Corso di
Grafica Computazionale

Rappresentazione di Oggetti Tridimensionali

Docente:

Massimiliano Corsini

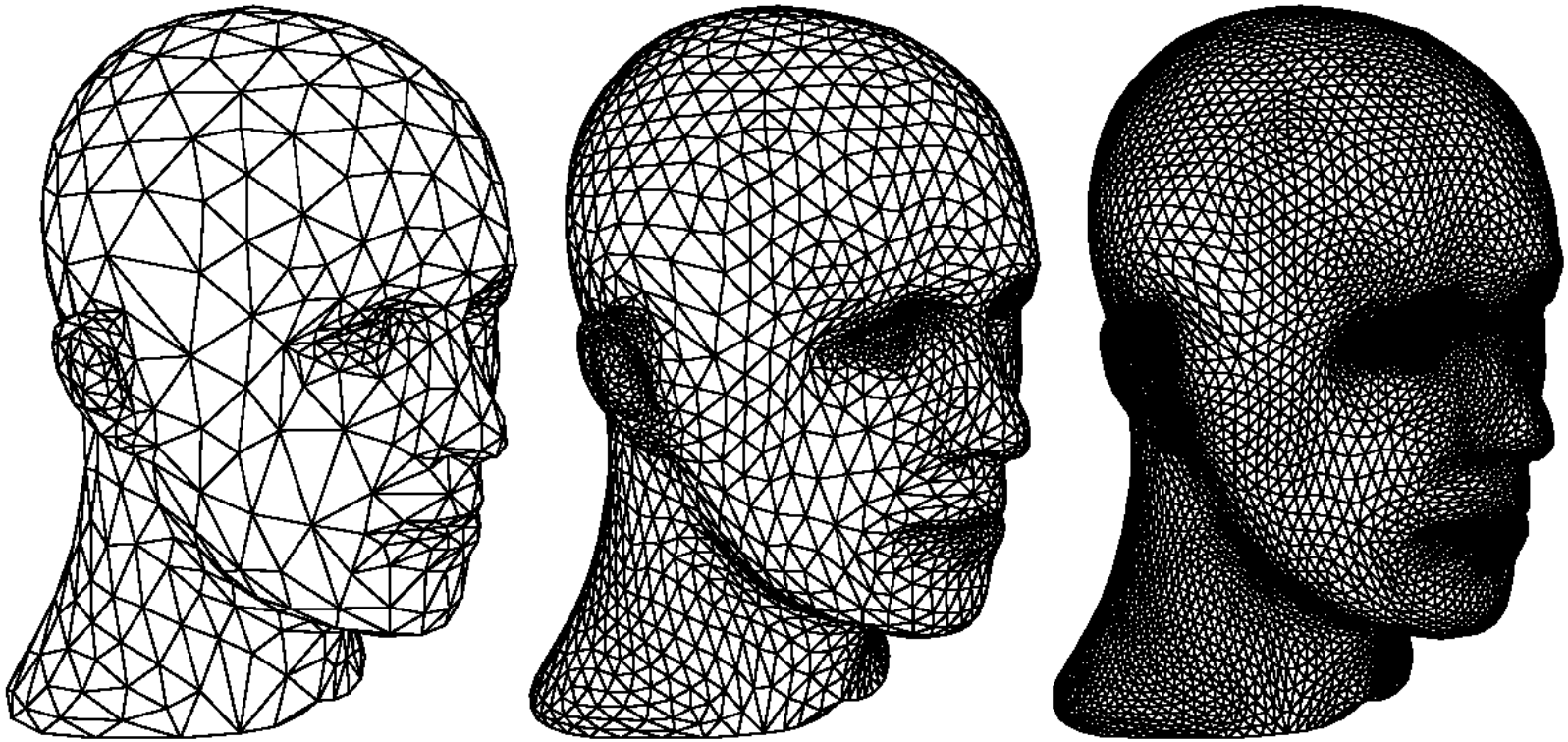
Laurea Specialistica in Ing. Informatica

Facoltà di Ingegneria
Università degli Studi di Siena

Superfici di Suddivisione

Idea base

- L'idea base è rendere *smooth* le superfici poligonali definite tramite mesh usando delle regole di raffinazione della mesh di partenza.
- Le *tecniche di suddivisione* permettono quindi di colmare il gap tra rappresentazione *discreta* e *continua*.



Geri's Game (1989)

Images from *Geri's Game*, Pixar Animation Studios

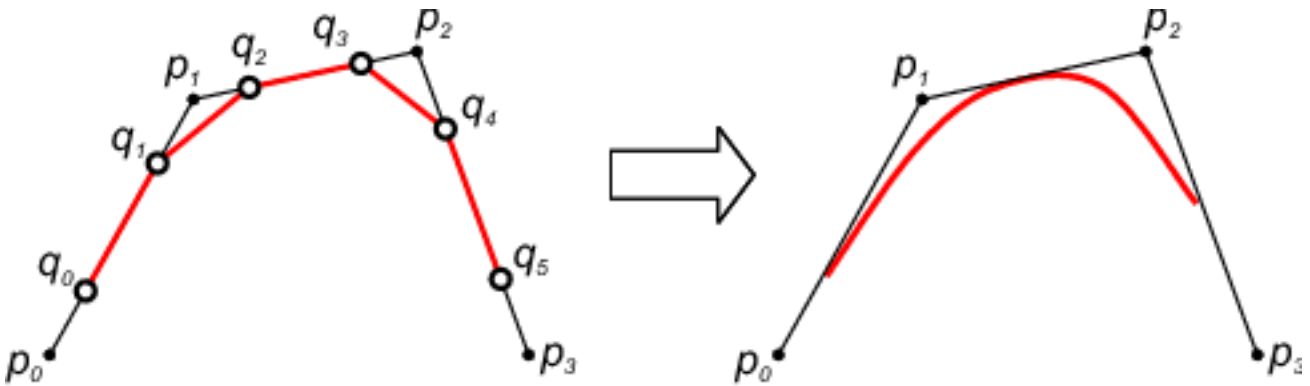
Algoritmo di Chaikin

- La curva iniziale (livello 0) è formata da un insieme di punti di controllo P_0 , P_1 , P_2 , ... , P_n
- Ad ogni passo di suddivisione vengono creati due nuovi vertici tra i punti P_i e P_{i+1} secondo la seguente regola di suddivisione:

