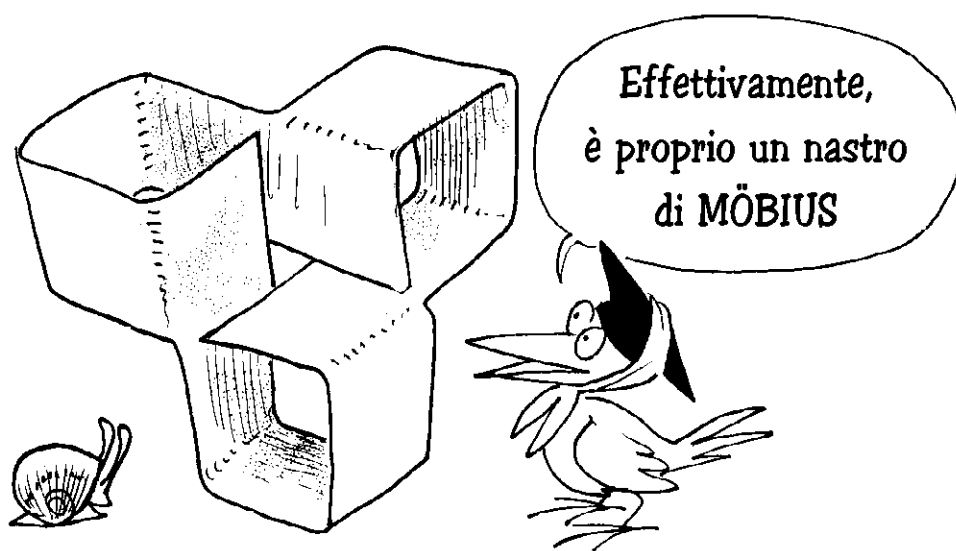


**Le avventure di Anselmo Lanturlu**

# **IL TOPOLOGICON**

**Jean-Pierre Petit**

Traduzione di Andrea Sambusetti



<http://www.savoir-sans-frontieres.com>

# L' autore

<http://www.savoir-sans-frontiere.com>



Jean-Pierre Petit, 68 anni, è un astrofisico in pensione (ma continua a produrre lavori scientifici), specializzato in teorie cosmologiche. Ha passato 29 anni all'Osservatorio di Marsiglia e ha scritto 32 libri, molti dei quali sono stati tradotti in varie lingue (otto in tutto).

Potete copiare questo file pdf e distribuirlo a chi volete. Potete anche inserirlo nel vostro sito internet, o mettere un link verso di esso. Lo scopo è di renderlo disponibile al maggior numero di persone possibile.

# Il traduttore



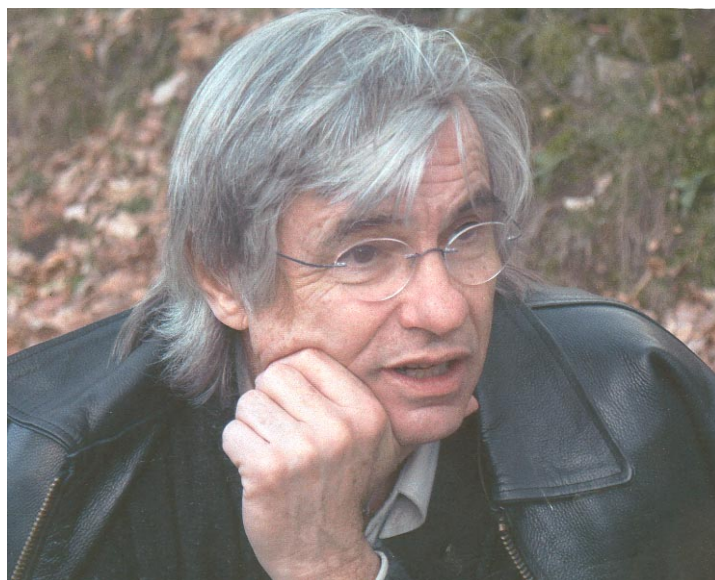
Andrea Sambusetti, è ricercatore presso il Dipartimento di Matematica dell'Università "La Sapienza" di Roma. Ha passato vari anni in Francia per il suo dottorato, quindi come postdoc e poi come "Maître de conférence" all'Università di Lyon 1. I suoi principali interessi sono la geometria differenziale e la teoria geometrica dei gruppi. Ama il gelato e il foie gras.

Il suo sito web è : [www.mat.uniroma1.it/people/sambusetti/](http://www.mat.uniroma1.it/people/sambusetti/)

# Savoir sans Frontières

(Sapere senza Frontiere)  
Association Loi de 1901 (ONLUS)

<http://www.savoir-sans-frontieres.com>



**Jean-Pierre Petit, Presidente dell'Associazione**

Ex Direttore di Ricerca presso il CNRS, astrofisico e ideatore di un nuovo genere di pubblicazione: il fumetto scientifico. Nel 2005, crea con il suo amico Gilles d'Agostini l'associazione Savoir sans Frontières che si prefigge lo scopo di divulgare gratuitamente il sapere, anche scientifico e tecnico, nel mondo intero. L'associazione, il cui funzionamento è consentito dalle donazioni che riceve, retribuisce traduttori con un compenso di 150 Euro (nel 2007) facendosi carico delle spese bancarie relative all'incasso.

I molti traduttori fanno crescere ogni giorno il numero dei testi tradotti (nel 2007, 200 fumetti scaricabili gratuitamente da internet, in 28 lingue tra cui il Laoziano e lo Ruandese).

Il presente file pdf può essere duplicato e riprodotto liberamente, parzialmente o integralmente, nonché utilizzato da insegnanti nei loro corsi, purché tali operazioni non siano a scopo di lucro. Può essere inserito in biblioteche municipali, scolastiche ed universitarie, sia in forma stampata che in reti digitali di tipo Intranet.

L'autore intende completare questa raccolta di opere con testi maggiormente accessibili ai giovanissimi (ragazzi di 12 anni). Sono inoltre in preparazione dei fumetti "parlanti" per analfabeti, nonché altri "bilingue" destinati all'apprendimento di una lingua straniera partendo dalla propria lingua madre.

L'associazione cerca costantemente nuovi traduttori che traducano nella loro lingua madre e dispongano delle competenze tecniche e linguistiche idonee alla corretta traduzione dei fumetti.

**Per contattare l'associazione, vedere la pagina iniziale del sito**

**Per fare una donazione si prega di utilizzare le seguenti coordinate bancarie di Savoir sans Frontières:**

**Numero internazionale del conto → International Bank Account Number (IBAN) :**

<b>IBAN</b>
FR 16 20041 01008 1822226V029 88

**Codice identificativo banca → Bank Identifier Code (BIC) :**

<b>BIC</b>
PSSTFRPPMAR

Gli statuti dell'associazione (in lingua francese) sono consultabili sul sito. La contabilità è accessibile on-line in tempo reale. L'associazione non preleva dalle donazioni alcun importo all'infuori delle spese per i bonifici bancari in modo tale che i compensi versati ai traduttori siano netti.

I soldi versati dai donatori sono destinati esclusivamente alla retribuzione dei traduttori con un compenso di 150 euro a fumetto (al quale si aggiungono le spese per il bonifico bancario). Gli unici costi di esercizio sono quelli relativi al sito e vengono sostenuti dagli stessi membri benevoli.

In quest'opera "umanitaria culturale" il donatore ha quindi la certezza che il 100% della donazione viene assegnato allo scopo perseguito ovvero dare accesso a conoscenze scientifiche e tecniche al maggior numero possibile di individui.

Mettiamo on line in media una decina di nuove traduzioni al mese.

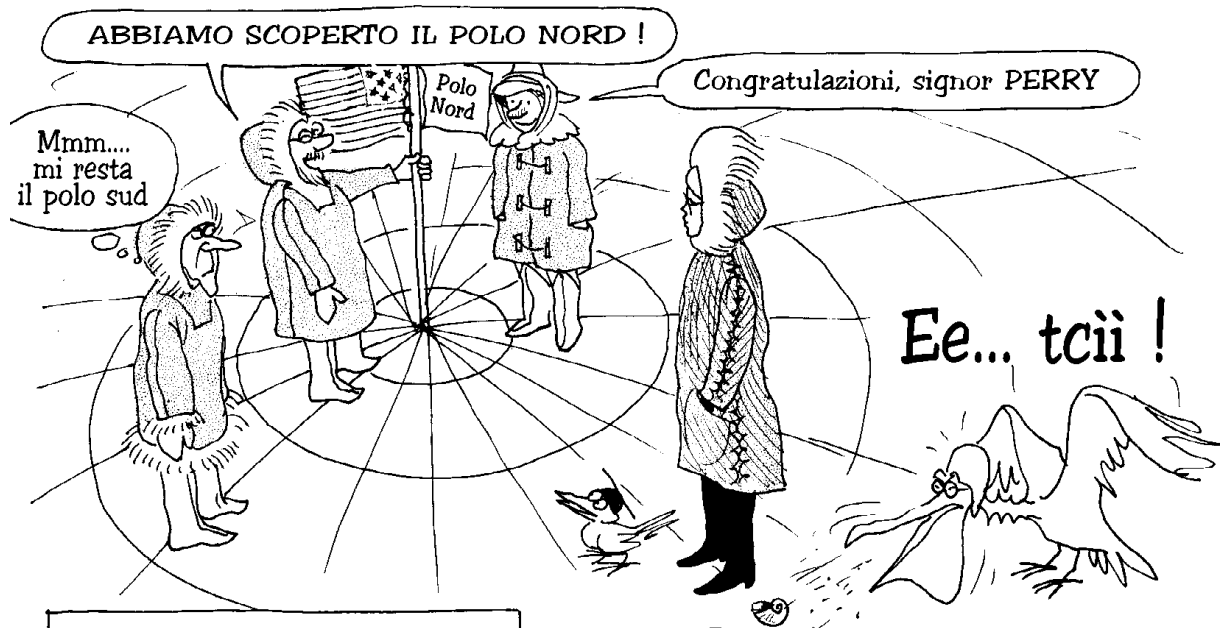
## Avvertenza per il lettore.

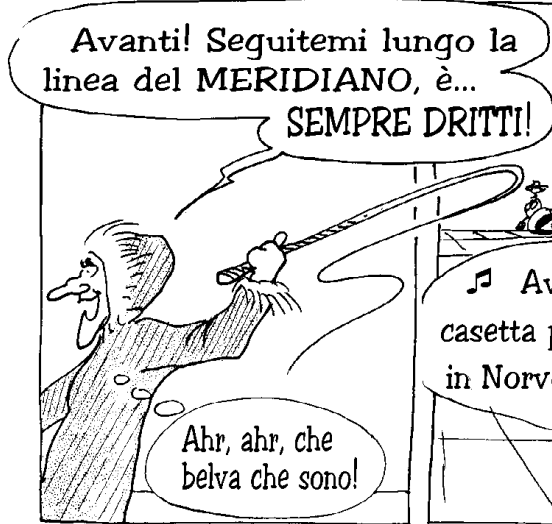
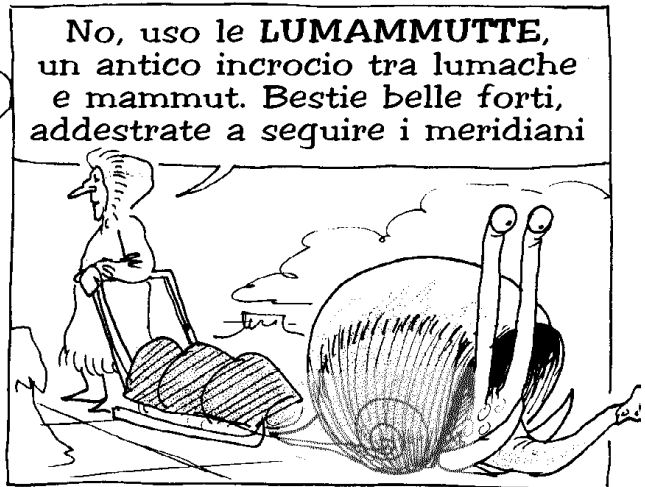
E' sconsigliato leggere questo album:

- la sera prima di addormentarsi,
- dopo un pasto troppo abbondante,
- oppure quando non si è sicuri di nulla,  
perché ciò non farebbe che aggravare le cose.

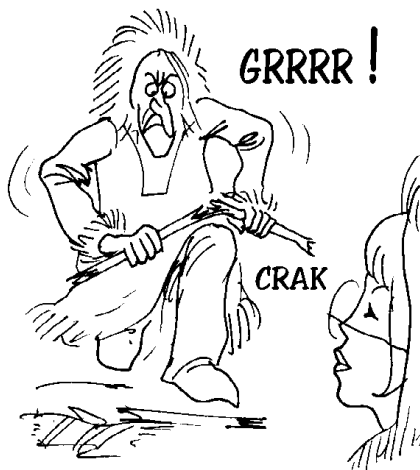
L'Autore

# IL PIANETA SENZA POLO SUD











E non una parola su questo con nessuno!

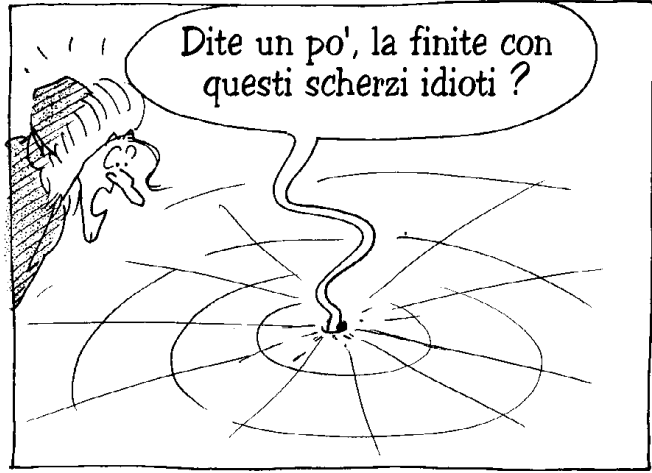
Ehi, guardate!

Si calmi, signor Amundsen

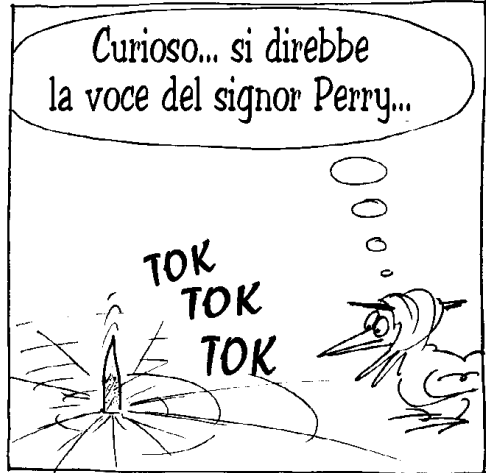


la mia bandiera! sta sparendo!!!

Cosa...!?



Dite un po', la finite con questi scherzi idioti?



Curioso... si direbbe la voce del signor Perry...

TOK  
TOK  
TOK

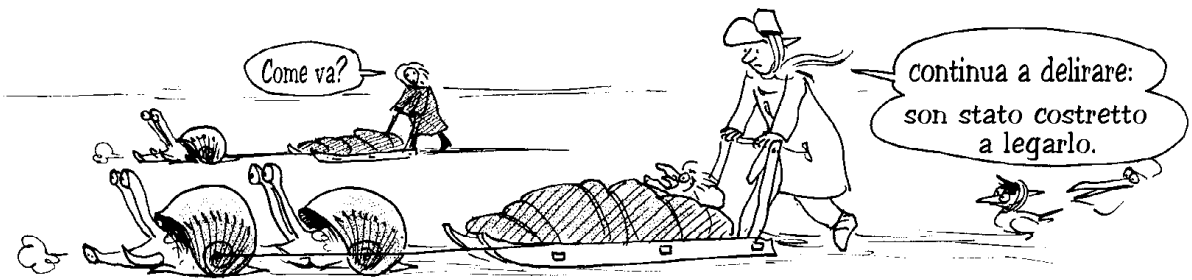
Forza, signor Amundsen, torniamocene!



Cercheremo di chiarire tutto questo

ARGL...

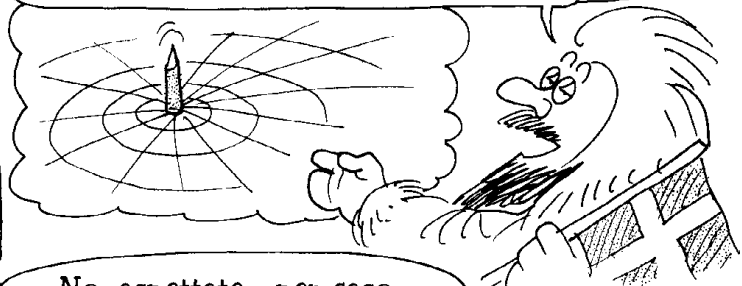
che choc!



Le lumammutte scivolano senza far rumore sui meridiani ghiacciati.



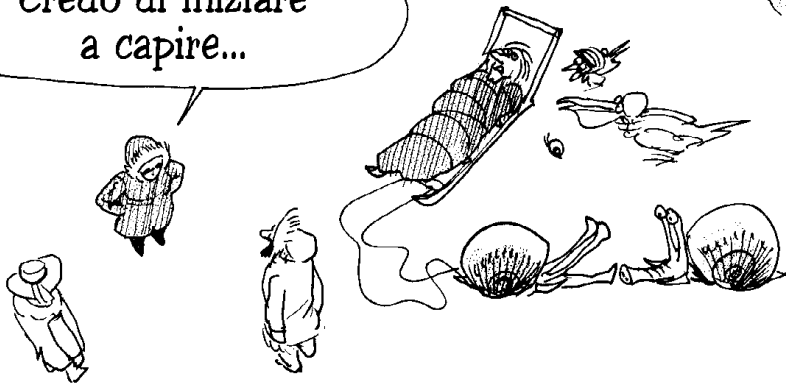
E' successa una cosa sorprendente mentre eravate via. La mia bandiera è sparita improvvisamente, e ne ho vista comparire un'altra con la scritta "POLO SUD" !!



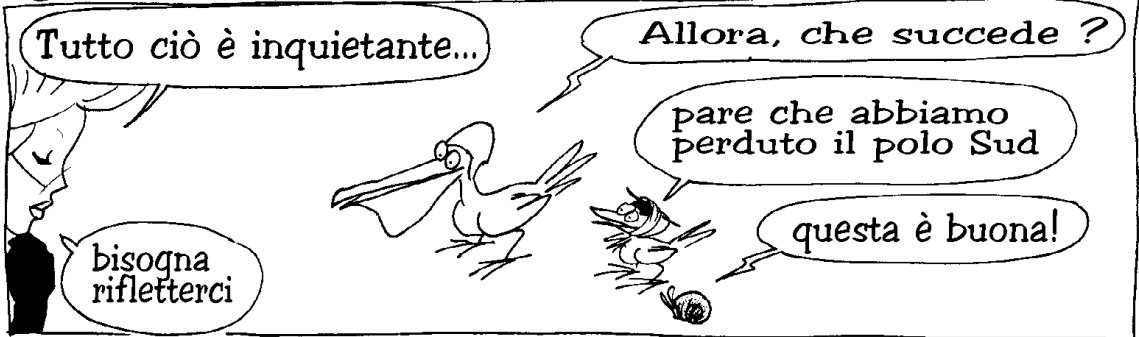
No, aspettate... per caso della bandiera "POLO SUD" è apparsa prima la punta ?

Sì, ma lei come lo sa ?

Credo di iniziare a capire...



Tutto si chiarisce se immaginiamo che l'INTORNO del meridiano che abbiamo percorso sia una SUPERFICIE UNILATERA, un NASTRO DI MÖBIUS, che ha una sola faccia (cf. il GEOMETRICON, <http://lanturluland.free.fr>)

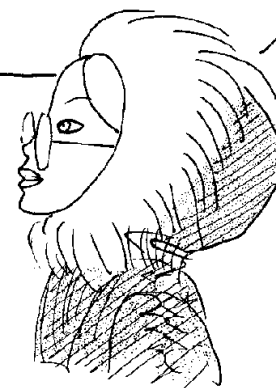


Un NASTRO DI MÖBIUS è una striscia di carta a cui, prima di richiuderla, si è impresso una torsione di 180°. La superficie così ottenuta ha un solo "lato".  
*La Direzione*

Bah, più o meno come quaggiù.

