muove la macchina
- ❖ Eye:
 - ❖ Il sistema di riferimento in cui l'origine e' il centro di proiezione, la z è la direzione di vista ecc.
 - ❖ Cambia quando muovo l'osservatore.
- ❖ Clip
- ❖ Normalized device
- ❖ Window



11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

13

Sistema di riferimento della Camera

- ❖ Come si specifica il sistema di riferimento della camera?
 - ❖ Matrice di trasformazione che fa parte delle matrici di modellazione
 - ❖ Passa dalle coordinate di mondo alle coordinate di occhio

11 Ott 2002

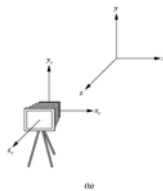
Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

14

Piazzare la camera

- ❖ Caso semplice,
- ❖ Voglio piazzare la camera in modo che inquadrò oggetti centrati sull'origine (del sistema di riferimento mondo), guardando lungo la z negativa (come di default)
- ❖ E' solo una traslazione sull'asse z:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

15

Piazzare la camera

- ❖ Caso Generale
- ❖ Definire una camera significa definire una proiezione (prospettiva)
 - ❖ La camera (il centro di proiezione) è centrata in un punto detto VRP (view Reference Point)
 - ❖ Il Piano di proiezione è perpendicolare ad un vettore VPN (view plane normal)
 - ❖ Del piano e' necessario specificare anche l'orientamento, quindi
 - ❖ Si specifica VUP (view up vector)

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

16

Piazzare la camera

- ❖ La trasformazione non e' altro che un cambio di sistemi di riferimento.
- ❖ Basta definire gli assi e l'origine del un sistema di riferimento in termini dell'altro.
- ❖ Noi abbiamo la posizione della camera nel sistema di riferimento world
- ❖ Dobbiamo ancora esprimere gli assi del sistema di riferimento camera in sr World.

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

17

Camera axis in world space

- ❖ Uno alla volta.
- ❖ L'asse z della camera e' semplicemente la direzione di proiezione, cioè la normale al piano di proiezione
- ❖ L'asse x della camera deve essere perpendicolare al vettore up e all'asse z appena trovato

$$x = up \times z$$
- ❖ L'asse y e' semplicemente il prodotto vettore tra gli altri due assi che ho trovato (attenti al segno)

$$y = z \times x$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

18

Cambio di Frame

- ❖ Dati due sistemi di riferimento.

$$\{v_1, v_2, v_3, P_0\} \quad \{u_1, u_2, u_3, Q_0\}$$

- ❖ Esprimiamo uno in termini dell'altro:

$$\begin{aligned} u_1 &= \gamma_{11}v_1 + \gamma_{12}v_2 + \gamma_{13}v_3 \\ u_2 &= \gamma_{21}v_1 + \gamma_{22}v_2 + \gamma_{23}v_3 \\ u_3 &= \gamma_{31}v_1 + \gamma_{32}v_2 + \gamma_{33}v_3 \\ Q_0 &= \gamma_{41}v_1 + \gamma_{42}v_2 + \gamma_{43}v_3 + P_0 \end{aligned}$$

- ❖ Questo definisce la matrice 4x4 di cambiamento di frame

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & 0 \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & 1 \end{bmatrix}$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

19

Cambio di Frame

- ❖ La matrice di cambiamento di frame

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ P_0 \end{bmatrix}$$

- ❖ Date le due rappresentazioni **a, b** in coordinate omogenee in differenti frame (sia di un vettore che di un punto), vale:

$$\mathbf{b}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \mathbf{b}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ P_0 \end{bmatrix} = \mathbf{a}^T \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ P_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{M}^T \mathbf{b}$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

20

- ❖ Noi abbiamo
- ❖ Camera e suoi parametri in coordinate di mondo.
- ❖ Vogliamo trovare la trasf **M** che prenda la rappresentazione di un punto p_w in coordinate omogenee spazio di mondo e ne dia la sua rappresentazione in coordinate di camera p_e .

$$p_e = \mathbf{M}p_w$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

21

Eye to World

- ❖ Esprimo il sistema di riferimento della camera in termini dello spazio di mondo

$$p_w = \mathbf{M}p_e \quad \{u, v, n, P_0\} \quad \{x, y, z, 0\}$$

$$\begin{aligned} u &= u_x x + u_y y + u_z z \\ v &= v_x x + v_y y + v_z z \\ n &= n_x x + n_y y + n_z z \\ P_0 &= p_x x + p_y y + p_z z + 0 \end{aligned} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & n_x & p_x \\ u_y & v_y & n_y & p_y \\ u_z & v_z & n_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

22

World to eye

- ❖ A noi serve la matrice inversa:
 - ❖ da world a eye
- ❖ Per invertirla si nota che la possiamo scrivere come un prodotto tra Rot e Tras

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & n_x & p_x \\ u_y & v_y & n_y & p_y \\ u_z & v_z & n_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{TR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x & v_x & n_x & 0 \\ u_y & v_y & n_y & 0 \\ u_z & v_z & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

23

World to Eye

- ❖ Invertire Traslazioni e rotazioni è facile...

$$\mathbf{M}^{-1} = (\mathbf{TR})^{-1} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -p_x \\ 0 & 1 & 0 & -p_y \\ 0 & 0 & 1 & -p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & -p_x u_x - p_y u_y - p_z u_z \\ v_x & v_y & v_z & -p_x v_x - p_y v_y - p_z v_z \\ n_x & n_y & n_z & -p_x n_x - p_y n_y - p_z n_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

11 Ott 2002

Costruzione di Interfacce - Paolo Cignoni

24

In opengl

- ❖ Grazie al cielo in opengl tutto ciò è ben semplice
- ❖ `gluLookAt(eyex, eyex, eyex,
 atx,aty,atz,
 upx,upy,upz);`
- ❖ Definisce la trasformazione che porta dallo spazio di mondo allo spazio di eye;
- ❖ NOTA bene la gluLookAt va nella ModelView Matrix