$$q_{2i}^{k+1} = \frac{3}{4}p_i^k + \frac{1}{4}p_{i+1}^k$$
$$q_{2i+1}^{k+1} = \frac{1}{4}p_i^k + \frac{3}{4}p_{i+1}^k$$

- Ad ogni passo i vertici “vecchi” (livello *k*) vengono scartati; la curva di livello *k+1* è formata soltanto dai nuovi vertici.

Algoritmo di Chaikin



First step of subdivision

Limit curve

- La *curva limite* della suddivisione di Chaikin è una B-Spline quadratica.

Superfici di Suddivisione

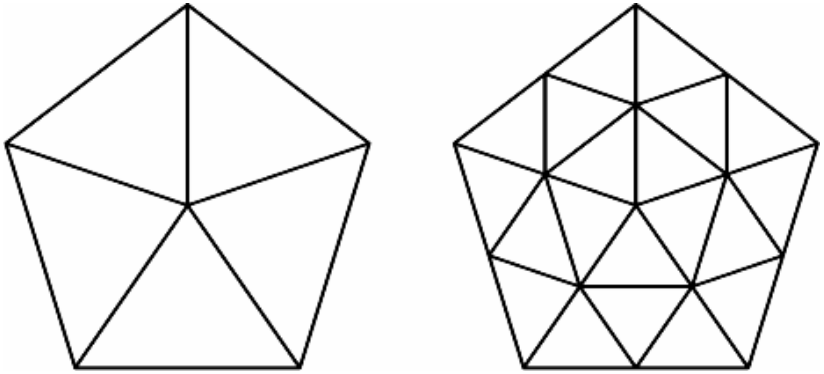
- Metodi di suddivisione per la generazione di superfici partano da una mesh di controllo M^0 ed applicano iterativamente la regola di suddivisione ottenendo le mesh di livello M^k.
- Noi ci occuperemo di metodi di suddivisioni *stazionari* (la regola di suddivisione rimane la stessa a tutti i livelli di suddivisione).

Caratteristiche dei Metodi di Suddivisione

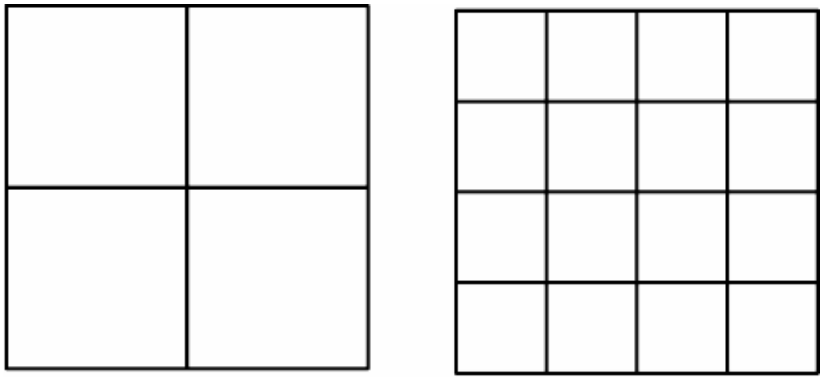
- **Tipo di mesh:** triangolare o quadrangolare.
- **Tipo di regola:** *primale* (face-splitting) o *duale* (vertex-splitting).
- **Approssimante** o **interpolante**.
- **Smoothness:** proprietà di continuità della superfice limite (C^0, C^1, ...).

Schemi Primali

- Per creare le nuove facce della mesh si introduce un nuovo vertice per ogni lato e si uniscono tali vertici in modo da creare le nuove facce.
- Questa operazione viene anche detta 1-to-4 split.