Se vogliamo togliere il signor Amundsen da questa incresciosa situazione, bisogna innanzitutto capire qual è la **FORMA** di questo strano pianeta. Proviamo a usare qualche principio di base di **TOPOLOGIA**. Cominciamo allora a scomporre ogni oggetto in :

# CELLULE CONTRAIBILI



L'oggetto più indivisibile sembra essere il **PUNTO**...



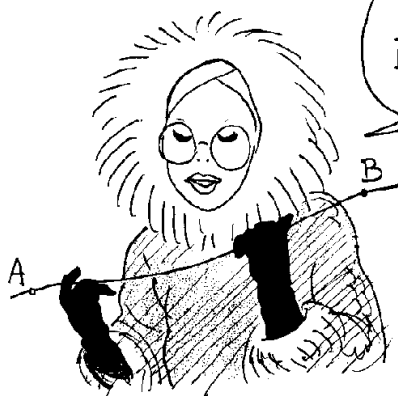
ma che farci, di un punto?



Un oggetto, considerato come un insieme di punti, occupa una certa zona dello spazio. Si dice **CONTRAIBILE** se può "ritirarsi", **PERCORRENDOSI**, fino a diventare un punto.



Prendi per esempio questo pezzo di curva. E' un oggetto ad **UNA DIMENSIONE** spaziale.



Beh... certo, la posizione di un punto su questa curva può essere determinata grazie ad un solo parametro: l'ascissa curvilinea, cioè la lunghezza del filo che lo separa da un altro punto, preso come origine.



Posso infilare questo pezzo di curva in una specie di tubicino all'interno del quale potrà ritirarsi, e ritirarsi...

...come il mercurio in un termometro

Dunque ogni curva è **CONTRAIBILE**?

No, le curve **CHIUSE** no.

ma... basta tagliarle!

ma allora la **CURVA** diventa un **SEGMENTO**. E non è più **CHIUSA**.

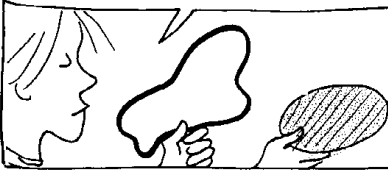
vabbe', ma se prendo un cerchio, per esempio, lo posso far ritirare ad un punto in questo modo, no?

Quindi un **CERCHIO** non è **CONTRAIBILE**, e idem per ogni curva chiusa, piana o meno

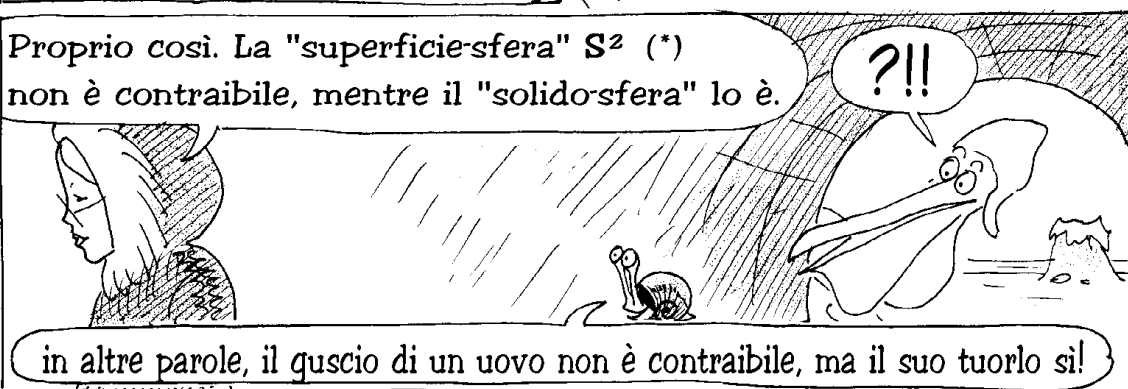
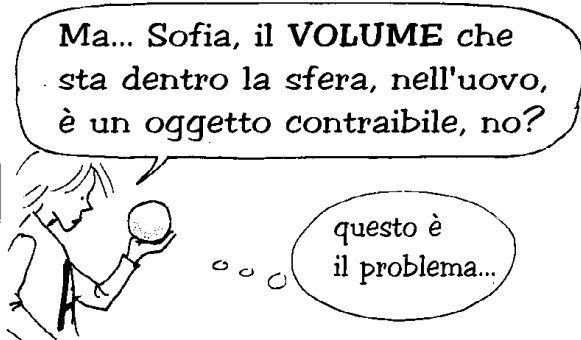
No, non va bene! In questo modo, la curva non si ritira **PERCORRENDOSI**: si deforma fuoriuscendo dallo spazio che occupava inizialmente

Invece, un **DISCO**, che è una porzione di **SUPERFICIE**, lui sì che è contraibile

Questo disco è una porzione di **SUPERFICIE**,  
quindi un oggetto a 2 **DIMENSIONI**.  
Qual è l'oggetto a 2 dimensioni che sta  
al disco come il cerchio ad un segmento?



Per contrarre una curva chiusa,  
bisogna spezzarla. Idem per la sfera,  
e per ogni oggetto del **GENERE "sfera"**



(\*) Si veda il **GEOMETRICON** (<http://lanturluland.free.fr>)



Ed esistono dei solidi non contraibili?

Sì, per esempio il "Solido-TORO"



Chiaro. Se non lo taglio, al più posso ridurlo ad un cerchio.



La "Superficie-TORO" neppure è contraibile.

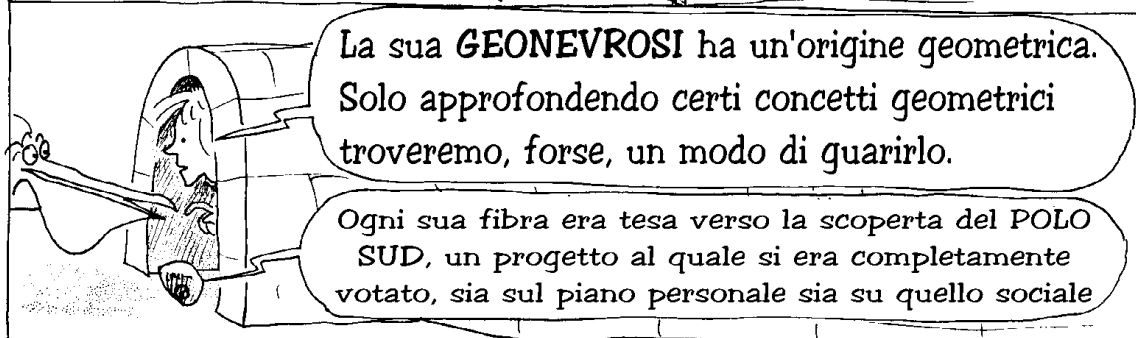
Dite un po', ma che combinate?

affari nostri...



credete proprio che sia cercando il pelo nell'uovo che lo tireremo fuori da qui?

vi rendete conto, sì, che abbiamo un esploratore in catalessi sul groppone?



La sua **GEONEVROSI** ha un'origine geometrica. Solo approfondendo certi concetti geometrici troveremo, forse, un modo di guarirlo.

Ogni sua fibra era tesa verso la scoperta del **POLO SUD**, un progetto al quale si era completamente votato, sia sul piano personale sia su quello sociale

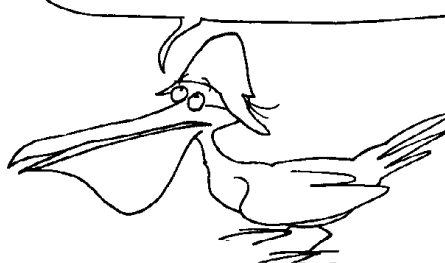


In effetti questa disavventura l'ha portato a confrontarsi con una situazione che non poteva sostenere



Eh sì... rimettere completamente in gioco il suo Io profondo!

Insomma, la sola soluzione è scoprire dov'è finito questo cavolo di Polo Sud



# SCOMPOSIZIONE CELLULARE

Ogni oggetto geometrico si può scomporre in parti elementari, "cellule" **CONTRAIBILI** di dimensione variabile: punti, segmenti, superfici, solidi ecc...



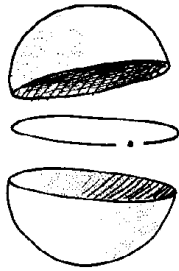
E il punto, che dimensione ha?

Per estensione, diremo che un punto ha dimensione **ZERO**.



Per esempio, per scomporre un cerchio, basta che lo consideri come un segmento che si richiude su se stesso in un punto. Se tolgo questo punto dal cerchio, quel che resta è un segmento.

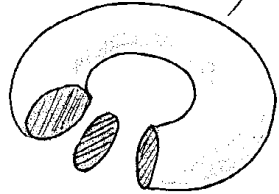




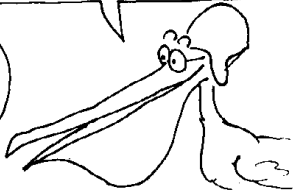
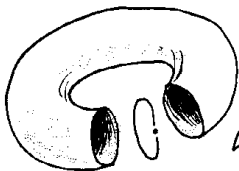
Una "superficie-SFERA"  $S^2$  può essere scomposta in due calotte e in un segmento che si richiude su un punto



Un "solido-TORO"? Vediamo... mi basta un disco per scomporlo



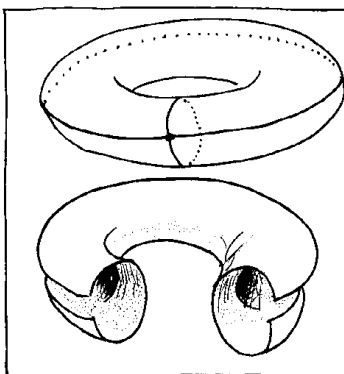
E per la "superficie-TORO"? Vediamo... taglio lungo un cerchio, lui stesso tagliato in un punto



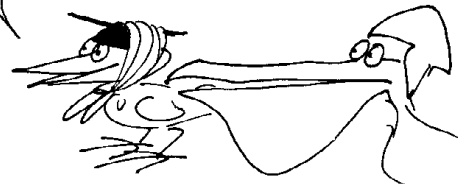
Il Toro così ridotto si potrà contrarre ad un cerchio:



che si potrà a sua volta scomporre in un segmento più un punto



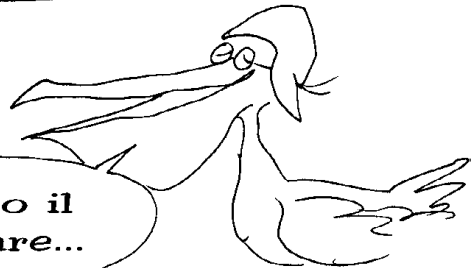
Ecco un'altra soluzione, con un punto, due segmenti, ed una cellula di dimensione 2, e tutti questi elementi sono contraibili d'un sol colpo



Vabbe', e che ci facciamo con tutto ciò?



Ci capiamo il mondo, pare...



# LA CARATTERISTICA DI EULERO-POINCARÉ

Una volta scomposto un oggetto in tal modo, costruiamo un numero  $\chi$  dato dal numero di punti, meno il numero di segmenti, più il numero di cellule contraibili di dimensione 2, meno il numero di cellule contraibili di dimensione 3 (\*), e chiameremo questo numero **CARATTERISTICA DI EULERO-POINCARÉ** dell'oggetto.



Così per il cerchio

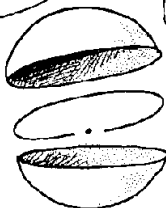
$$\chi = 1 - 1 = 0$$



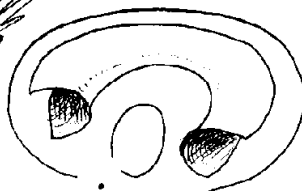
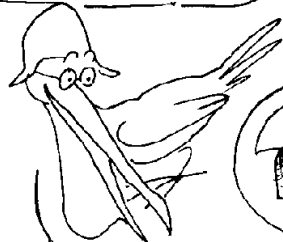
un punto, un segmento

E per la superficie-SFERA

$$\chi = 1 - 1 + 2 = 2$$



un punto, un segmento, due calotte



Per la superficie-TORO, vediamo... un punto, due cellule di dimensione 1, e una cellula di dimensione 2 :

$$\chi = 1 - 2 + 1 = 0$$

cioè: 1 punto, 2 segmenti, e una porzione di superficie contraibile



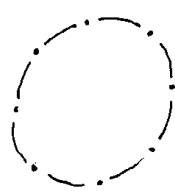
Per il solido-SFERA  $\chi = 1 - 1 + 2 - 1 = 1$  (c'è una cellula di dimensione 3 in più rispetto alla superficie-SFERA), mentre il solido-TORO ha  $\chi$  uguale a quella della superficie-TORO (in effetti, ha una cellula di dim. 2 ed una di

dim. 3 in più, vedi disegno in alto a destra, p. 14)



(\*) Questa nozione si estende immediatamente in dimensione superiore a 3 (come una somma alterna con + e -)

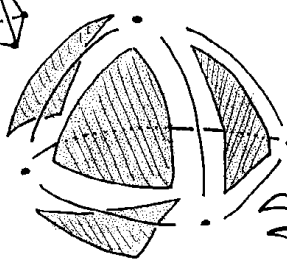
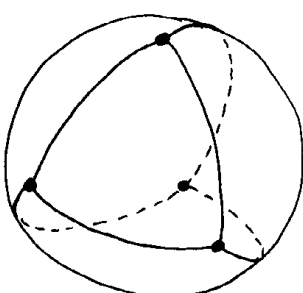
Ed ora, ascoltatemi bene: questa caratteristica  $\chi$  è **INDIPENDENTE**  
**DALLA PARTICOLARE SCOMPOSIZIONE SCELTA** (in cellule contraibili)!



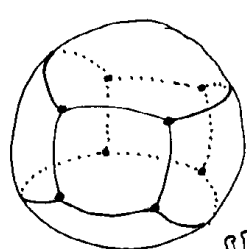
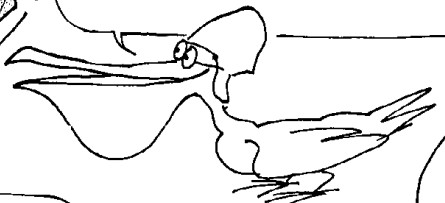
Per esempio, questa curva chiusa è stata scomposta in 8 segmenti divisi da 8 punti, e la sua caratteristica è sempre nulla.



in effetti...



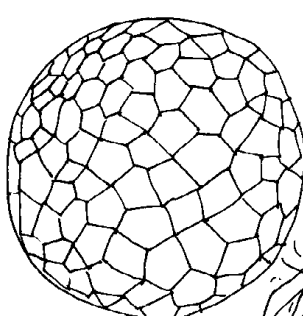
Vediamo questa scomposizione della sfera: 4 vertici, 6 segmenti, 4 facce.  
Ritrovo  $\chi = 4 - 6 + 4 = 2$



E qui ho 8 vertici, 12 segmenti, 6 facce:  
 $\chi = 8 - 12 + 6 = 2$

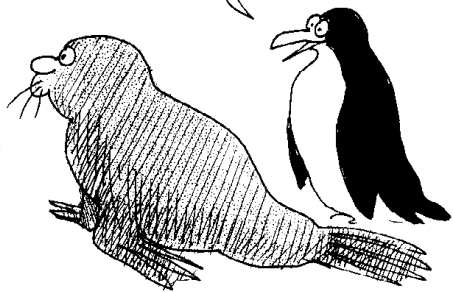


Puoi provare tutto quello che vuoi, troverai sempre  $\chi = 2$



Caspiterina!

Stupefacente, no?



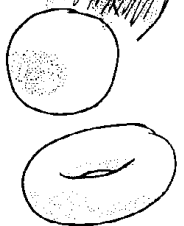
Ecco un Teorema utile: se un oggetto è unione di due oggetti, la sua caratteristica è la somma di quelle degli oggetti che lo compongono, meno la caratteristica dell'intersezione tra i due. *La Direzione*



(\*) Questo pane si fa nel sud della Francia



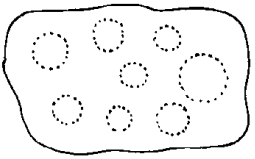
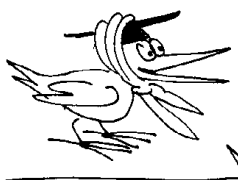
Per niente! La superficie-FOCACCIA non può mica contrarsi ad un disco ad N buchi!



○ ○ ○ ○ ○ → Possiamo passare dalla superficie SFERA (di caratteristica 2) alla superficie TORO (di caratteristica zero) aggiungendo un "manico". L'aggiunta di un manico a una superficie diminuisce la sua caratteristica di 2



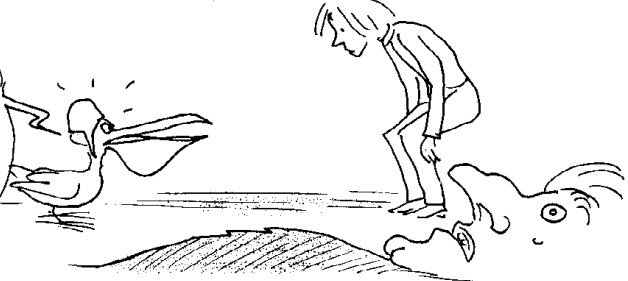
Quindi la caratteristica della superficie-FOCACCIA è uguale a 2 meno due volte il numero di buchi!



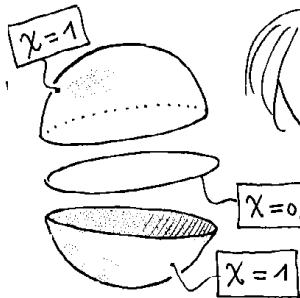
La superficie di un pezzo di groviera con N buchi è costituita da N superfici-sfere più la superficie-sfera esterna. Quindi, la sua caratteristica è  $\chi = 2(N+1)$

Mentre la caratteristica  $\chi$  del solido-GROVIERA con N buchi è uguale a  $1+N$ . Infatti, il solido-GROVIERA più N solidi-SFERA (di caratteristica 1) danno una sfera piena, e si intersecano in N superfici-SFERE (di caratteristica 2), perciò  $\chi + N - 2N = 1$  per il Teorema in alto a pagina 17

Credete che con delle idiozie di questo genere riusciremo a guarire il povero Amundsen dalla sua geonevrosi ?!!



# IL MONDO NEL QUALE VIVIAMO



Si può anche calcolare la caratteristica della superficie-sfera  $S^2$  considerandola come l'unione di due emisferi che si intersecano in un cerchio "equatore", ottenendo di nuovo  $\chi=1+1-0=2$

Nel **GEOMETRICON** avevamo presentato il concetto di **IPERSFERA**  $S^3$ , uno spazio a tre dimensioni che si richiude completamente su se stesso

Calcoliamo la caratteristica di questa "ipersfera": come spiegato nel **GEOMETRICON**, l'ipersfera  $S^3$  ha un "equatore" costituito da un'usuale sfera  $S^2$  (di caratteristica 2), che la divide in due parti...



...ognuna delle quali uguale ad un solido-sfera (di caratteristica 1) che "appoggia" il proprio bordo su questo equatore

Insomma, vi ha dato di volta il cervello?


$$\chi = 1 + 1 \cdot 2 = 0$$



SNAP!



Allora la caratteristica di un'ipersfera  $S^3$  è nulla!




Passiamo ad un'ipersfera  $S^4$ , a quattro dimensioni!

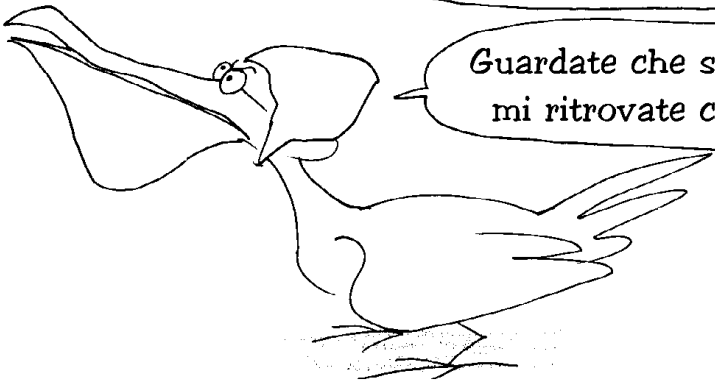
L'ipersfera  $S^4$  si può immaginare come uno spazio ipersferico  $S^3$  che evolve ciclicamente nel tempo (\*). Essa è costituita da due "iperemisferi" contraibili (di caratteristica 1) che si appoggiano su un "equatore", dato da un'ipersfera  $S^3$  (di caratteristica 0)

Quindi la caratteristica di questa ipersfera  $S^4$  sarà ancora uguale a  $\chi = 1 + 1 - 0 = 2$

Se prendessi un'ipersfera  $S^5$  a cinque dimensioni, la sua caratteristica sarebbe ancora nulla, ed il suo equatore sarebbe un'ipersfera  $S^4$



E così via...  
La caratteristica di Eulero Poincaré di un'ipersfera  $S^N$  di dimensione  $N$  è 2 se  $N$  è pari, ed è 0 se  $N$  è dispari.



Guardate che se continuate così mi ritrovate come Amundsen

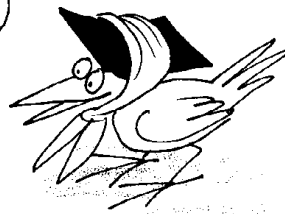


Beh, questa caratteristica di Eulero-Poincaré ci ha permesso di mettere un po' d'ordine in questa giungla di oggetti geometrici



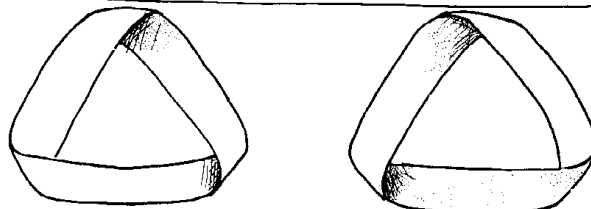
Così questo pezzo di cilindro è topologicamente identico ad un disco con un buco interno, ed ha caratteristica nulla

E cosa ne pensi invece di questo oggetto qua?



E' un **NASTRO DI MÖBIUS**, ed ha un solo lato. Cioè, non gli si può assegnare una faccia **DAVANTI** e una di **DIETRO**, così si dice che è **UNILATERA** e **NON ORIENTABILE**

In effetti, tutti i nastri che presentano un numero dispari di mezze torsioni sono dei nastri di Möbius, non orientabili. Ma questi due sembrano diversi...



Per quanto provi a storcerlo in ogni modo, non riesco a renderli uguali

Perché non hanno subito una torsione nello stesso senso. In effetti, l'uno è immagine dell'altro allo specchio. Si dice che sono **ENANTIOMORFI**.

Come la mia mano sinistra è uguale alla immagine riflessa della destra allo specchio

Tutti questi nastri, che possono contrarsi ad una curva chiusa, hanno caratteristica uguale a zero

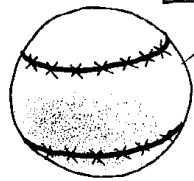
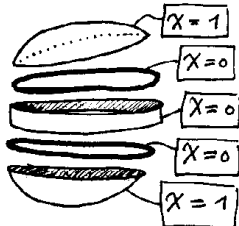
E chiaramente esistono anche **SPAZI NON ORIENTABILI** ad  $N$  dimensioni (\*)

Il **NASTRO DI MÖBIUS** è una superficie non orientabile che ha un **BORDO**. Esistono delle superfici non orientabili ma **SENZA BORDO? CHIUSE SU SE STESSE?**

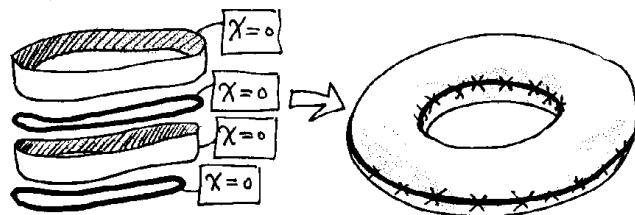
Risposta nel capitolo che segue!

# BORDO CONTRO BORDO

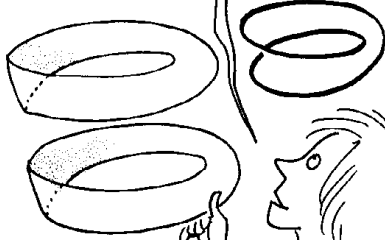
Una **CURVA CHIUSA** (scomposta in un segmento più un punto) ha caratteristica nulla. Idem per un **NASTRO**, sia esso a uno o a due lati, il quale può essere contratto ad una curva chiusa. "Chiudendo" un nastro a due lati incollandovi due dischi lungo le due curve che ne costituiscono il bordo, otteniamo una **SUPERFICIE-SFERA  $S^2$**  (di dimensione 2)



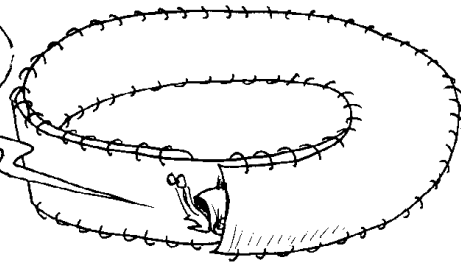
Allo stesso modo si possono cucire tra loro due nastri a due lati lungo il loro bordo ottenendo la **SUPERFICIE-TORO  $T^2$**



Mmm... teoricamente dovrei riuscire a cucire tra loro due nastri di Möbius lungo la sola curva chiusa che ne è il bordo

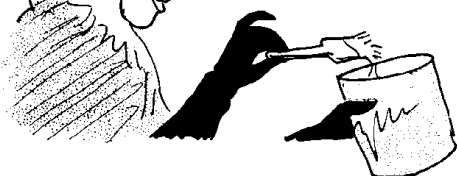


Oops!? Qui c'è un problema!



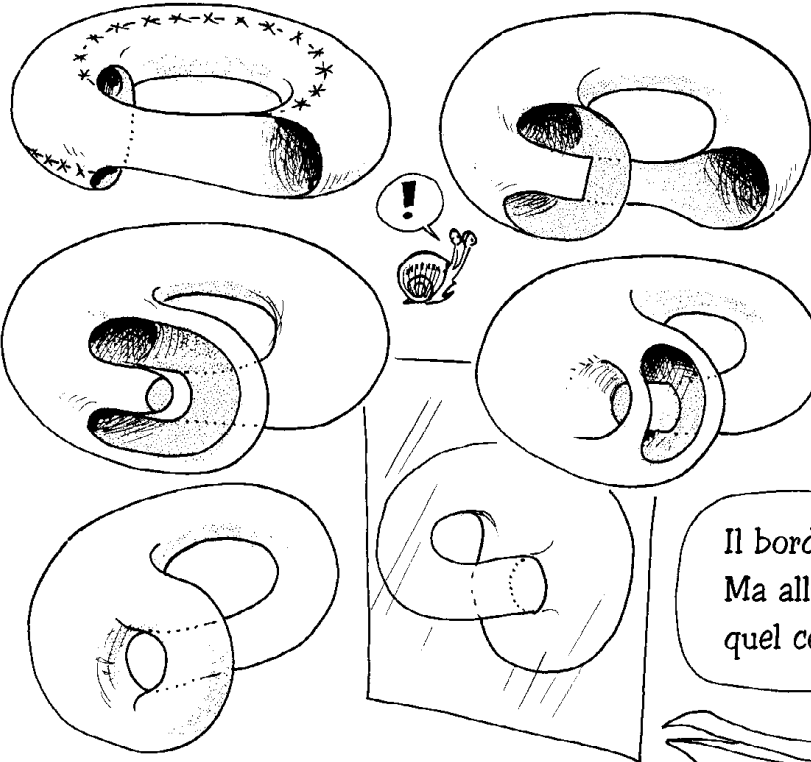
Aspetta, ti serve un po' di **TRAVERSINA...** (\*)

**TRAVERSINA?**



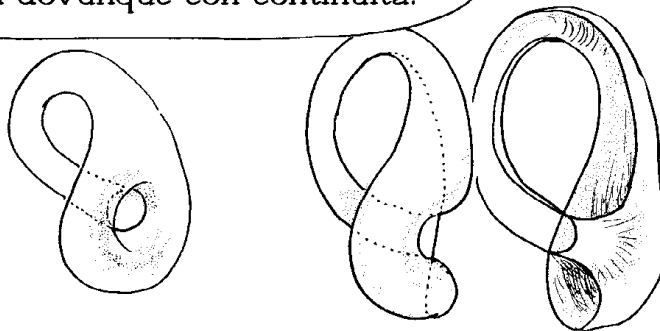
(\*) La **TRAVERSINA** è estratta dal guscio degli **OMOTÒPI**

Se spalmiamo un po' di **TRAVERSINA** su una conchiglia, questa si mette crescere, a spingere lungo il **BORDO**, tendendo a richiudersi, e allo stesso tempo la superficie della conchiglia assume la capacità di **AUTOATTRAVERSARSI!**



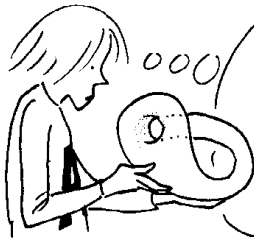
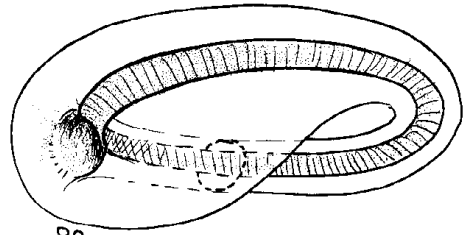
Il bordo è sparito.  
Ma allora cos'è  
quel cerchio là?

E' la **CURVA DI AUTOINTERSEZIONE**,  
non è un **BORDO!** Puoi verificare tu stesso  
che in questa **BOTTIGLIA DI KLEIN** la  
superficie varia dovunque con continuità.



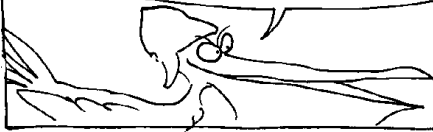
due  
mezze  
bottiglie

La sua caratteristica è nulla perché è costruita a partire da due nastri di Möbius ( $\chi=0$ ) e da una curva chiusa (ancora  $\chi=0$ ). E' abbastanza facile visualizzare uno di questi due nastri sulla superficie della bottiglia.



Chiaramente se una superficie contiene un nastro di Möbius vuol dire che è unilatera...

A proposito Tiresia, non è che magari riusciamo a trovare uno di questi nastri di Möbius sulla vostra conchiglia?



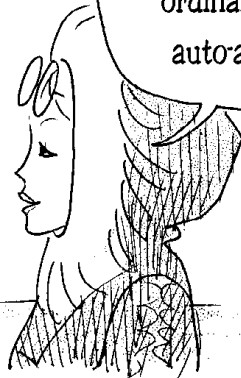
Ah, non vi ci mettete pure voi ora !



Ad ogni modo, è una superficie ben strana, questa...



Fino a oggi avevi visto solo superfici che non si autoattraversano, come la SFERA, o il TORO, nella loro rappresentazione ordinaria. Una superficie dello spazio che si autoattraversa è detta un' **IMMERSIONE**

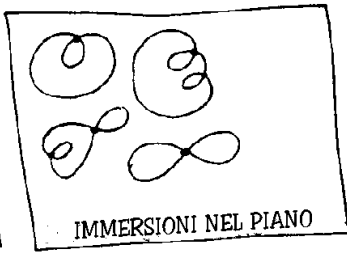
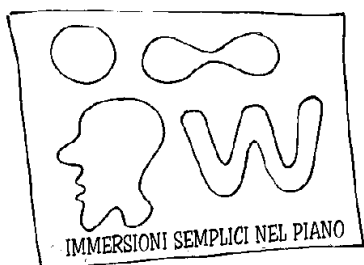


Immersioni...?



# IMMERSIONI SEMPLICI E NON

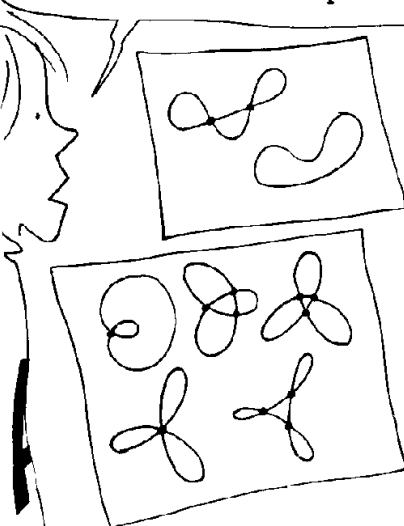
Una curva chiusa è un ente geometrico unidimensionale, senza "incidenti di percorso", la cui particolarità sta nel non avere né inizio né fine. Ebbene, esistono un'infinità di possibilità di rappresentarla nel piano



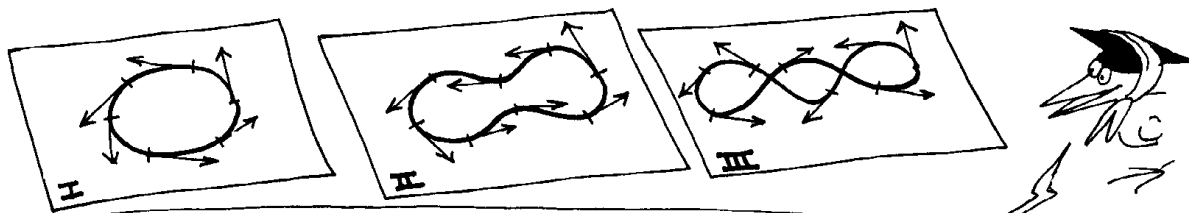
Quando non si auto-interseca, diremo che è **IMMERSA SEMPLICEMENTE (\*) NEL PIANO**, altrimenti diremo soltanto che è **IMMERSA**

Immagino che ciò che le caratterizza sia il numero dei loro punti di intersezione?

No, perché deformandole in modo continuo, posso far apparire o sparire **COPPIE DI PUNTI** di autointersezione. Quello che resta invariato invece è il **NUMERO DI GIRI** che compiono



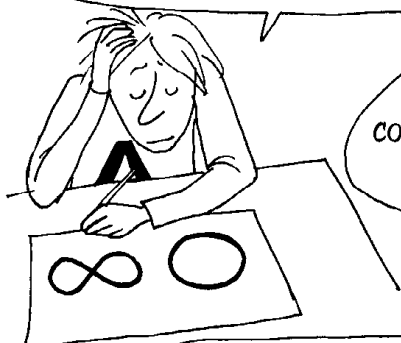
Guarda qui: faccio muovere questo vettore lungo la curva obbligandolo a restare tangente...



Tramite una deformazione regolare (senza passare cioè per linee spezzate o "angolose") posso trasformare in modo continuo la curva I nella curva III. Tale trasformazione conserva il numero totale di giri ( $360^\circ$ ) che la freccia compie lungo ciascuna curva

Quella sopra è detta un' **OMOTOPIA REGOLARE** nel PIANO. Essa conserva il numero di giri che compie il vettore tangente alla curva.

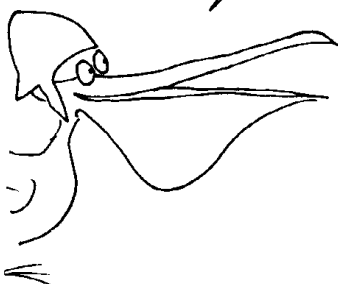
Hai voglia a provare, non riesco a trasformare quest'**OTTO** in un **CERCHIO**...



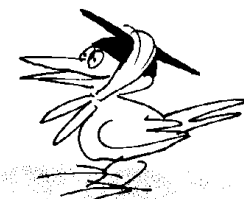
Normale. Il vettore tangente non compie lo stesso numero di giri! Sull'**OTTO**, l'angolo totale di rotazione è zero!



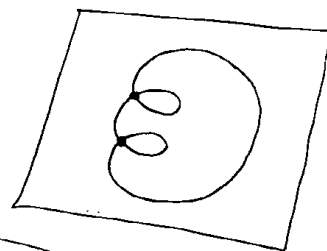
Volendo rispettare queste regole di deformazione delle curve (continuità e regolarità), ci sono trasformazioni che risultano **POSSIBILI**, e trasformazioni che risultano **IMPOSSIBILI** da effettuare.



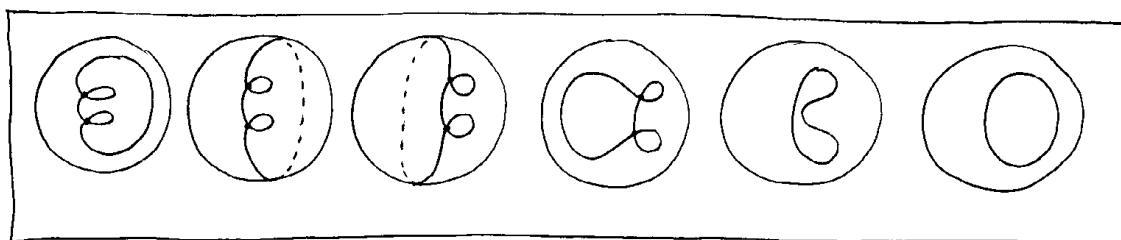
Mica facile!



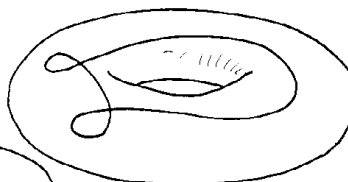
Tutto dipende dallo **SPAZIO** in cui si rappresenta l'oggetto. Prendi ad esempio questa curva: in un piano, non c'è modo di far scomparire i suoi due punti doppi



Invece, su una **SFERA**:



Così, certe trasformazioni che sono impossibili in un certo **SPAZIO DI RAPPRESENTAZIONE** (nel nostro caso, il piano), diventano possibili in altri spazi, che hanno una **TOPOLOGIA** diversa. E viceversa.



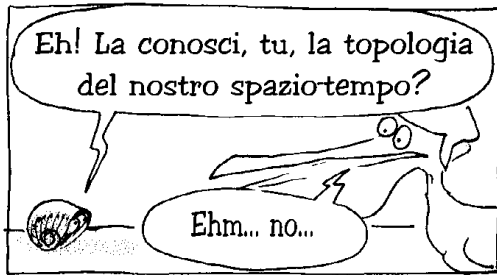
Nel piano, questa curva si scioglie facilmente, mentre è impossibile scioglierla quando la si rappresenta su un toro

Ma insomma, Tiresia, nel nostro **SPAZIO-TEMPO**, è appurato quali cose sono **POSSIBILI** e quali **IMPOSSIBILI**, no?

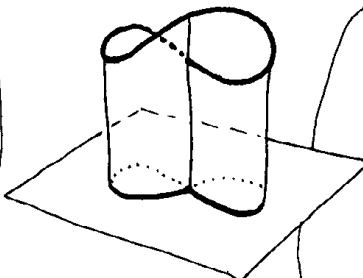


che angoscia...





I punti di auto-intersezione di una curva chiusa dipendono solo dal modo di rappresentarla su una superficie. L'immagine bidimensionale che ne abbiamo è una pura proiezione!

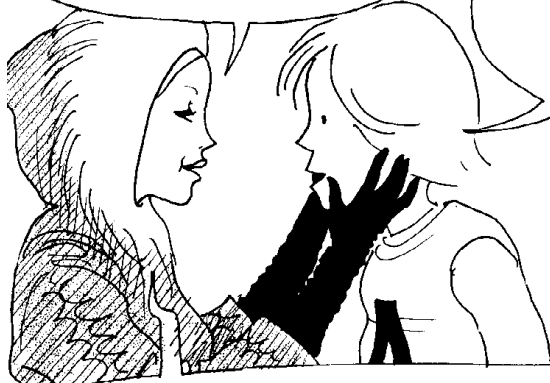


Fondamentalmente, in tutto questo c'è un solo oggetto che conta: **LA CURVA CHIUSA**, ente unidimensionale.