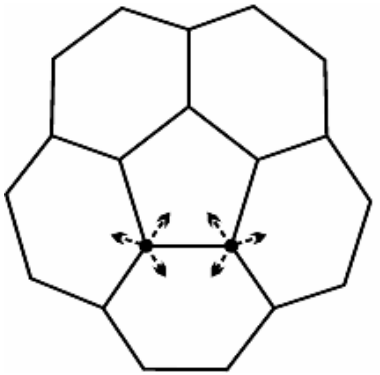
Schema Primale per mesh triangolare

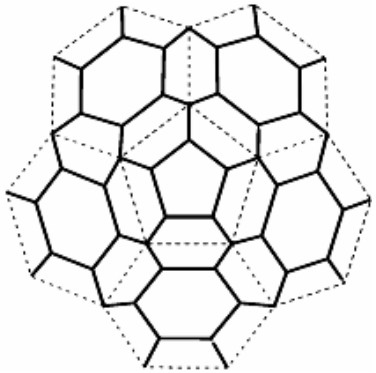


Schema Primale per mesh quadrangolare

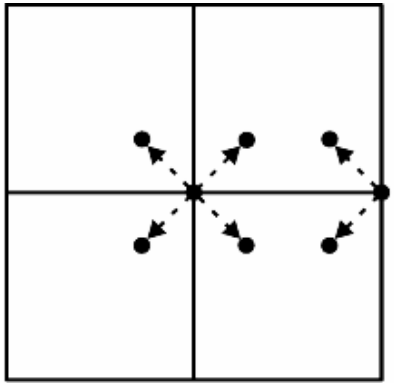
Schemi Duali

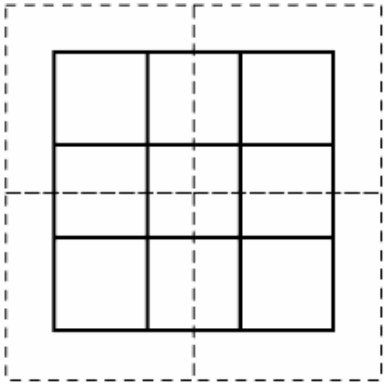
- Ogni vertice viene splittato in modo da creare un nuovo vertice per ogni faccia adiacente a questo. Ogni nuova faccia viene creata all'interno della vecchia faccia.
- Nel caso di mesh triangolari lo split dei vertici risulta in una mesh formata da elementi esagonali.





Schema Duale
per mesh triangolare





Schema Duale
per mesh quadrangolare

Schemi di Suddivisione

Schema di Suddivisione	Caratteristiche			Continuità
Butterfly	Interp.	Triang.	Primale	C^1
Catmull-Clark	Approx.	Quadr.	Primale	C^2
Doo-Sabin	Approx.	Quadr.	Duale	C^1
Kobbelt	Interp.	Quadr.	Primale	C^1
Kobbelt ($\sqrt{3}$)	Approx.	Triang.	Duale	C^2
Loop	Approx.	Triang.	Primale	C^2

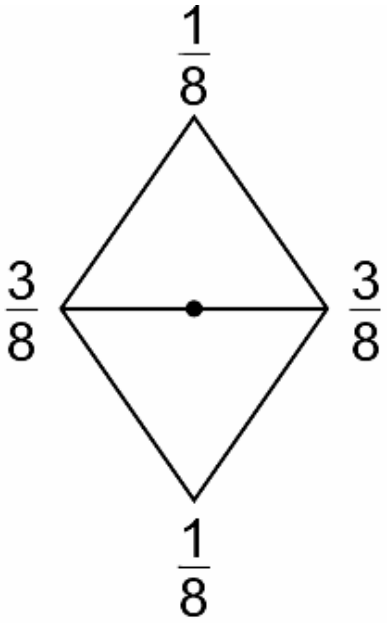
Terminologia

- Per una mesh triangolare i vertici generati dalla suddivisione assumono valenza 6. I vertici di una mesh quadrangolare assumono valenza 4. Tali vertici sono detti vertici *regolari*.
- Una mesh si dice *semi-regolare* se, ad eccezione dei vertici iniziali, tutti i suoi vertici sono regolari.
- I vertici non regolari sono chiamati *vertici straordinari*.
- Moltissimi schemi di suddivisione possono essere descritti tramite maschere di pesi.
- Quasi tutti gli schemi di suddivisione devono essere adattati sui bordi.

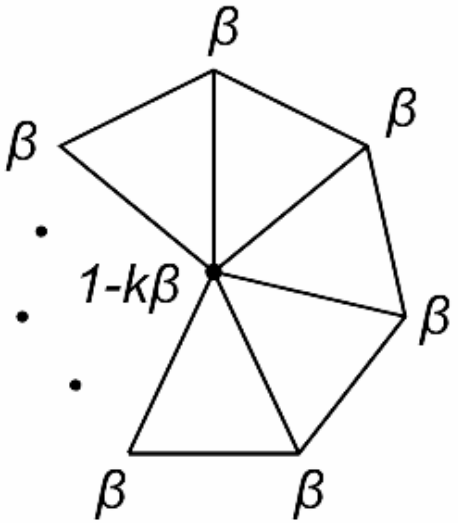
Schema Loop

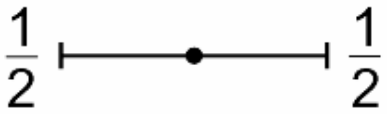
- È uno schema approssimante per mesh triangolari proposto da Charles Loop nel 1987.
- Produce superfici C^2 ovunque eccetto che intorno ai vertici straordinari (C^1).
- È particolarmente semplice calcolare le tangenti (e quindi le normali) della superficie limite così pure la posizione limite dei punti di controllo.