In uno spazio di rappresentazione a 4 dimensioni, la **BOTTIGLIA DI KLEIN** non si auto-interseca più!



Ma allora, cambiando lo spazio di rappresentazione, posso fare praticamente **TUTTO**. Per esempio potrei trasformare una bottiglia di Klein in una sfera?



No, ci sono delle caratteristiche degli oggetti che risultano **INDIPENDENTI DALLO SPAZIO DI RAPPRESENTAZIONE**

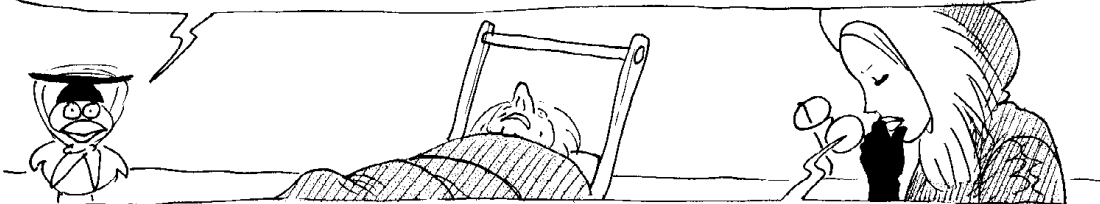
# LA TOPOLOGIA

Per esempio: la caratteristica di Eulero-Poincaré, l'orientabilità, e la proprietà di essere aperto o chiuso.

Per gli enti unidimensionali tutto si riduce all'asserto:  
**UNA CURVA O E' APERTA, O E' CHIUSA.**



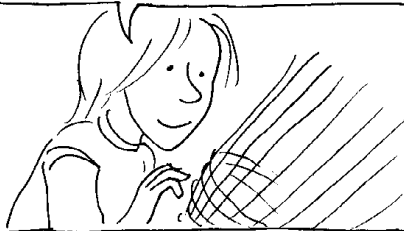
Tutte le nostre strutture mentali, la nostra **LOGICA**, la nostra percezione del mondo, si fondano su basi geometriche in cui possono aprirsi crepe da un momento all'altro...



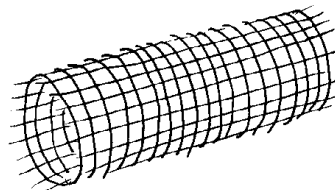
Se non riusciremo a ristabilire un minimo di coerenza nella percezione che il nostro amico ha del mondo, si corre il rischio che permanga nel suo stato di rifiuto dell'universo sensibile

# RETICOLI

Ho trovato un altro modo di rappresentare facilmente le superfici: **MODELLINI IN VIMINI**



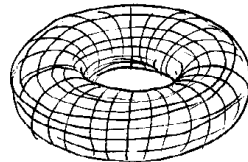
Per la Sfera, ho qualche problema



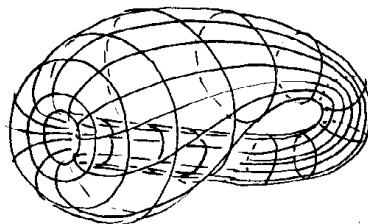
Questo, per esempio, è un **CILINDRO**



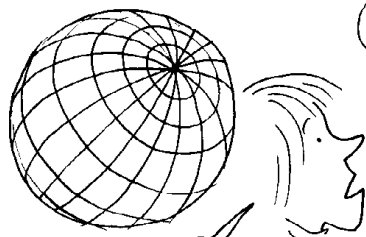
ecco un **TORO**



e una bottiglia di **KLEIN...**



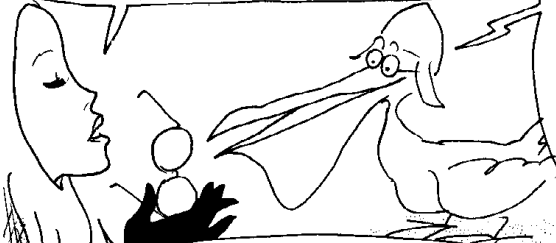
Per la Sfera, devi introdurre **2 POLI**.



Ma... non capisco. Per il **TORO** e per la bottiglia di **KLEIN** non ce n'è bisogno...

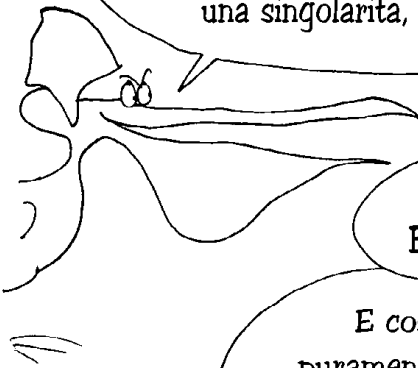
La caratteristica di Eulero-Poincaré ti dice il numero di **POLI** che è necessario introdurre per **RETICOLARE** una superficie. Per il **TORO** e per la bottiglia di **KLEIN** è zero. Ma per la **SFERA**, è **2**

Questo concetto, chiaramente,  
può essere generalizzato a SPAZI  
a 3,4... o a N DIMENSIONI



Semplice, usi  
gli **IPERCUBI**.

Aspettate un attimo...  
La caratteristica di un'ipersfera  $S^4$  è 2.  
Ma allora questo significa che il nostro  
spazio-tempo dovrebbe avere almeno  
una singolarità, tipo un polo?



Ed infatti il  
**BIG BANG** cos'è ?!

E così delle considerazioni  
puramente geometriche avrebbero  
permesso di prevedere uno dei  
fenomeni più fantastici della storia del  
mondo, scoperto contemporaneamente  
a quello dell'espansione dell'Universo



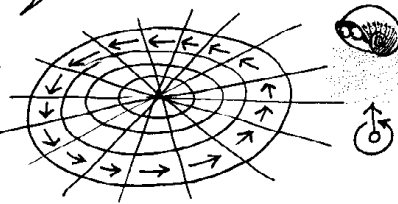
Salvo errori, secondo il modello  
ciclico di **FRIEDMANN** (\*) l'Universo  
è un' **IPERSFERA**  $S^4$ . Posso immaginare  
che si possa **RETICOLARE** un oggetto  
tridimensionale con strutture cubiche,  
Ma, in dimensione 4 ??

Ipercubi ?  
Buona questa...

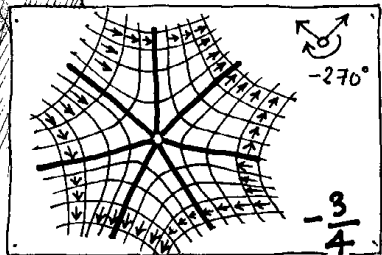
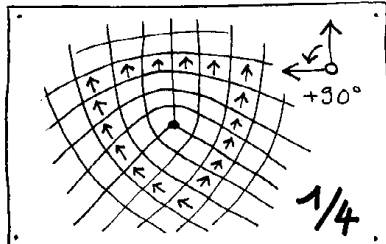
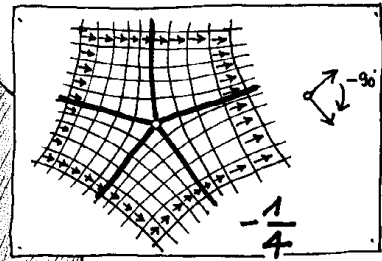
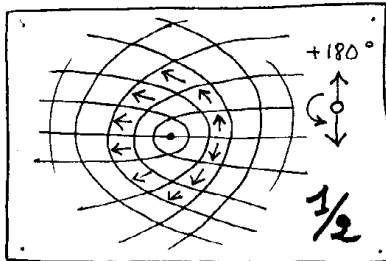


# SINGOLARITA'

L'ORDINE DI UNA SINGOLARITA' DI UN RETICOLO è uguale all'angolo totale di rotazione che la freccia compie (vedi figura), positivo o negativo, diviso  $360^\circ$

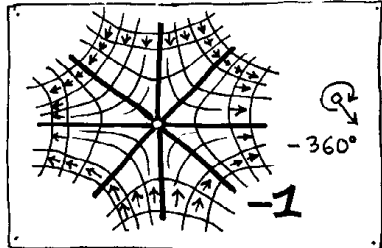
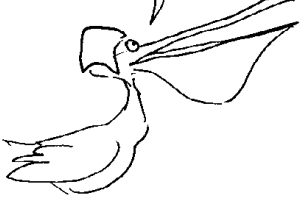
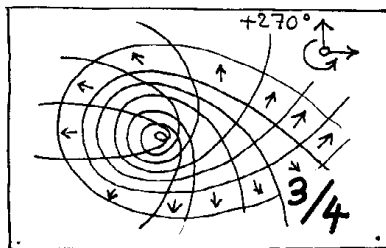


per un POLO l'indice è 1

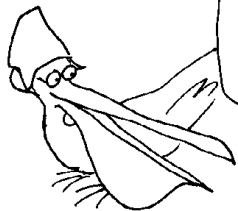


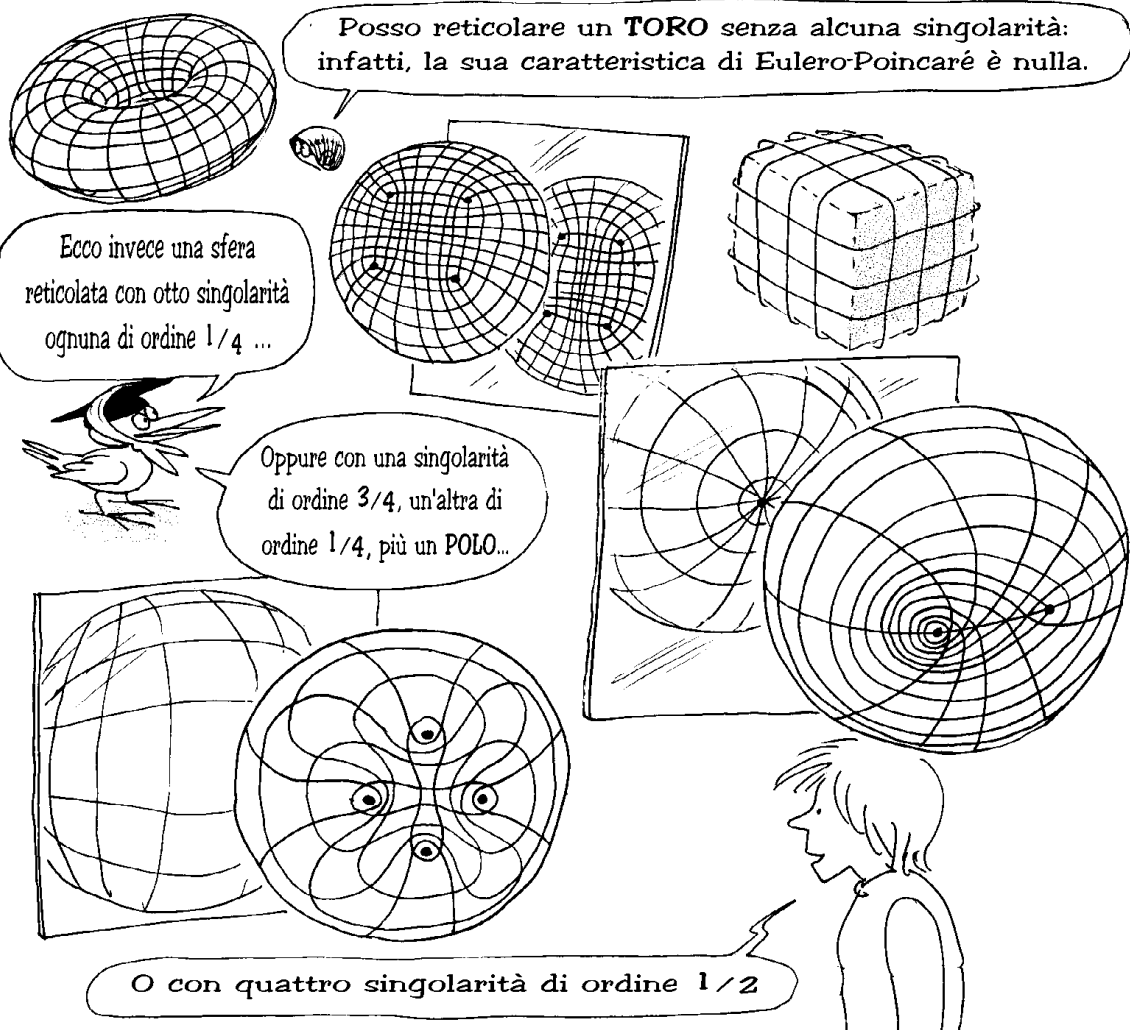
Ecco delle singolarità di ordine negativo (a destra) e di ordine positivo (a sinistra)

che interesse ha tutto ciò?



Se reticoli una superficie chiusa, potrai ritrovarti con un certo numero di singolarità. Ebbene, la caratteristica di Eulero-Poincaré è proprio uguale alla somma algebrica degli ordini delle singolarità.



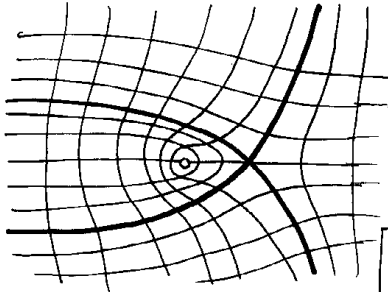


**NOTA:**

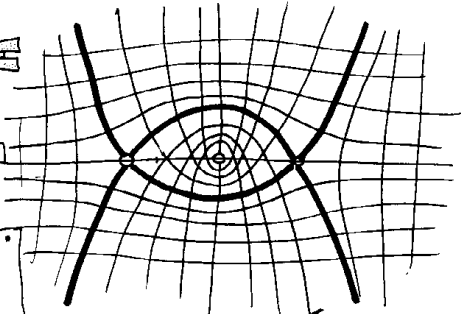
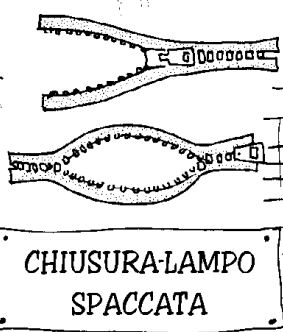
Il lettore che abbia letto **IL BUCO NERO** (<http://lanturluland.free.fr>), pagg. da 14 a 36, avrà senz'altro notato la somiglianza tra i disegni delle singolarità di questi reticoli con quelli che illustravano, in tale libro, i **POSICONI**, i **NEGACONI** e la **CURVATURA**. In effetti tutte queste nozioni, misurabili per variazioni angolari, sono strettamente legate tra loro. Per esempio, la **CURVATURA TOTALE** di una superficie rappresentata nel nostro spazio a tre dimensioni è precisamente uguale alla sua caratteristica di Eulero-Poincaré moltiplicata per  $360^\circ$ .

*La Direzione*

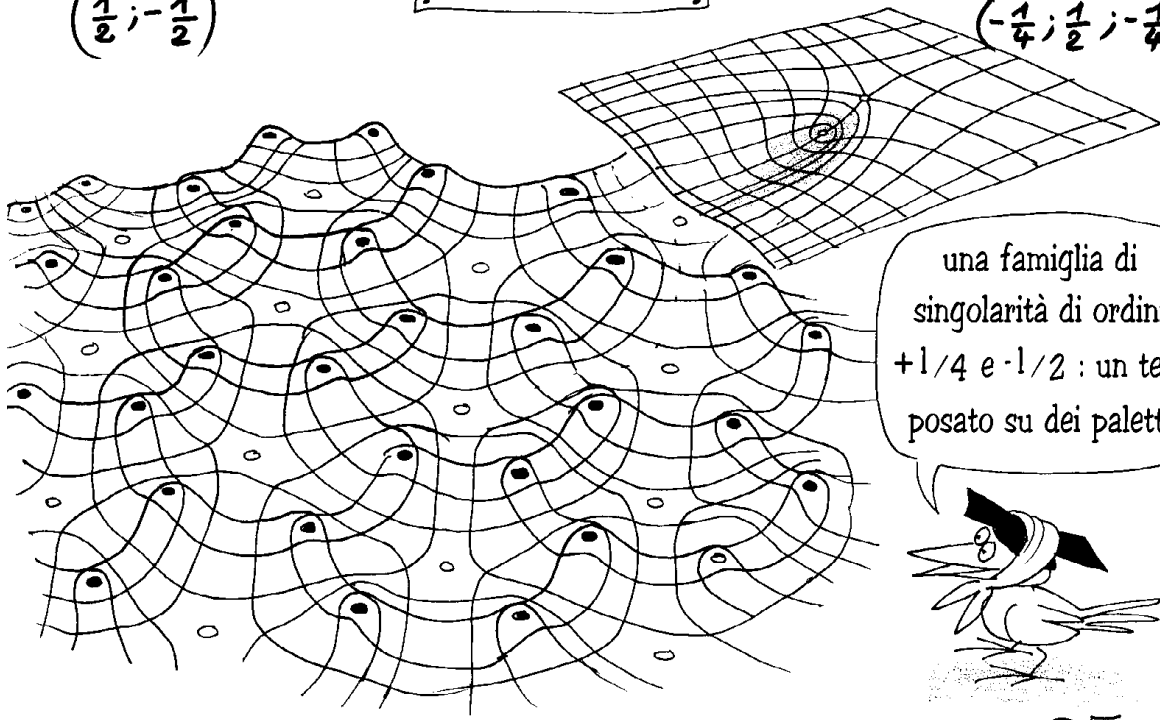
Peccato che queste cose in pratica non servano a niente, come il greco o il latino...



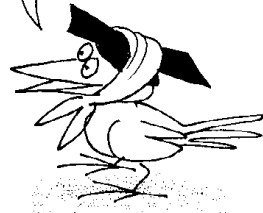
$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

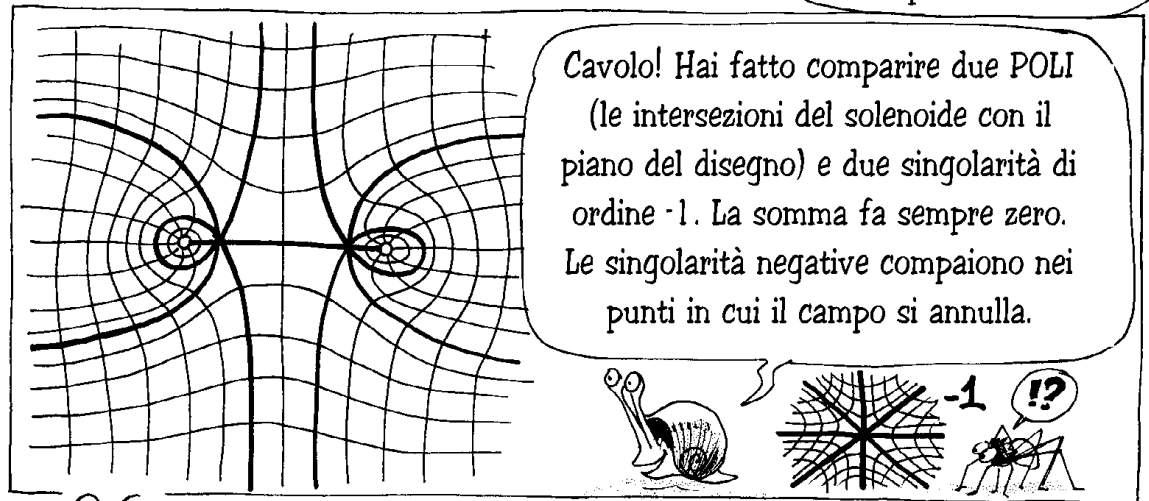


$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



una famiglia di singolarità di ordini  $+1/4$  e  $-1/2$ : un telo posato su dei paletti

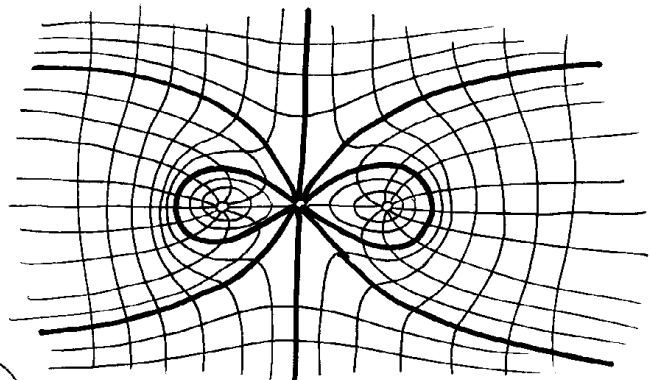




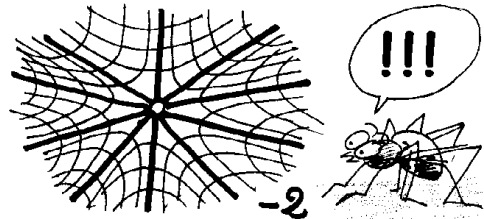


In effetti, questo sistema ha una simmetria di rivoluzione, e produce un esempio di reticolo con delle singolarità

Ora aumento la corrente in modo da annullare completamente il valore del campo magnetico al centro del solenoide



I due punti del piano in cui il campo era nullo si sono fusi in un unico punto, di ordine -2 (esempio di CONFLUENZA DI SINGOLARITA')

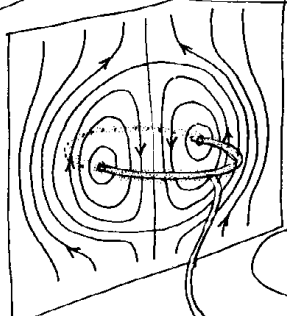


Divertente, questa roba. Aumentiamo ancora il campo?

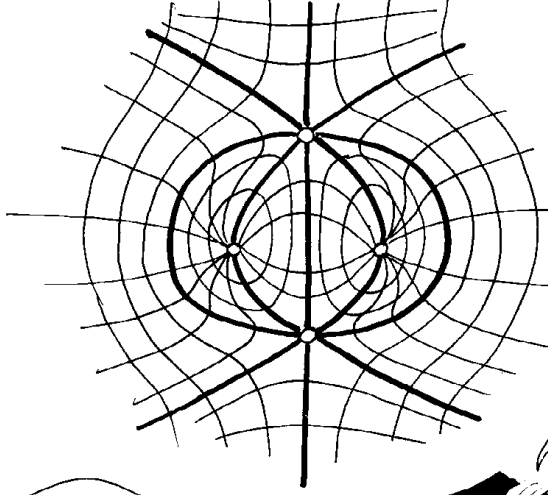
Non è che rischia di diventare pericoloso??

Di cosa hai paura, Leone?  
Di creare alterazioni irreversibili  
nello spazio-tempo? Diamo solo  
cento gauss, vecchio mio...

Dall'avventura **IL MURO DEL  
SILENZIO**, Leone ha una vera  
fobia per i campi magnetici



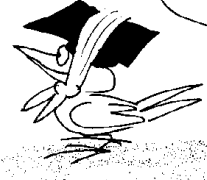
Grande!  
**A**



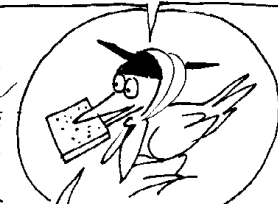
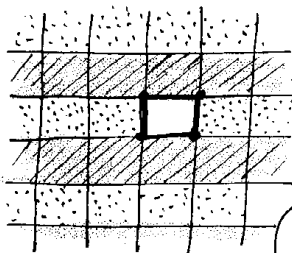
Il campo magnetico si è  
invertito al centro della spira.  
La singolarità si è sdoppiata  
in due singolarità di ordine -1.  
Abbiamo creato un **VORTICE**  
magnetico a geometria torica



i reticoli e le singolarità  
si trovano ad ogni angolo  
della fisica...

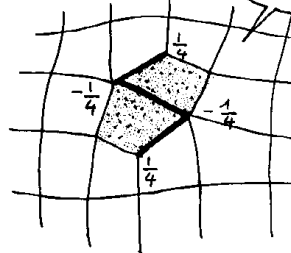
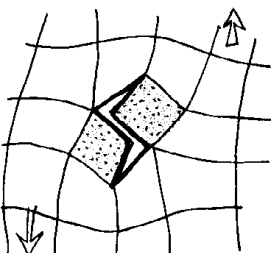
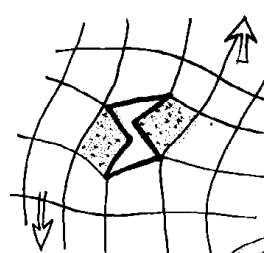
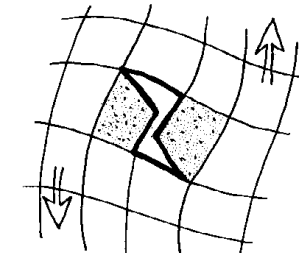
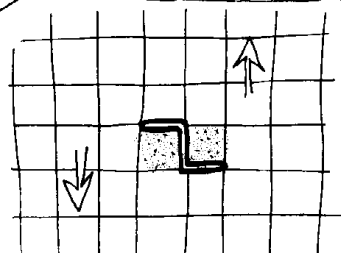
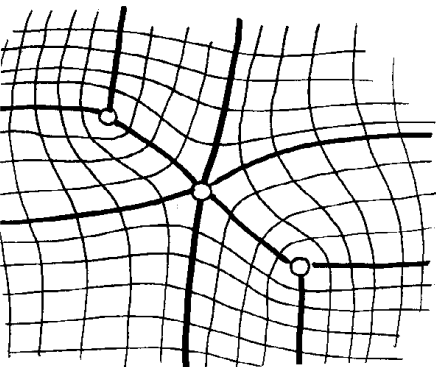
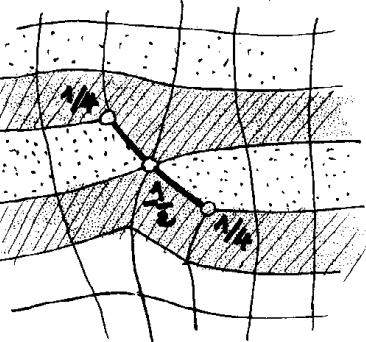
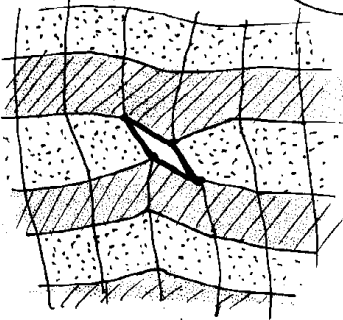


I **CRISTALLI** sono delle miniere di singolarità. In questo cristallo piano a maglia quadrata, se si crea un **DIFETTO** levando un elemento, il vuoto verrà riempito con la produzione di una singolarità di ordine  $-1/2$  e due di ordine  $1/4$

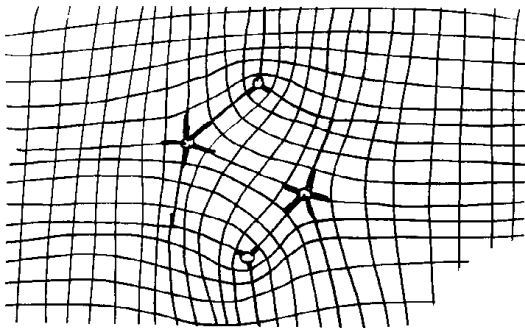


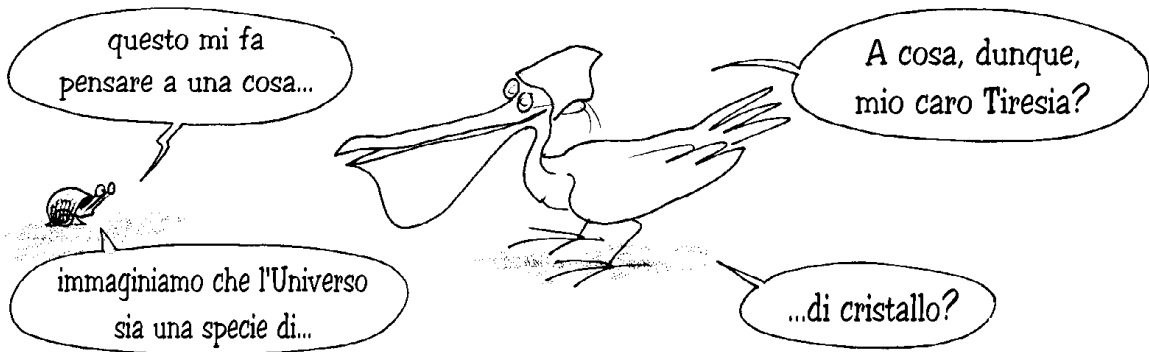
levo un quadrato...

E qui uno sforzo di taglio produrrà una risistemazione nel reticolo piano che porta a due singolarità di ordine  $1/4$  più altre due di ordine  $-1/4$

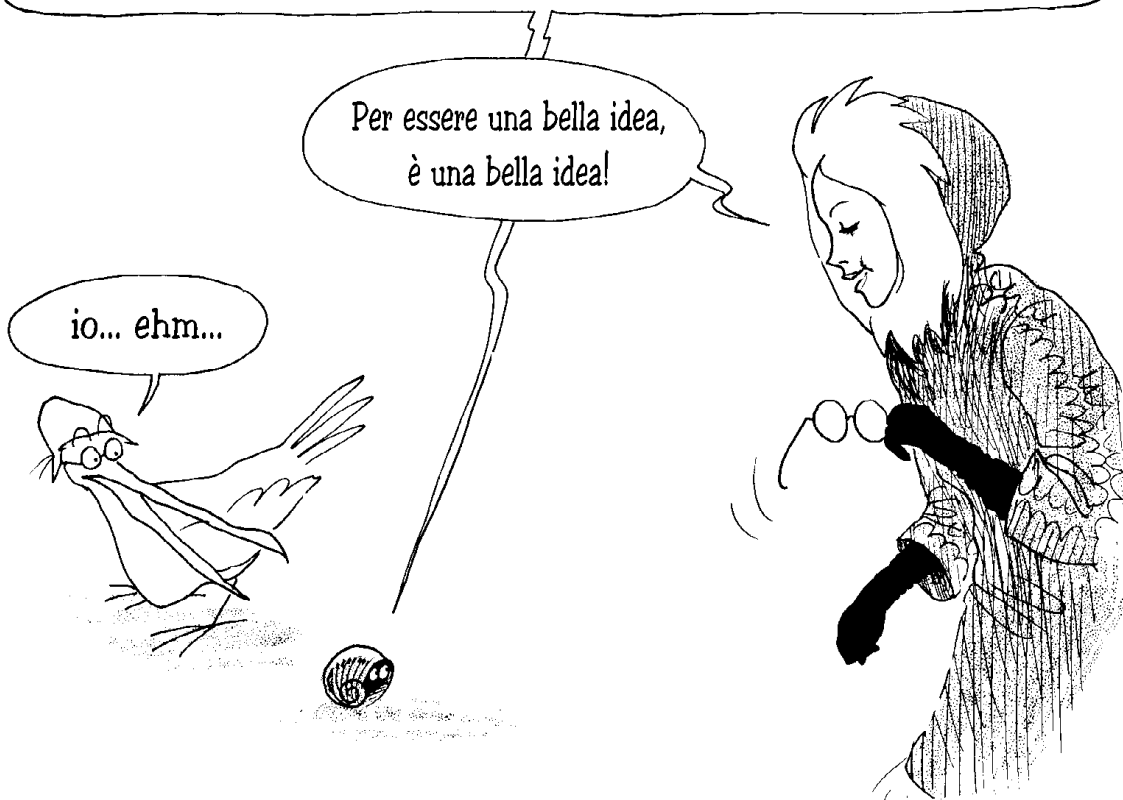


CLOP!





Se l'Universo fosse costituito da una specie di caselle di un reticolo, le **PARTICELLE ELEMENTARI** potrebbero essere difetti, o lesioni, o combinazioni di singolarità nel **RETICOLO**. Il movimento, o le interazioni, corrisponderebbero a riarrangiamenti di tale sistema...



Quel che segue verrà illustrato con l'ausilio di **CARTONI ANIMATI "SFOGLIABILI"**, identificati con le lettere **A, B, C, D**.

*La Direzione*

**A**

TRASFORMAZIONE  
DEL NASTRO DI MÖBIUS  
IN SUPERFICIE DI BOY

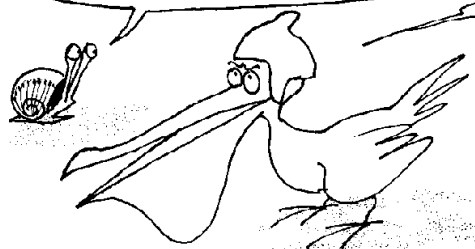
# LA SUPERFICIE DI BOY

**B**

IDEM: LA CURVA-  
BORDO E L'INSIEME  
DI AUTOINTERSEZIONE

Vabbè, ci siamo divertiti,  
ma intanto il povero  
Amundsen sta sempre  
nei guai fino al collo...

E non sappiamo  
ancora com'è fatto  
questo cavolo di pianeta  
senza polo sud!



**C**

GIUSTAPPOSIZIONE  
DEI PUNTI  
ANTIPODALI

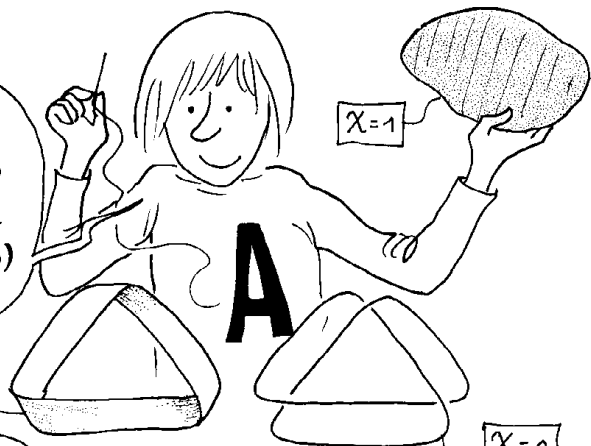


Aspettate... Perché abbia un solo polo,  
bisogna che la sua caratteristica di Eulero-  
Poincaré sia uguale a 1. Inoltre sembra  
essere una superficie **UNILATERA...**

**D**

INVERSIONE  
APPARENTE  
DEL TEMPO

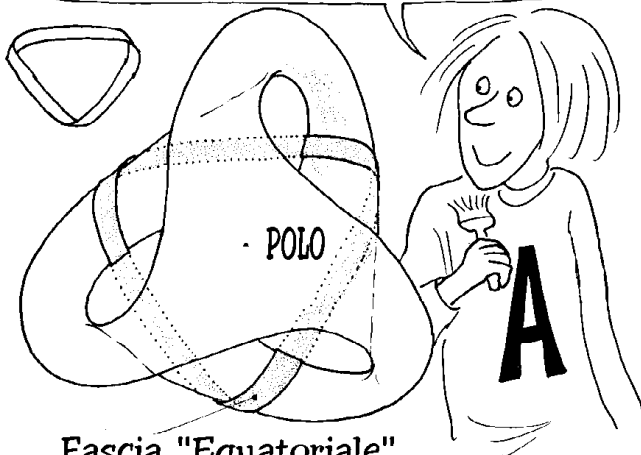
Un nastro di Möbius ha caratteristica nulla. Potrei provare a cucire, lungo il suo bordo (che è una curva chiusa anche lei di caratteristica zero) un disco, per esempio...



La superficie così ottenuta avrebbe in effetti caratteristica uguale a 1. E sarebbe una superficie chiusa e unilatera. Però, invece di cucire, perché non utilizzi la **TRAVERSINA**?



La storia del nastro di Möbius che si trasforma in Superficie di Boy va seguita nei cartoni animati A e B. Ecco il risultato finale:



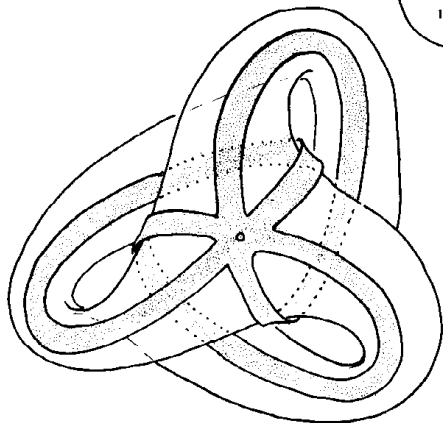
Fascia "Equatoriale"

Ed ecco i "PARALLELI" della Superficie di Boy. Rappresentano anche l'evoluzione del BORDO del nastro di Möbius secondo la trasformazione illustrata in A

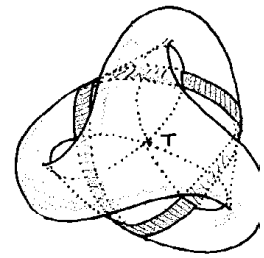
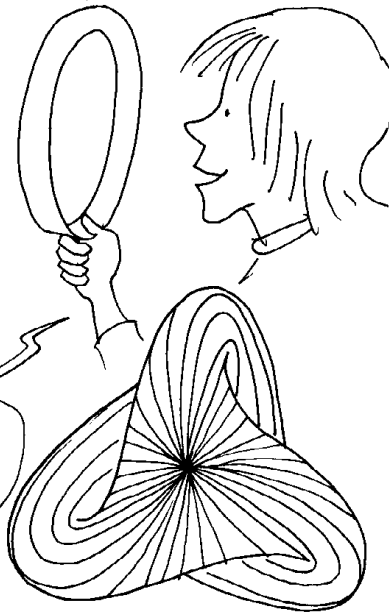


strani questi paralleli...

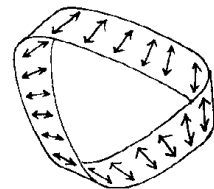
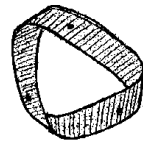
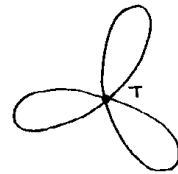
E' tutto un lavoro di **INTRECCIO**, Leone.  
Bisogna solo prolungare i "meridiani" del nastro di Möbius verso la base della cesta, fino al polo.



Gli **INTORNI** di questi "meridiani" sono dei nastri di Möbius a una mezza torsione



SUPERFICIE DI BOY CON NASTRO DI MÖBIUS (STADIO INIZIALE)

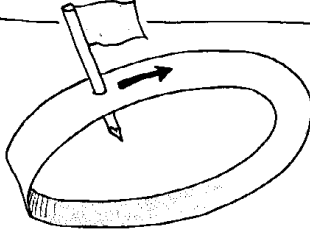


Il primo modello della Superficie di Boy con l'illustrazione dei suoi "meridiani" e "paralleli" è stato ideato dall'autore. Un bel plastico, realizzato dallo scultore **MAX SAUZE**, è visibile nella "Sala  $\pi$ " del Palais de la decouverte a Parigi (\*).

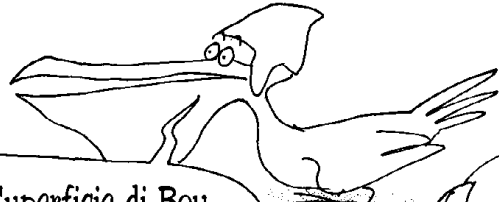
(\* N.d.T. Purtroppo non più.

*La Direzione*

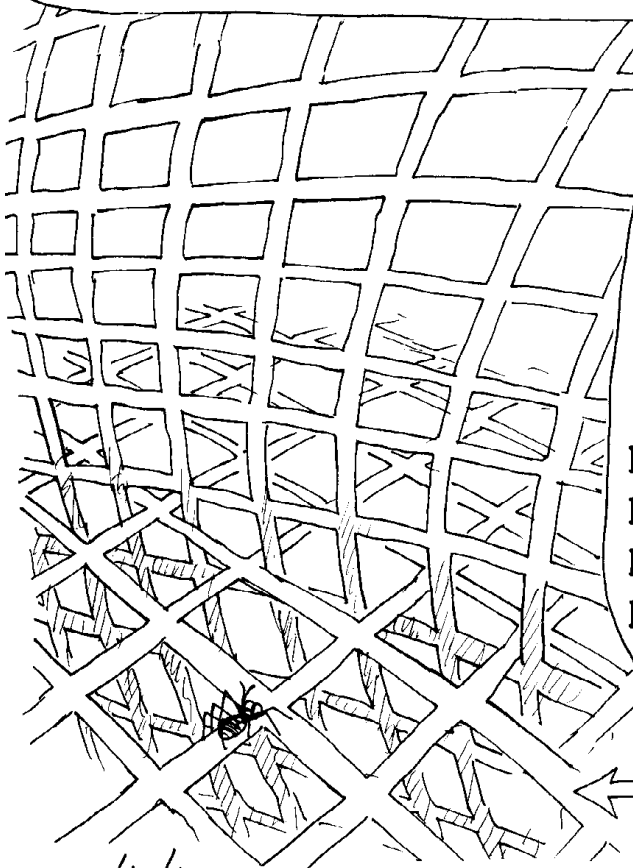
Abbiamo percorso un nastro di questo genere quando, partendo dal "POLO NORD", siamo andati alla ricerca del "POLO SUD"



E chiaramente ci siamo ritrovati sulla punta del picchetto di Perry!