Schema Loop

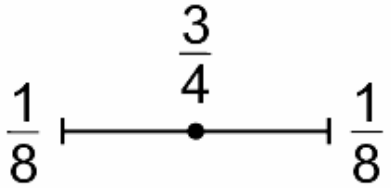


Interior





Boundary / crease



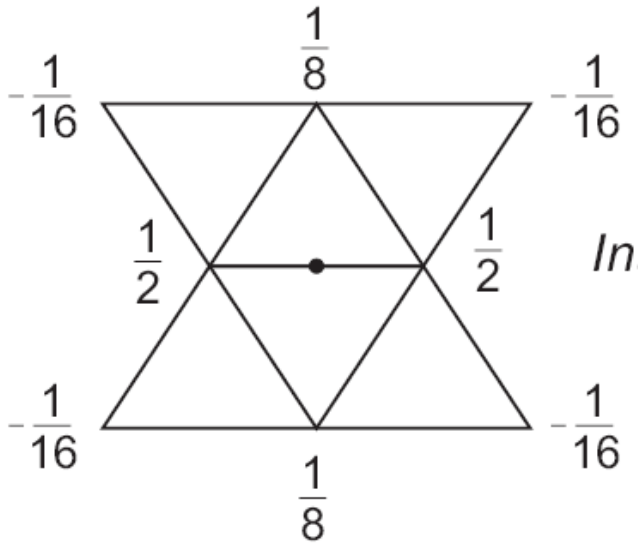
Masks for odd vertices

Masks for even vertices

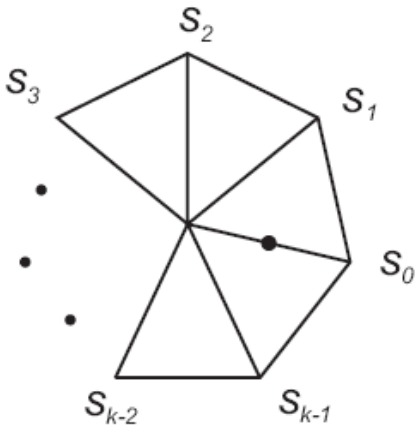
Schema Butterfly

- Inizialmente proposto da Dyn et al. nel 1990 e successivamente modificato da Zorin et al. nel 1996 è uno schema interpolante per mesh triangolari.
- Produce superfici C^1 ovunque eccetto che nei vertici straordinari (la variante di Zorin garantisce continuità C^1 anche nei vertici straordinari).
- È possibile pre-calcolare le tangenti della superifice limite.
- E per quanto riguarda la posizione limite dei punti di controllo...? (indovinate)

Schema Butterfly (modificato)

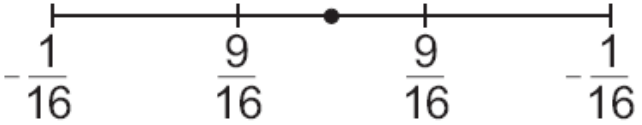


Interior



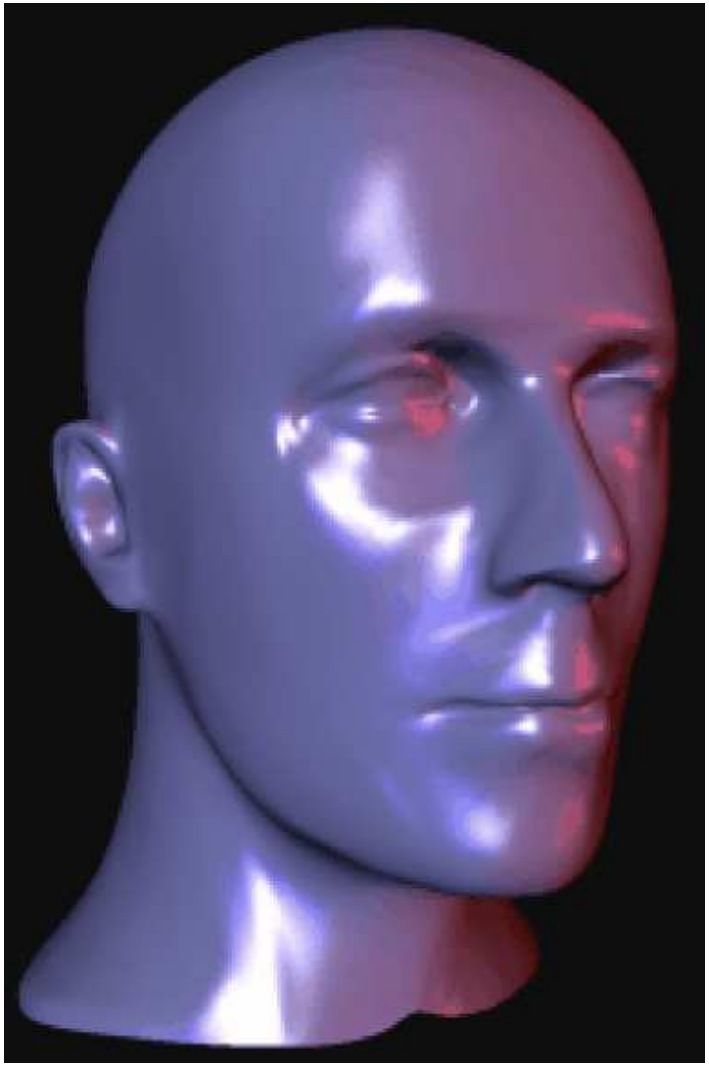
Mask for vertices adjacent to an extraordinary vertex