Ma se veramente avessimo camminato su una Superficie di Boy, com'è che non ci siamo accorti della regione di autointersezione?



Sai bene che l'insieme di autointersezione è solo un effetto del pensare la Superficie di Boy come immersa nel nostro usuale SPAZIO DI RAPPRESENTAZIONE TRIDIMENSIONALE. Ma in realtà, Superficie di Boy e Bottiglia di Klein **ESISTONO DI PER SE', COME OGGETTI A DUE DIMENSIONI, INDIPENDENTEMENTE DALLO SPAZIO IN CUI SCEGLIAMO DI RAPPRESENTARLE.**

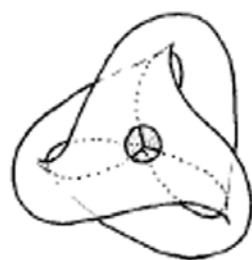
Ecco una buona immagine mentale per affrancarsi dall'idea della necessità di una regione di autointersezione



Bene, almeno una cosa è chiara: questo pianeta è una superficie di Boy, ed ha un solo polo.

Non sarò certo io a dare la notizia al povero Amundsen!

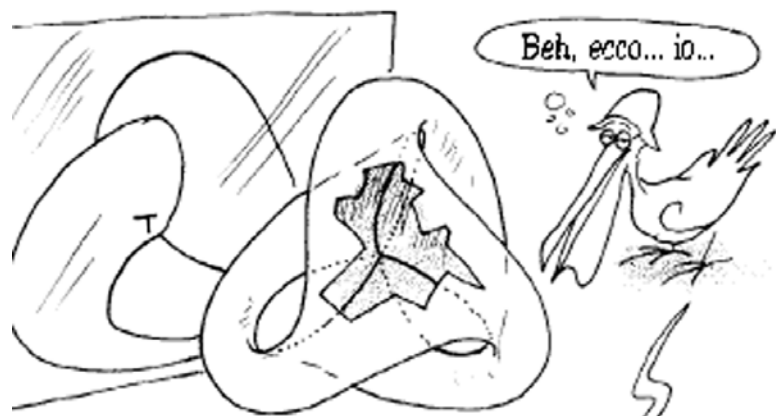
E' sempre in stato di choc



NASTRIC DI MOEBIUS  
A BORDO CIRCOLARE



# IL CUBO DI BOY



insomma forse vi sembrerò ritardato, ma vi confesso che, malgrado tutti i disegni, tagli e punti di vista vari, io questa superficie di Boy ancora non l'ho capita...

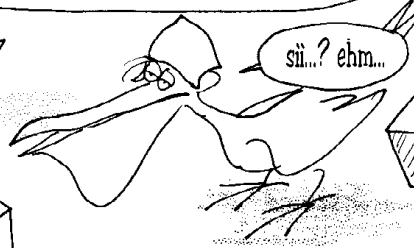
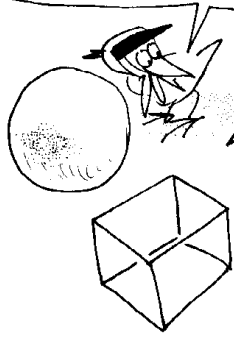


Hai difficoltà a capire la sua topologia?

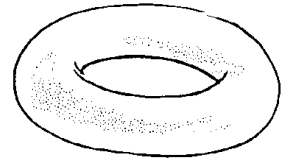
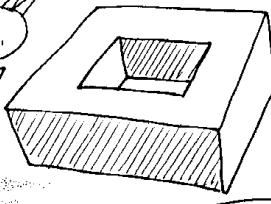
La sua che? Ehm... sì, mi sa che è così

Aspetta, Leone, ho trovato qualcosa che ti aiuterà

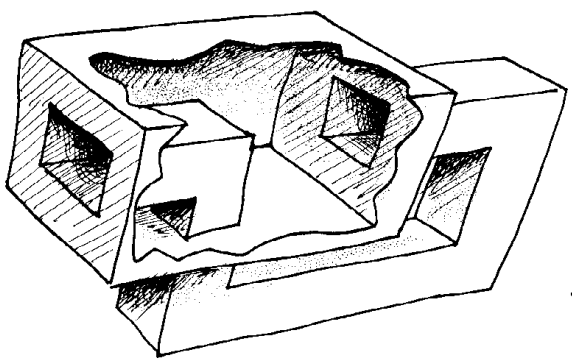
Leone, una sfera o un cubo, è la stessa cosa! Stessa topologia, stessa caratteristica, stessa curvatura totale.



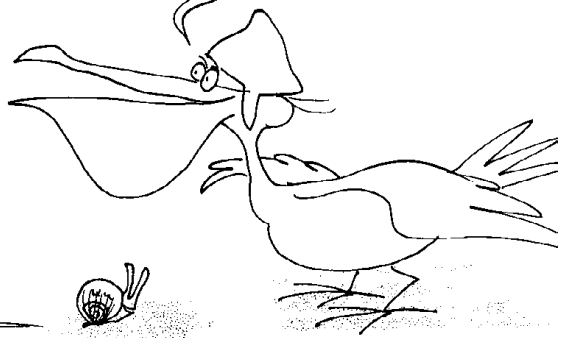
sii...? ehm...



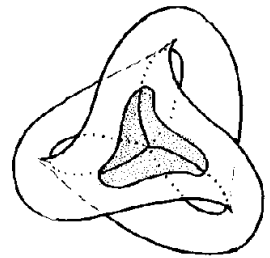
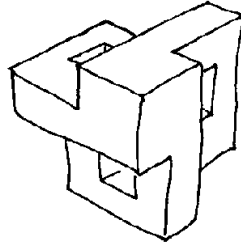
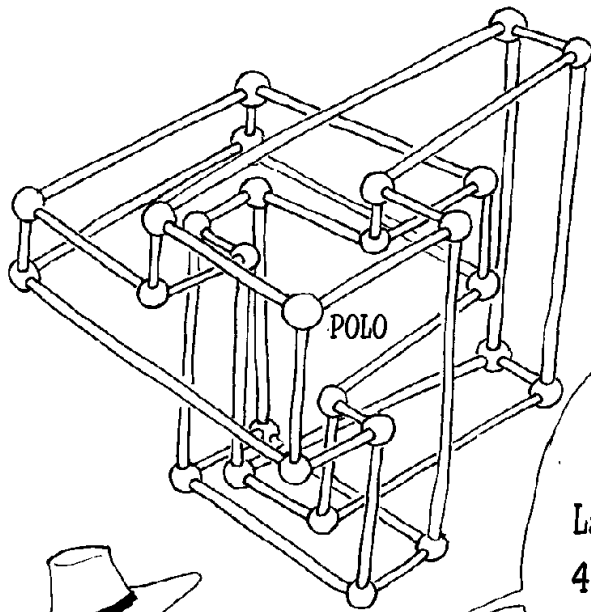
E questa è la stessa cosa di un TORO



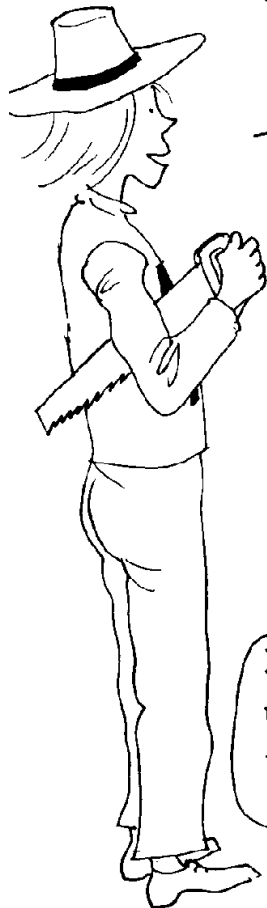
Allora questa roba cos'è, un CUBO DI KLEIN?



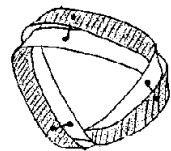
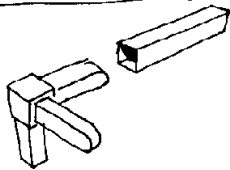
Precisamente.



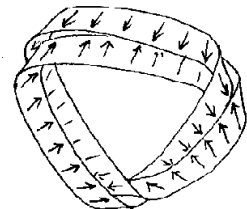
Ed ecco il **CUBO DI BOY**, brevetto Lanturlu: 28 vertici, 43 spigoli, 16 facce  
 $\chi = 28 - 43 + 16 = 1$

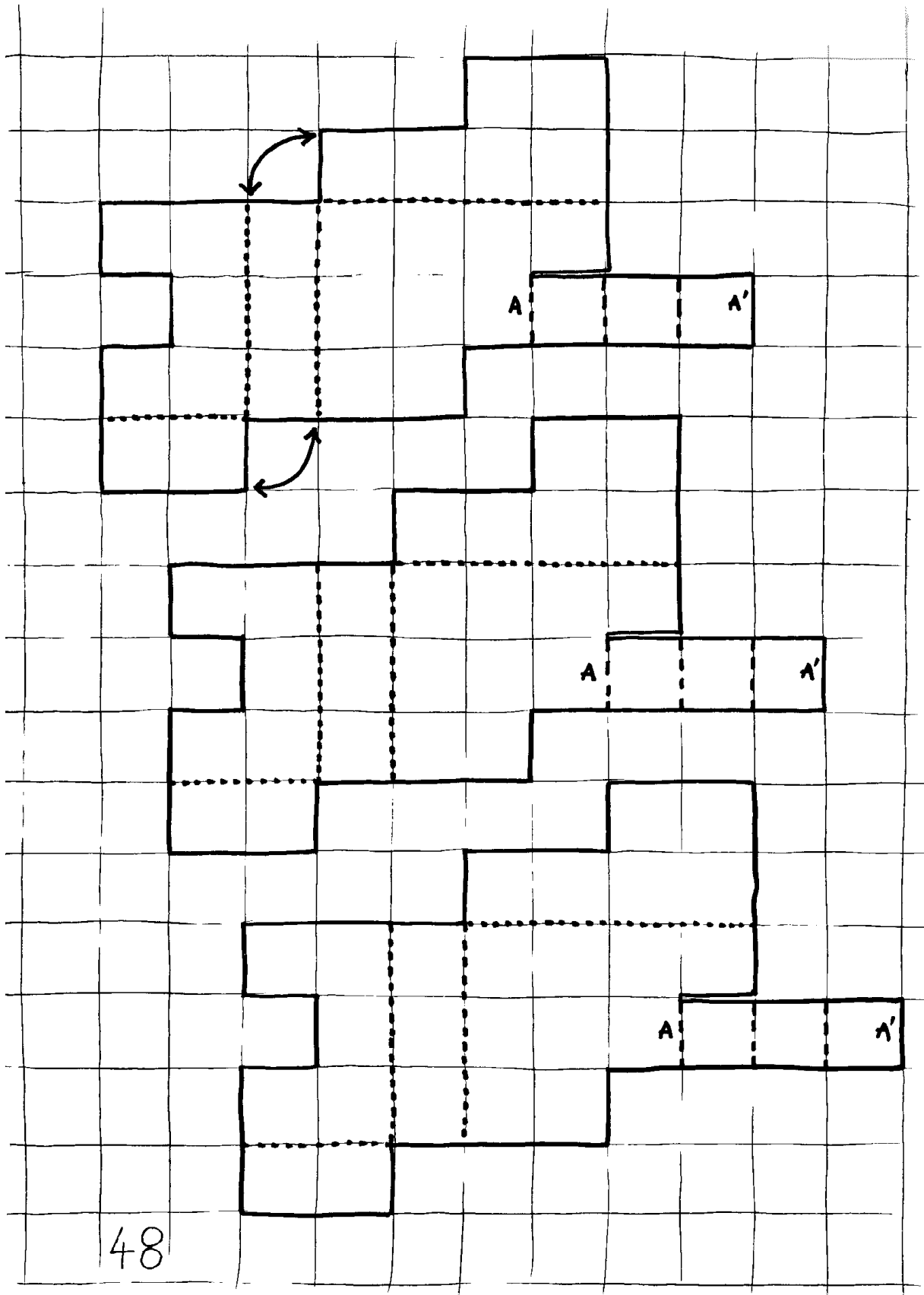


Si possono fare dei modelli carini con gli elementi da libreria REYNOLDS (tubi a base quadrata, con giunti angolari in plastica)

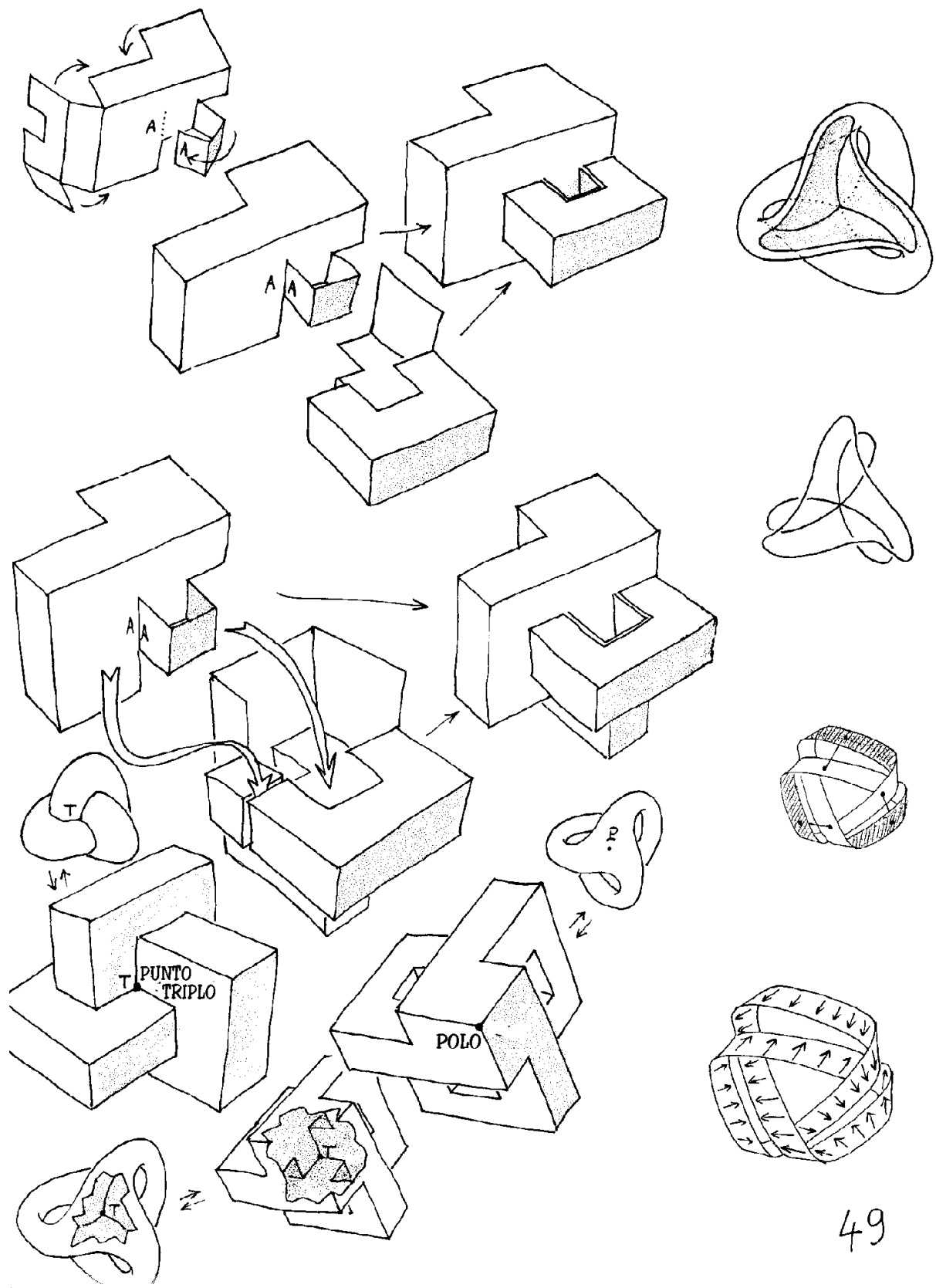


Nella pagina seguente trovate un modellino da ritagliare che vi permetterà di costruirvi da soli il vostro **CUBO DI BOY**

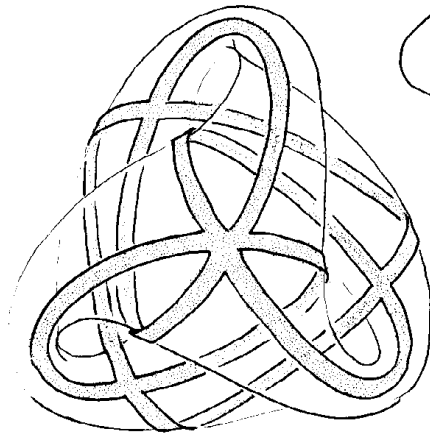




48



# RIVESTIMENTI



Allora, è finita?

No. Intravedo uno sviluppo imprevisto...

IL RIVESTIMENTO A DUE FOGLI di un oggetto UNILATERO NON ORIENTABILE è BILATERO, ORIENTABILE, ed ha caratteristica doppia.

e che vuol dire tutto questo farfugliare?

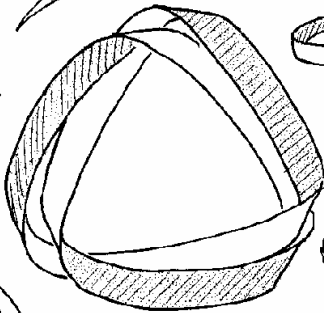


Semplice: prendi un nastro di Möbius e passa della vernice sulla sua **UNICA** faccia. Poi toglì il nastro...







...tenendo solo lo strato di vernice!

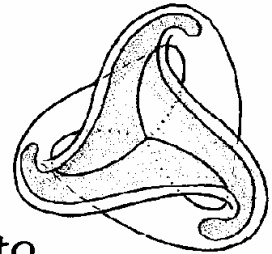
Questo nuovo nastro, piegato su se stesso, ha due facce. In effetti, una delle due era in contatto col nastro di Möbius. Ma puoi anche dare un'occhiata alla successione di disegni C:



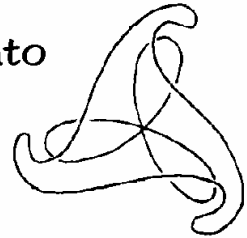
 =  + segmento

 =  + segmento

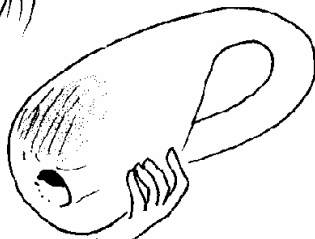
 =  + segmento



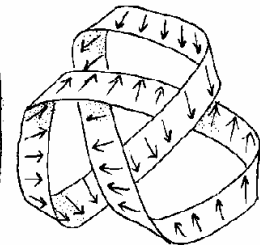
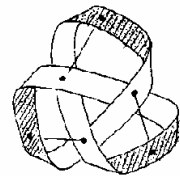
La sua caratteristica è nulla, come per il nastro di Möbius.