Boundary / crease



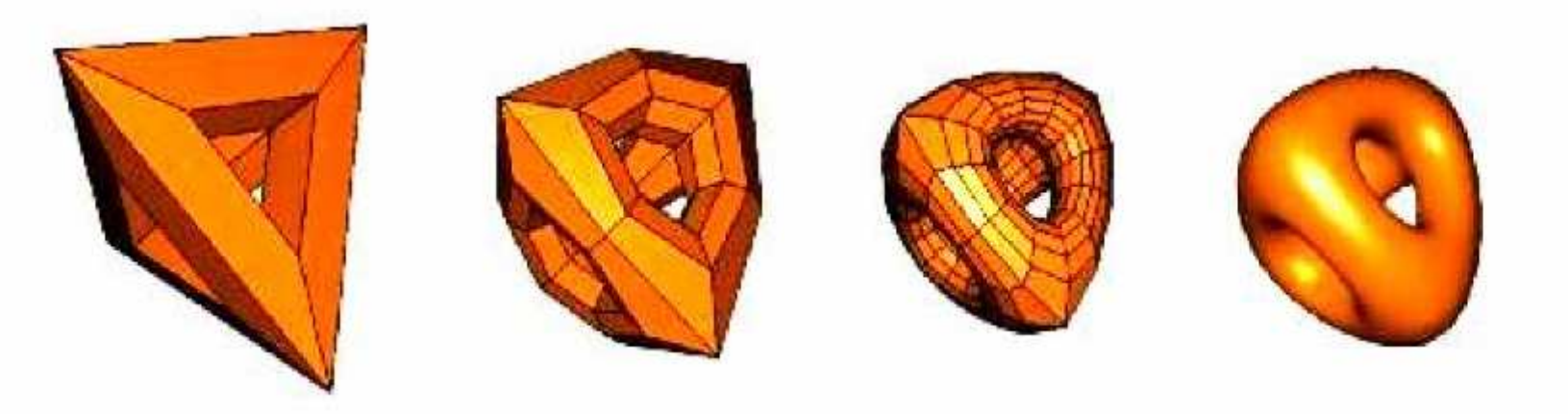
Masks for odd vertices

Esempio di Schema Butterfly

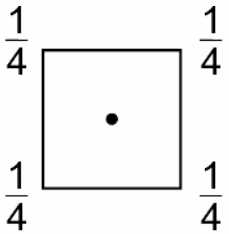


Schema Catmull-Clark

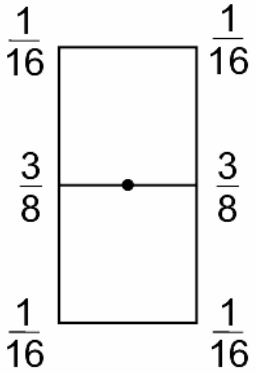
- Sviluppato da E. Catmull e J. Clark nel 1978. E' uno schema approssimante per mesh formate da quadrilateri.
- Produce superfici C^2 in ogni punto eccetto che nei vertici straordinari (C^1).



Schema Catmull-Clark

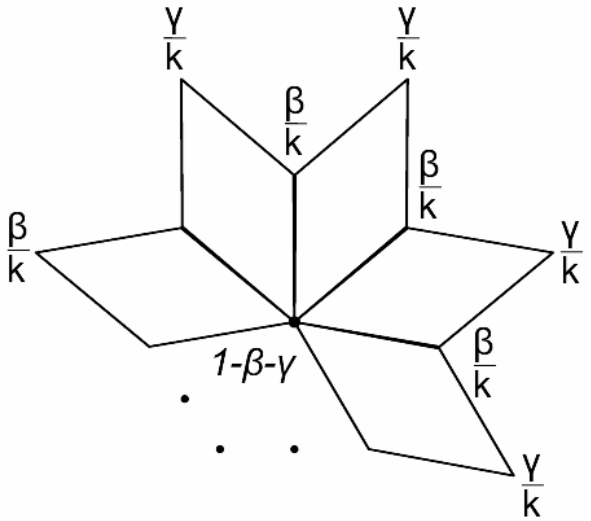


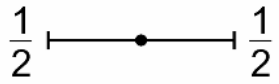
Mask for a face vertex



Mask for an edge vertex

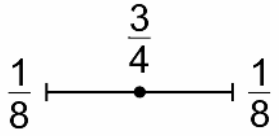
Interior





Masks for odd vertices

Boundary / crease



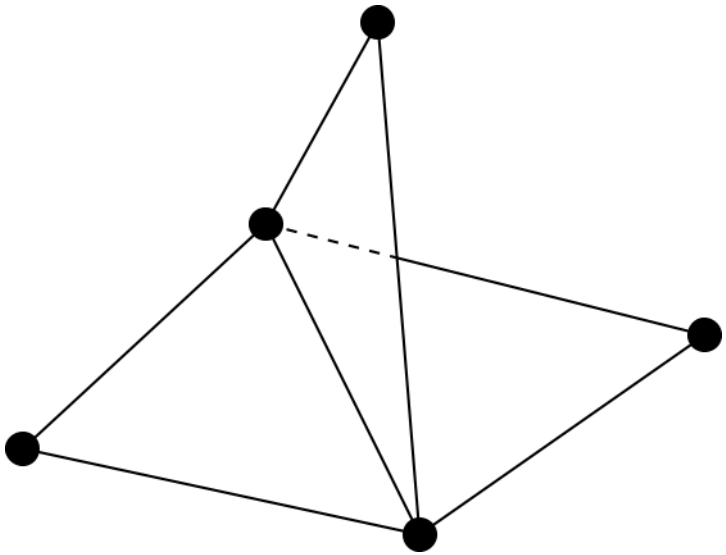
Masks for even vertices

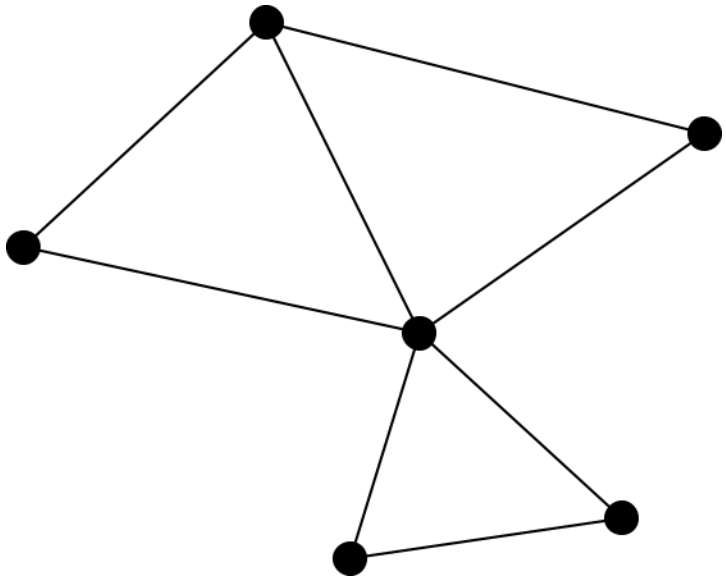
Approfondimenti sulle mesh poligonali

Mesh Two-manifold

- Una mesh si dice *two-manifold* se ogni suo punto è omeomorfo ad un disco.
- Gli algoritmi che lavorano su mesh assumono quasi sempre che la mesh sia two-manifold.
- Alcune caratteristiche di una mesh two-manifold:
  - Ogni lato ha due e solo due vertici incidenti
  - Su un lato incidono sempre una (lato di bordo) o due facce
  - Non devono essere presenti elementi sconnessi (esempio un vertice isolato)

Esempi non-manifold



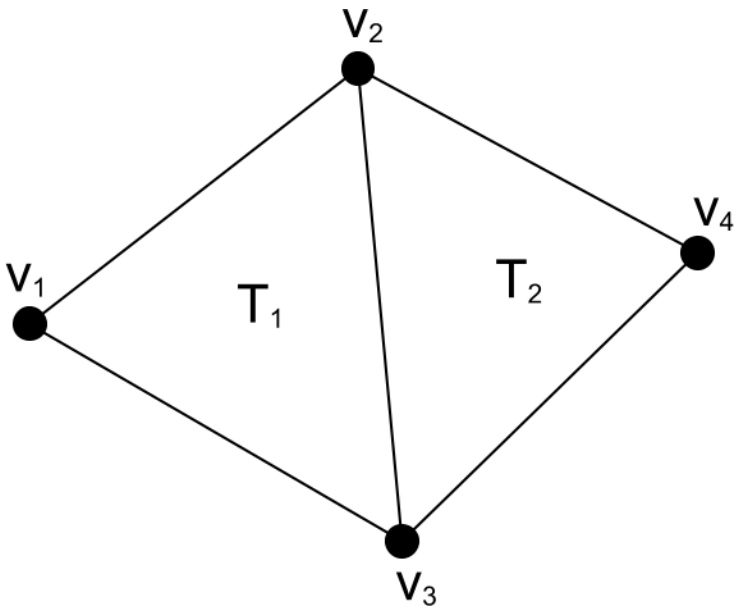


Query su mesh

- Molto spesso è utile effettuare delle query su mesh.
- Esempi:
  - Quali facce incidono su un certo vertice?
  - Quali facce incidono su un certo lato?
  - Quali vertici sono collegati con un dato vertice (1-ring)?
  - ...
- Nota: si dice che un elemento della mesh *incide* su un altro se la loro intersezione è non nulla.

Rappresentazione immediata

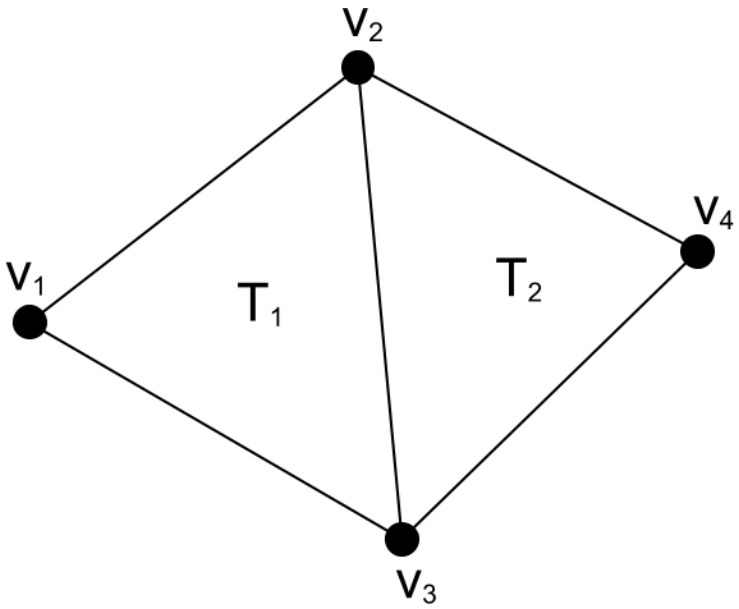
- Tutte le facce sono memorizzate come terne di vertici.
- Ad esempio il triangolo T si può rappresentare come $T = \{(v_{1x}, v_{1y}, v_{1z}), (v_{2x}, v_{2y}, v_{2z}), (v_{3x}, v_{3y}, v_{3z})\}$.
- E' semplice ma non è efficiente, ad esempio i vertici sono ripetuti.
- Le query sono particolarmente onerose.




```
Typedef struct
{
  float v1[3];
  float v2[3];
  float v3[3];
} faccia;
```