Aspetta... se dipingo... una **BOTTIGLIA DI KLEIN**, sulla sua **UNICA FACCIA**, e poi come prima tolgo la bottiglia conservando lo strato di vernice, ottengo una superficie **CHIUSA, REGOLARE, a DUE FACCE**, con caratteristica di Eulero uguale a  $2 \times 0 = \text{ZERO}$ ...



cioè l'immersione di un **TORO!**

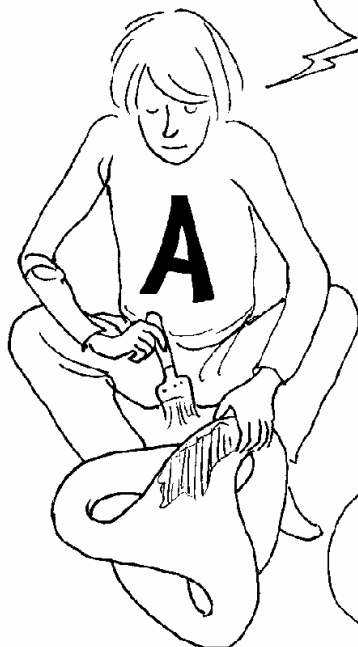


Tiresia, dove sei?



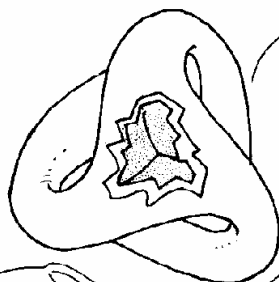
qui!

Allo stesso modo, se prendo una superficie di Boy e la vernicio, e poi tolgo la superficie e conservo lo strato di pittura, otterrò una superficie **CHIUSA, REGOLARE, CON DUE FACCE**, che ha caratteristica di Eulero-Poincaré uguale a  $2 \times 1 = 2$ ...



...vale a dire, un'**IMMERSIONE DELLA SFERA** !



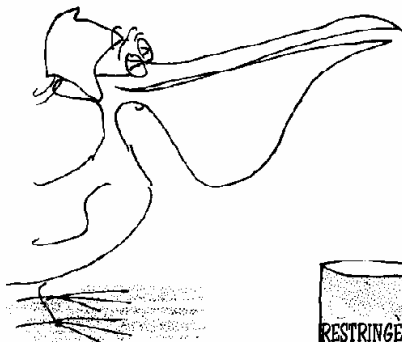


Ma posso **DAVVERO**  
"dispiegare" questa strana  
sfera e trasformarla in  
una sfera "ordinaria"?

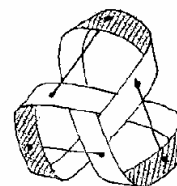
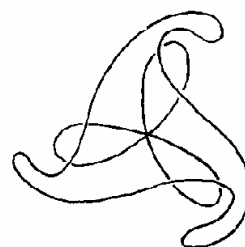
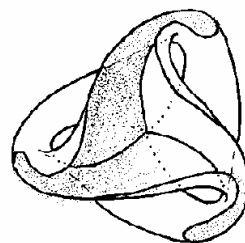


Con un po' di  
**TRAVERSINA**, nessun  
problema. Idem per  
il **TORO**.

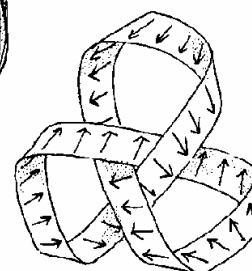
Procediamo al contrario: supponiamo  
di voler "avvolgere" una sfera usuale sulla  
superficie di Boy senza fare pieghe...

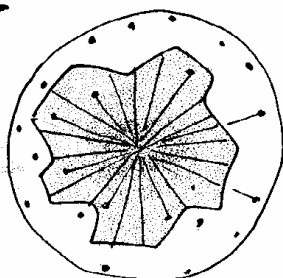


Bisogna usare del  
**RESTRINGÈNE**



**INCROCIO DELLE  
FALDE TERMINATO**





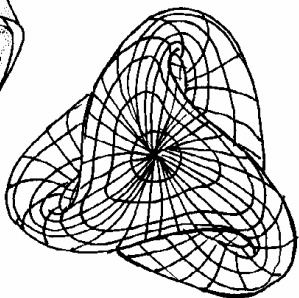
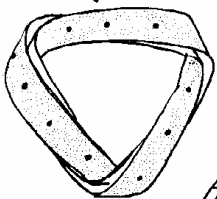
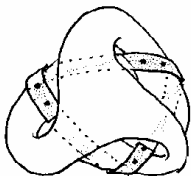
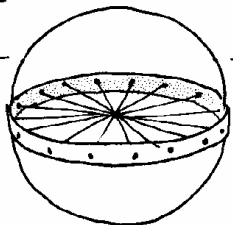
Si comincia col collegare ogni punto della sfera con il suo **ANTIPODALE**, per mezzo di fili intinti di **RESTRINGÈNE**



Questi fili allora si contraggono, fino a diventare di lunghezza nulla, mentre la superficie della sfera rimane costante. In tal modo, ogni punto viene **CONGIUNTO** al suo **ANTIPODALE**.

Ma vedrete tutto questo in un altro album, dedicato al **ROVESCIAMENTO DELLA SFERA**. Nell'attesa, la successione di immagini in *C* mostra come l'**EQUATORE** della **SFERA** si ripiega su se stesso diventando l'**EQUATORE** della superficie di **BOY**. E il polo **NORD** viene chiaramente a giustapporsi al polo **SUD**.

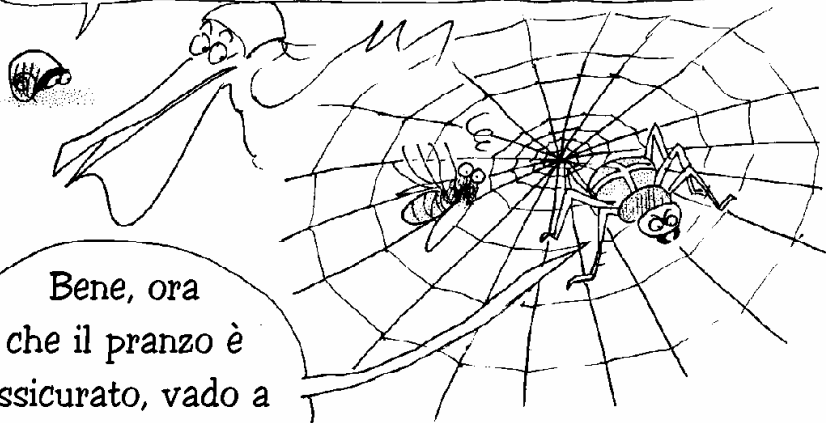
*La Direzione*



In tal modo, tutti i meridiani ed i paralleli della sfera si ripiegano su se stessi.



Immagina un ragno che viva su una superficie di Boy, e la cui ragnatela formi i paralleli e meridiani della superficie. Crederebbe di vivere su... una sfera!

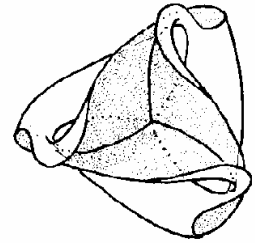


Bene, ora che il pranzo è assicurato, vado a farmi un girotto

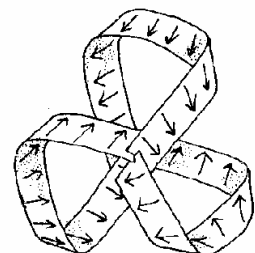
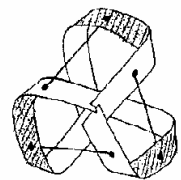
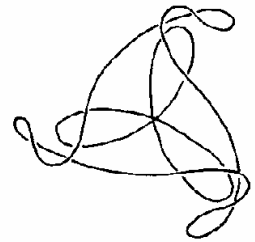


CAMMINO SEGUIDO DAL RAGNO

Toh, un'altra ragnatela... Il mio collega che vive sull'altra faccia ha preso pure lui una mosca.



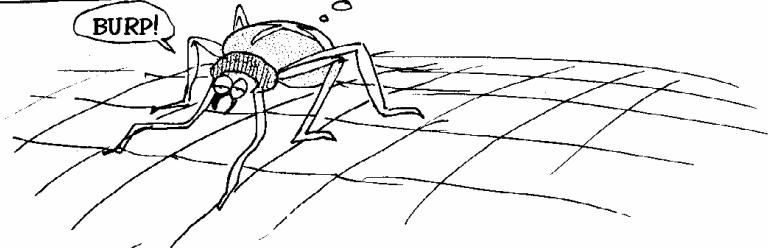
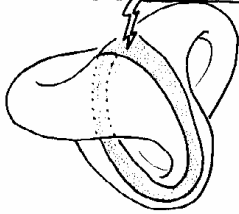
CHIUSURA DEI TRE "TIMPANI"



Si vede nessuno? No?  
Bene... gli mangio la mosca!

Ok... rientriamo

BURP!



Per la miseria! Mentre non  
c'ero l'altro ragno è passato e si è  
mangiato la MIA mosca!

Ah Ah Ah!



Invece c'è sempre stato un  
solo ragno e una sola mosca!

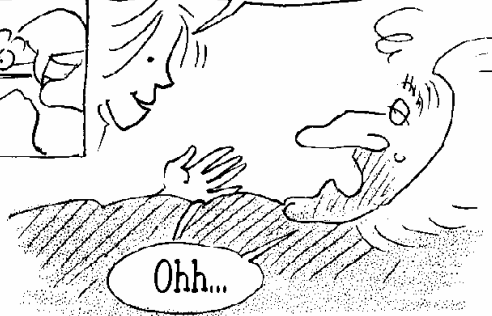
L'aspetto qui. E quando  
arriva gli faccio la festa...



Però... la storia del ragno...  
Mi dà un'idea. Abbiamo la  
soluzione giusta per Amundsen!

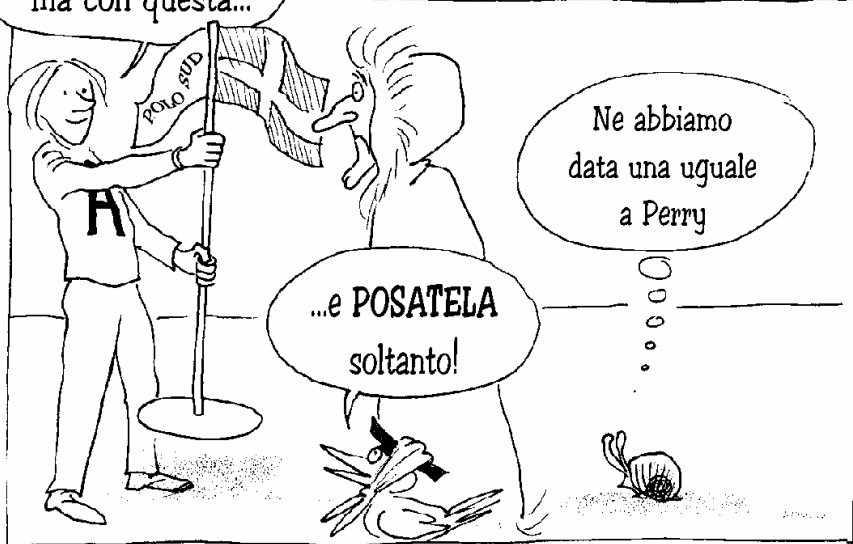
Signor Amundsen,  
è tutto a posto! Abbiamo  
ritrovato il VOSTRO  
Polo Sud...

Come come?



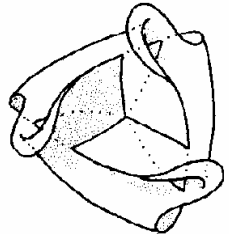
Ohh...

Riprovate,  
ma con questa...

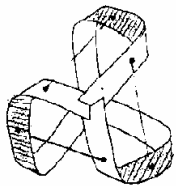
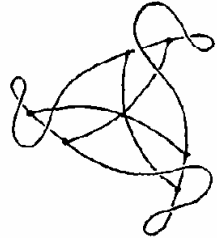


Ne abbiamo  
data una uguale  
a Perry

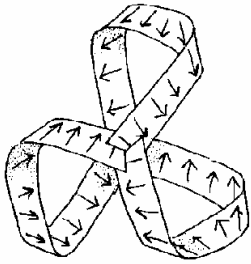
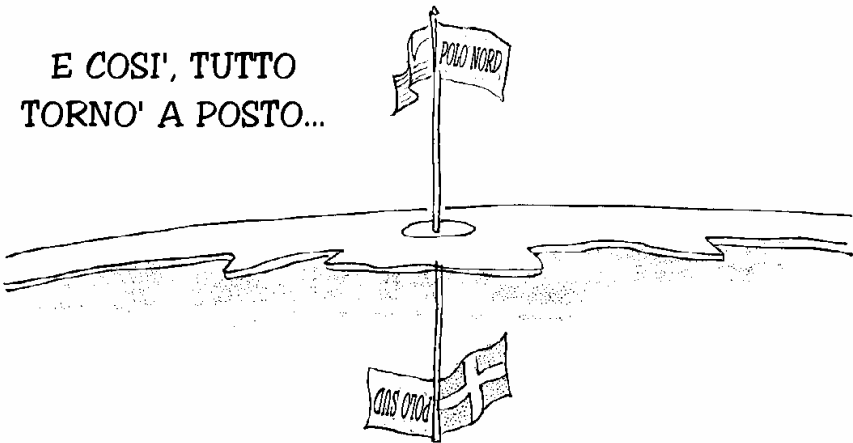
...e POSATELA  
soltanto!

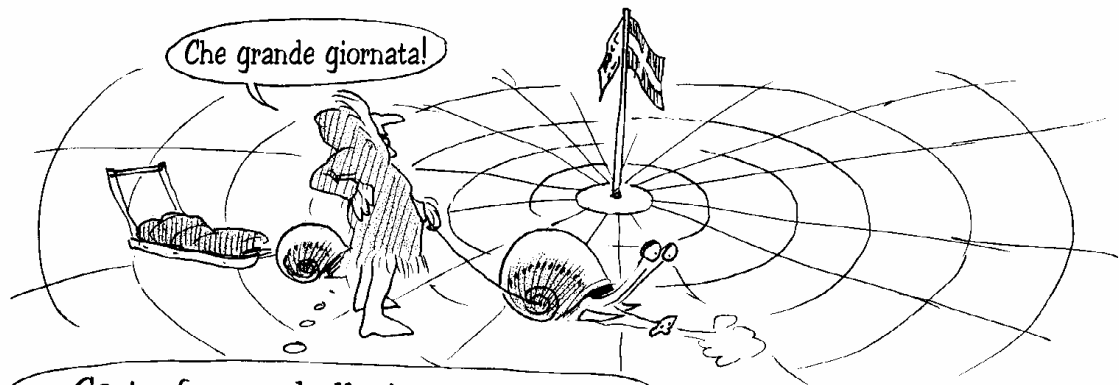


FORMAZIONE  
DELLE "ORECCHIE"



E COSI', TUTTO  
TORNO' A POSTO...





Certo fa una bella impressione...



La scienza è come tutto il resto. A volte conviene non andare troppo a fondo...

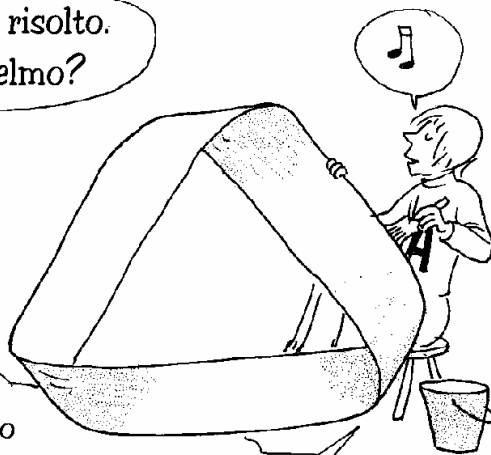
ogni polo al suo posto,  
e ogni pecora nel recinto...



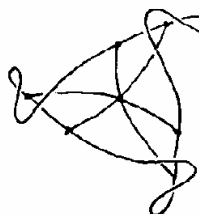
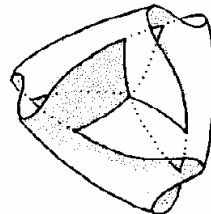
E d'altra parte, se  
andassimo più a fondo, forse  
sotto il Polo Nord troveremmo  
ancora delle sorprese...

E che colpo sarebbe per molti... su, andiamo!

Vabbè, il problema è risolto.  
Ma che fa ora Anselmo?

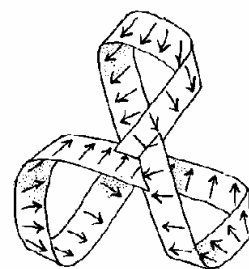
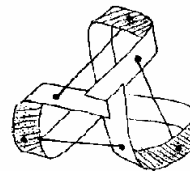
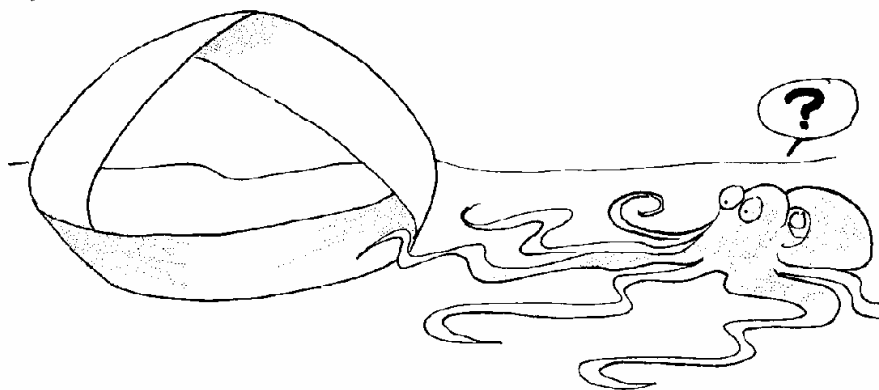


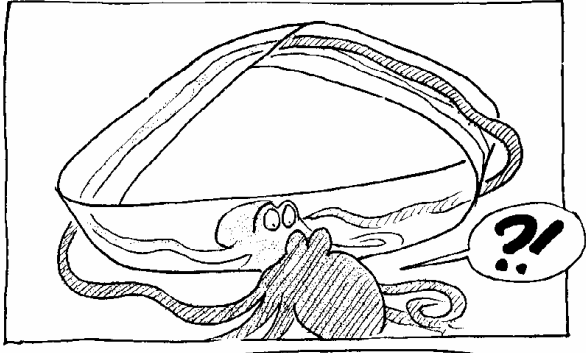
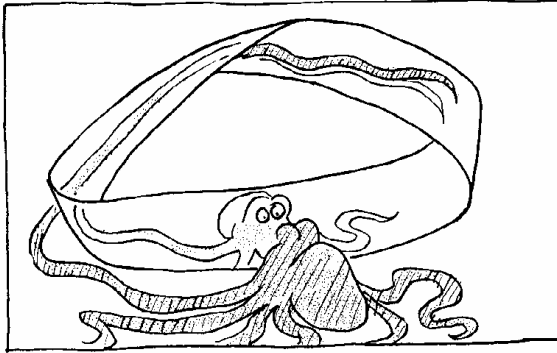
Sai cos'è uno specchio  
semiriflettente, sì? E' uno  
specchio che riflette e, allo stesso tempo, permette  
di vedere attraverso. Ebbene, mi sono messo a costruire  
uno specchio semiriflettente a forma di nastro di Möbius.



# LA "FASE DELLO SPECCHIO"

Serve a prendere le piovre...



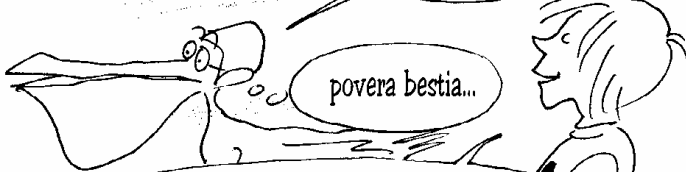


Che succede? La piovra ha un'aria estremamente stupita...

Perché non sente **NIENTE**. Infatti il suo braccio gratta solo l'immagine riflessa della sua testa, mentre è il suo "braccio riflesso" che gli gratta la vera testa!