Lista dei vertici

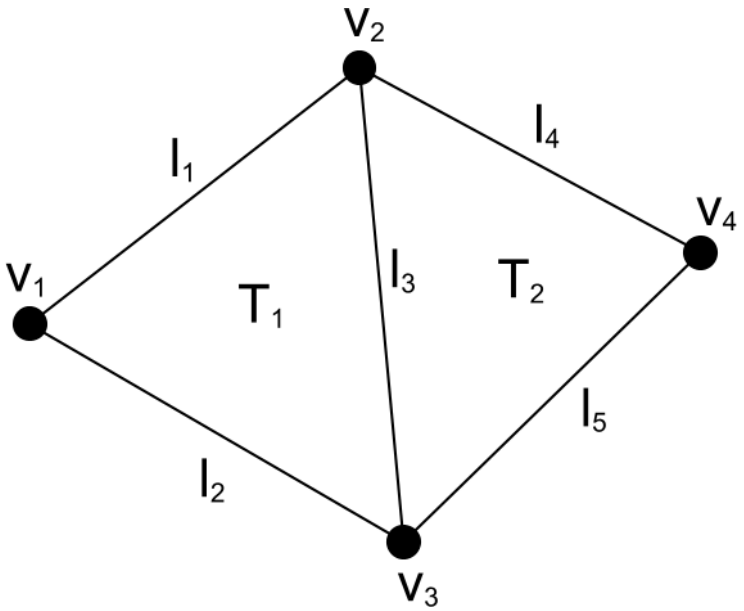
- Si utilizza una lista dei vertici senza ripetizione ed una lista delle facce che riferiscano la lista dei vertici.
- La faccia T riferisce (tramite puntatore o indice) ai vertici da cui è composta.
- In questo modo si elimana la duplicazione dei vertici ma non quella dei lati.
- Le query sono onerose anche in questo tipo di rappresentazione.




```
Typedef struct {
  float x,y,z;
} vertice;

Typedef struct {
  vertice *v1, *v2, *v3;
} faccia;
```

Lista dei lati

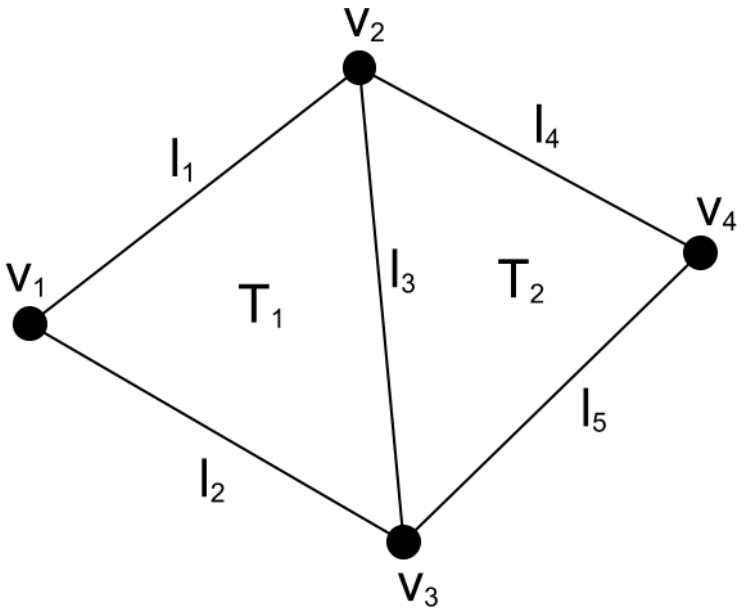
- Si utilizza una lista dei vertici (senza ripetizioni) ed una lista dei lati. Ogni lato riferisce i vertici che lo compongono. Le facce sono descritte riferendo i lati che le compongono.
- Vertici e lati non sono ripetuti.
- Le query sulla mesh cominciano a farsi più semplici ed efficienti.




```
Typedef struct {
  float x,y,z;
} vertice;

Typedef struct {
  vertice *v1, *v2;
} lato;

Typedef struct {
  lato *L1, *L2, *L3;
} faccia;
```

Lista dei lati estesa

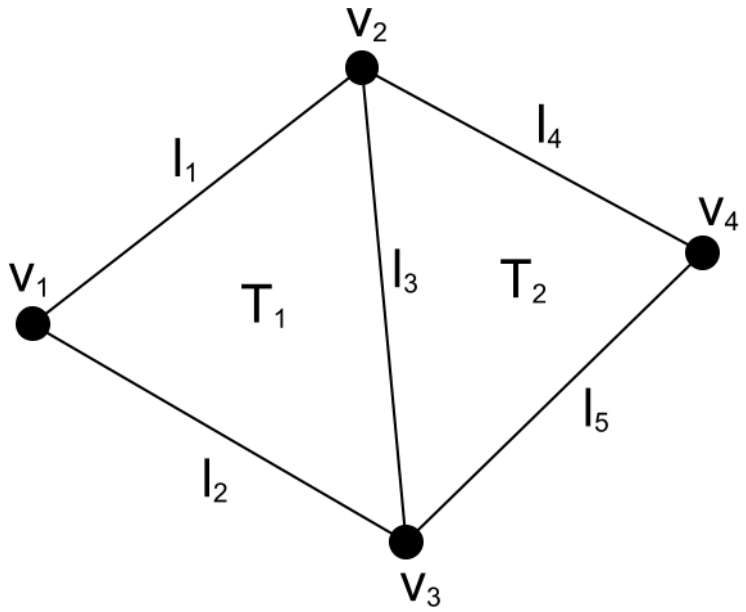
- Per rendere alcune query più efficienti si inserisce esplicitamente nella rappresentazione le due facce incidenti sul lato.
- Ovviamente a beneficiarne sono le query che sfruttano l'ncidenza lato-faccia.




```
Typedef struct {
  float x,y,z;
} vertice;

Typedef struct {
  vertice *v1, *v2;
  faccia *f1, *f2;
} lato;

Typedef struct {
  vertice *L1, *L2, *L3;
} faccia;
```

Winged-Edge

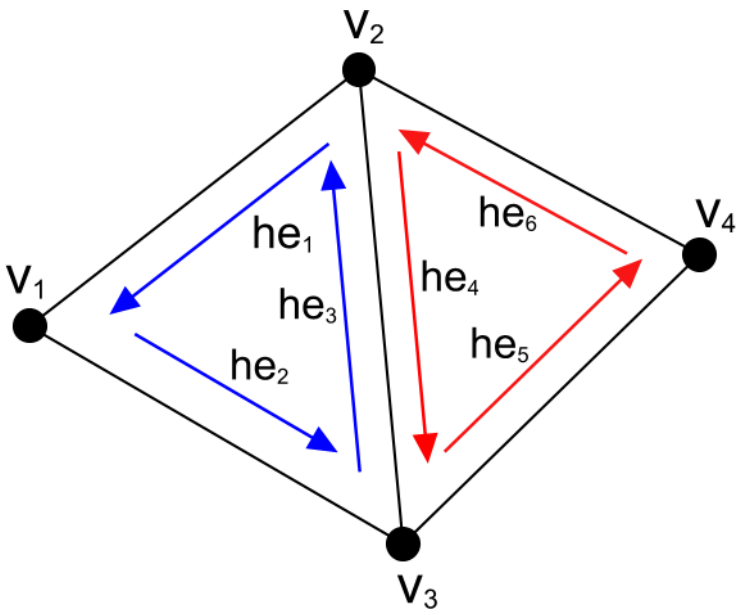
- I dati di incidenza vanno a far parte ancora più pesantemente della rappresentazione.
- Ogni lato contiene, oltre ai vertici, due puntatori alle facce adiacenti più i puntatori ad i lati uscenti.
- Ogni vertici contiene un puntatore ad uno dei lati che incide su di esso e le sue coordinate.
- Una faccia è definita da un puntatore ad uno dei lati che vi incide.




```
Typedef struct {
  float x,y,z;
  lato_we *lato;
} vertice_we;

Typedef struct {
  vertice_we *v1, *v2;
  lato_we *l1sin, *l1des;
  lato_we *l2sin, *l2des;
  faccia_we *f1, *f2;
} lato_we;

Typedef struct {
  lato_we *lato;
} faccia_we;
```

Half-Edge

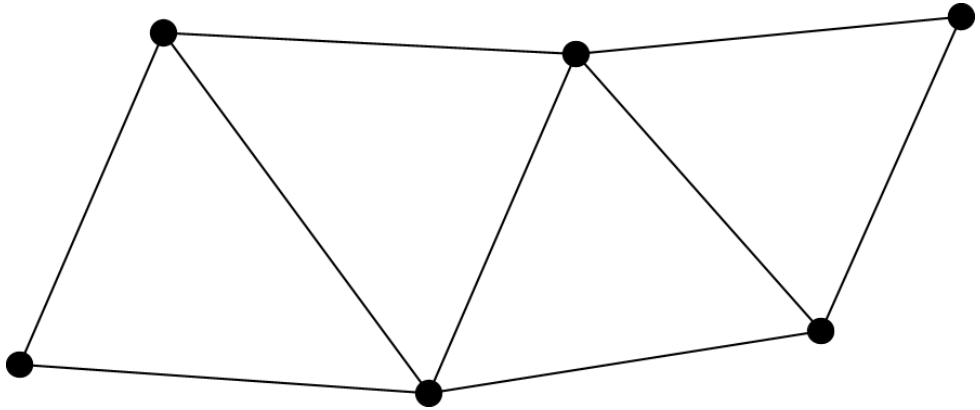
- In questa rappresentazione ogni lato viene diviso in due *semi-lati* orientati in modo opposto (da cui il nome).
- Ciascun *half-edge* contiene un puntatore al vertice iniziale, al mezzo lato gemello (secondo un ordinamento dato) ed al mezzo-lato associato.
- Ogni vertice contiene un puntatore ad uno qualsiasi dei mezzi lati uscenti e le coordinate.
- Ogni faccia contiene uno dei suoi mezzi lati.



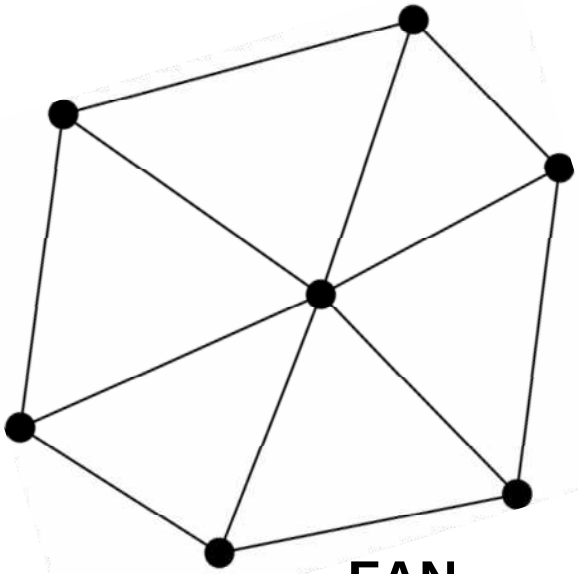

```
Typedef struct {
  float x,y,z;
  lato_he *lato;
} vertice_he;

Typedef struct {
  vertice_he *origine;
  lato_he *gemello;
  lato_he *successivo;
  faccia_he *faccia;
} lato_he;

Typedef struct {
  lato_he *lato;
} faccia_he;
```

Fan e Strip di Triangoli

- Sono particolari gruppi di triangoli utili per ottimizzare le performances di rendering (vedremo).
- *Fan*: è un gruppo di triangoli con un vertice in comune.
- *Strip*: è un gruppo di triangoli con un lato in comune.



STRIP



FAN

Domande?