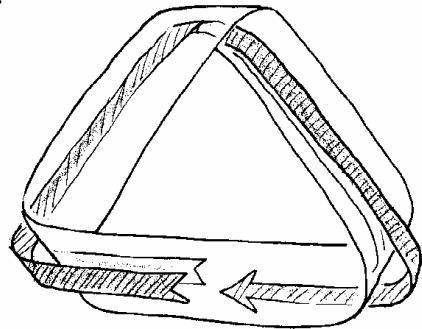


Si gratta disperatamente la testa!



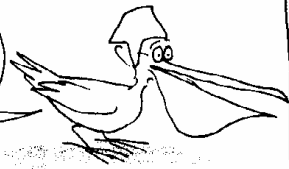
povera bestia...

Poiché lo specchio è unilatero, facendone il giro il suo braccio è passato "dall'altra parte"



E dato che lo specchio è perfettamente semitrasparente la poverina non ha alcun modo di accorgersene!!

Sembra essere stranamente in preda al panico...



vorrei vedere te, al suo posto!



Vedi, se un giorno ti gratti l'orecchio davanti ad uno specchio e non senti niente, vuol dire che lo specchio è unilatero (\*)

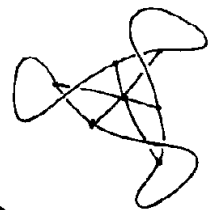
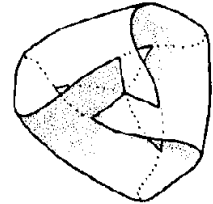
(\*) Potete costruire specchi simili anche a partire da vecchie bottiglie di Klein riciclate.



Se lo trasformassimo in una superficie di Boy fatta in specchio semiriflettente, l'Universo sarebbe indissociabile dalla sua immagine.

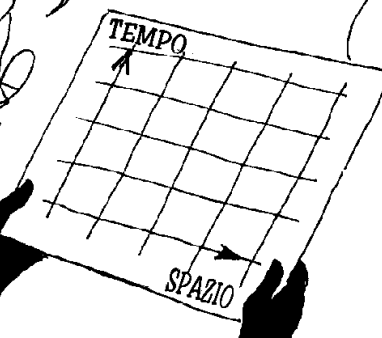


Ma non sarebbe un tantino pericoloso? Che so... costretto in una specie di contraddizione logica, l'Universo non rischierebbe magari di scomparire? (\*)

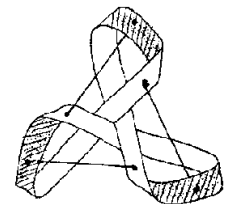


# SPAZIO-TEMPO IN LIBERTA'

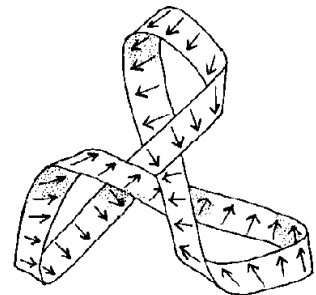
Si può studiare la topologia dello spazio-tempo usando dei modelli a due dimensioni, una per lo spazio, e l'altra per il tempo.



forma come una specie di reticolo

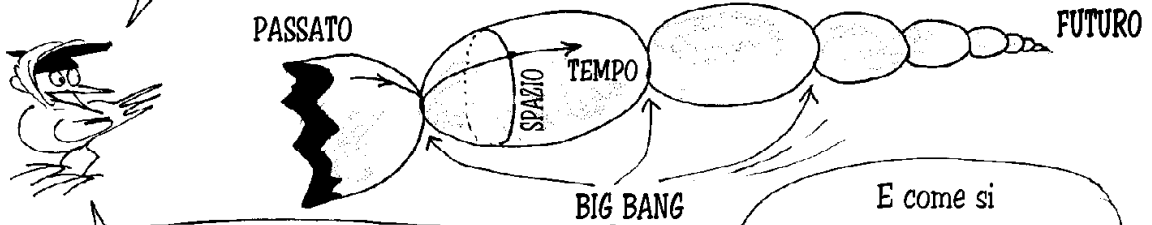


CREAZIONE DI UN PUNTO TRIPLO



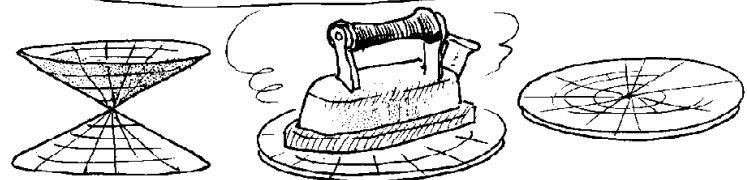
(\*) L'esperienza non è mai stata tentata.

Come abbiamo visto nel **BIG BANG**, il modello dell'Universo **CICLICO** di **FRIEDMANN** può essere rappresentato sotto forma di una sfilza infinita di salsicce, in cui ogni strozzatura corrisponde ad un nuovo **BIG BANG**

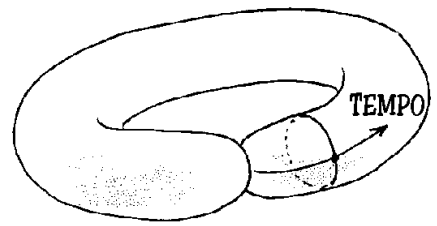


Ogni **BIG BANG** sarebbe una singolarità di tipo **CONICO**

E come si **RACCORDANO** queste singolarità?

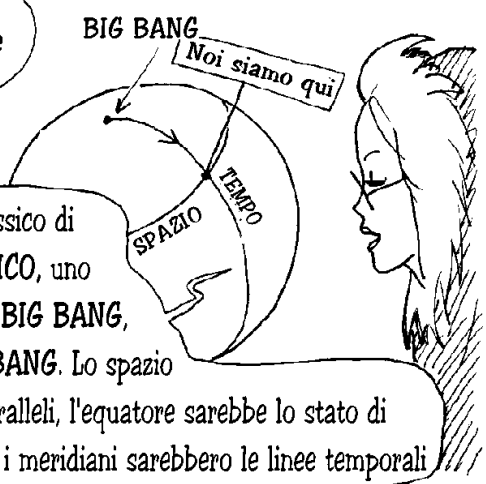
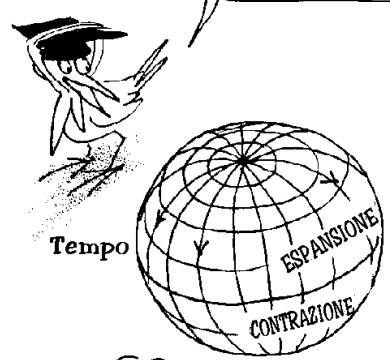


Prendi uno di questi coni, e ci passi un ferro da stiro.

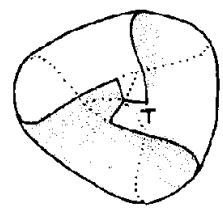


Si può anche pensare che gli stessi eventi possano ripetersi all'infinito, nel qual caso avremmo un'immagine così...

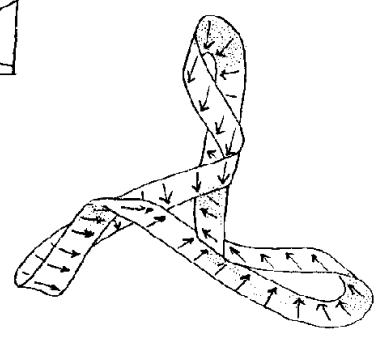
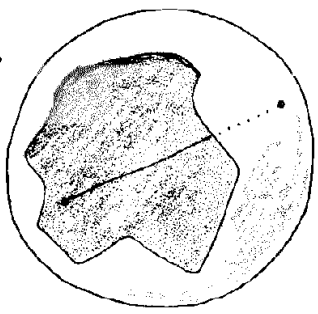
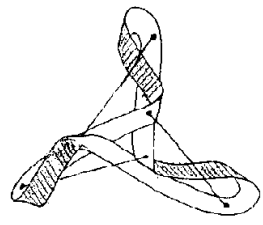
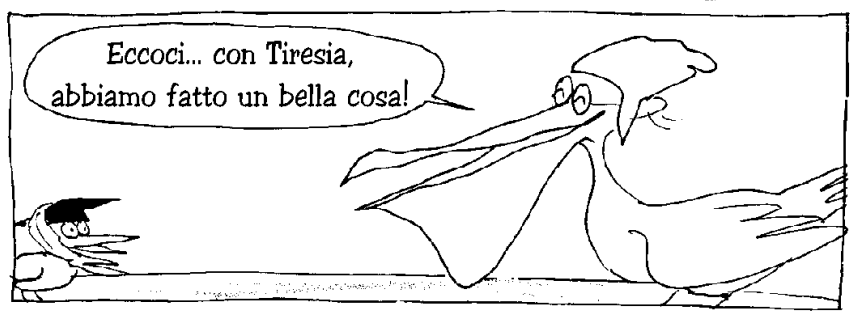
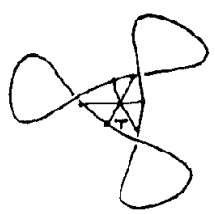
Oppure si può immaginare che il **TEMPO** abbia semplicemente un **INIZIO** e una **FINE**, come in questa figura:



In questo modello classico di **SPAZIO-TEMPO SFERICO**, uno dei poli corrisponde al **BIG BANG**, e l'altro all'**ANTI-BIG BANG**. Lo spazio è rappresentato dai paralleli, l'equatore sarebbe lo stato di espansione massima, e i meridiani sarebbero le linee temporali

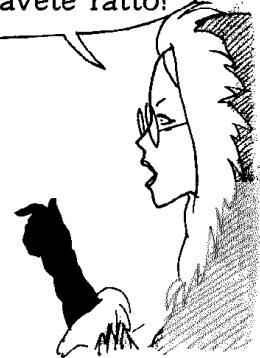
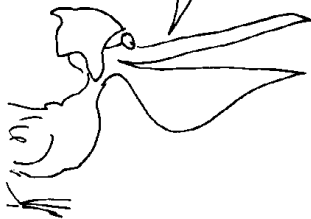


CREAZIONE DEL PUNTO TRIPLO

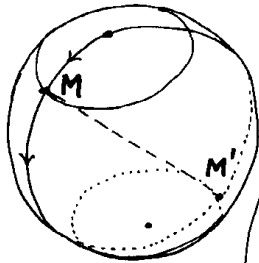


...quindi li abbiamo ben inzuppati di **RESTRINGÈNE**. Tiresia ha detto che avrebbe potuto essere una bella esperienza spaziotemporale

Voi due siete completamente matti! Tutti e due! Non avete idea delle conseguenze di quel che avete fatto!

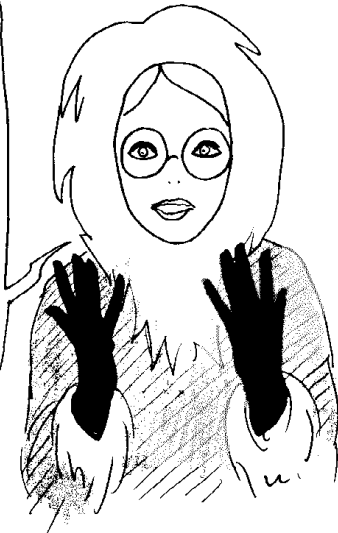


perché, cosa succederà?

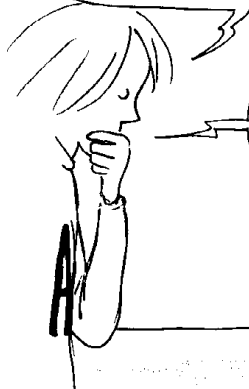


A causa di quello sciocco di Tiresia, lo **SPAZIO-TEMPO** si sta ripiegando su se stesso! Tutti gli eventi prodottisi nella fase di **ESPANSIONE**, cioè dal **BIG BANG** fino alla situazione di

**MASSIMA ESPANSIONE**, si ritroveranno congiunti ai corrispondenti eventi della fase di **CONTRAZIONE**, per giustapposizione delle **REGIONI ANTIPODALI**

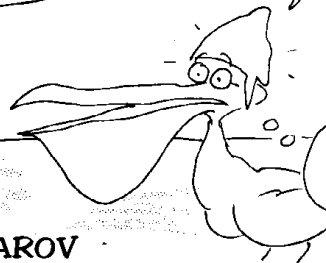


Allora il **BIG BANG** e l'**ANTI-BIG BANG** si troveranno a coincidere, no?



Com'è strano, e che curiosa questa coincidenza!

Immagino che questa idea sia già stata concepita? (\*)



oh, non avrei mai dovuto ascoltare Tiresia

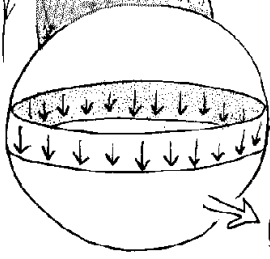


Ma questo fenomeno di congiunzione farà sì che certe regioni dello spazio-tempo si troveranno giustapposte alle rispettive regioni antipodali, ma in **OPPOSIZIONE TEMPORALE** rispetto ad esse.

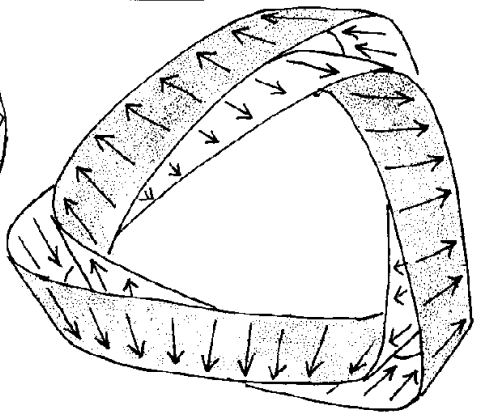
Impossibile!



Per niente! Prendi per esempio la regione situata intorno all'equatore di questo spazio-tempo sferico, che corrisponde allo stato di massima espansione. Vediamo benissimo che si ripiega su se stessa nel film D...



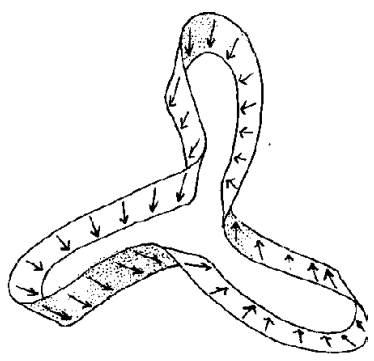
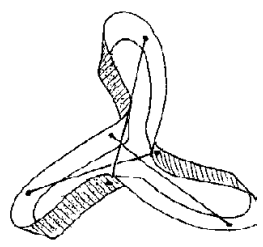
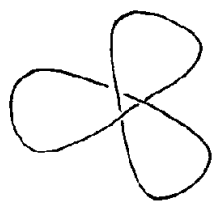
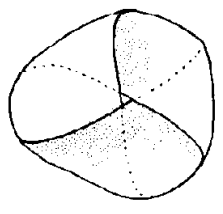
e le **FRECCE DEL TEMPO** si mettono in **OPPOSIZIONE!**



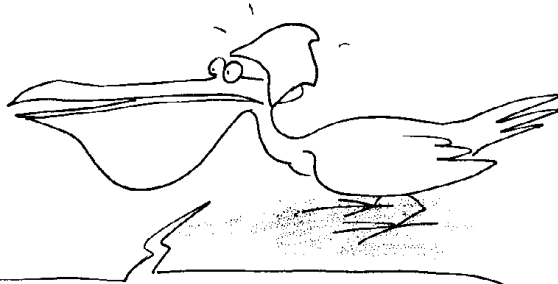
Vuoi dire che quello che è il **PASSATO** per alcuni, potrebbe essere il **FUTURO** per i rispettivi **ANTIPODALI**?



GULP...

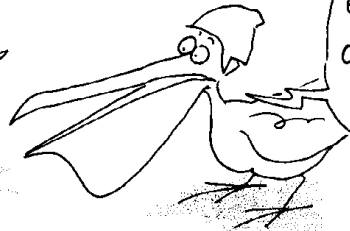


caro Leone, avete fatto proprio un bel lavoro!



State dicendo che rischiamo di scaraventare l'Universo in un'insostenibile contraddizione?

Una specie di situazione di stallo logico

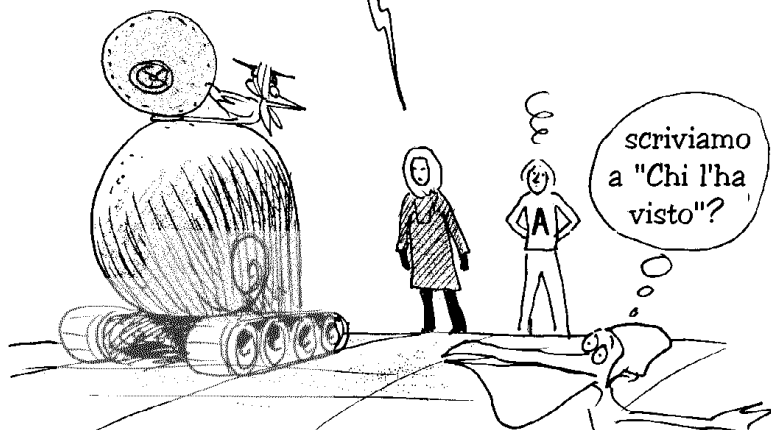


Quando il RESTRINGÈNE avrà esaurito il suo effetto, l'Universo entrerà in collisione con se stesso, e noi ci beccheremo in pieno il tempo contropelo!

A proposito, dov'è Tiresia?



Saliamo sul cronoscafo. Cercheremo di lanciargli un appello.



Pronto, Tiresia, mi senti?

Aspetta... se Tiresia per noi è **RETROCRONO**, se riuscissimo a entrare in contatto con lui dovrebbe sapere già tutto quello che gli diremo...

Peggio ancora! Nel suo **TEMPO PROPRIO**, è lui che invierà questo messaggio!!

santiddio!

E, comunque, se lo incrociamo sarà anche peggio!

Feynmann pensava che l'antimateria visse il tempo al contrario!

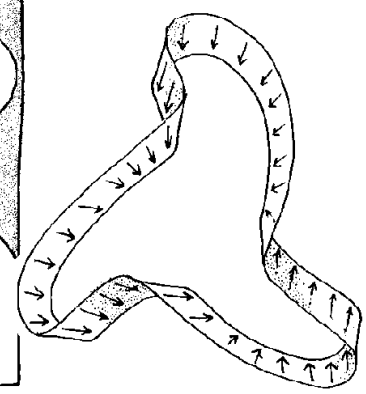
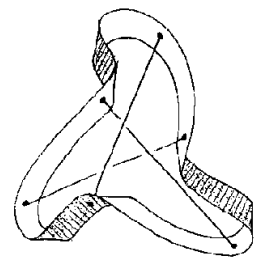
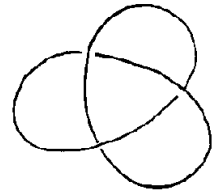
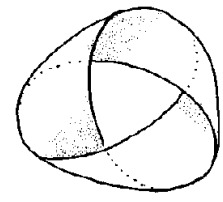
Perché?

E l'abate **LEMAÎTRE** credeva che l'antimateria fosse lo stato della materia vista **AL CONTRARIO!** (\*)

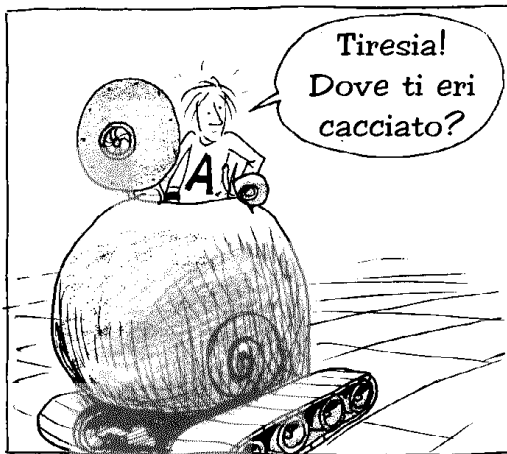
Allora, se sfortunatamente incrociassimo Tiresia, sarebbe diventato un **ANTI-TIRESIA**

Come sarebbe a dire, BOUM?

E allora **BOUM!**



(\*) Si veda il **BIG BANG** (<http://lanturluland.free.fr>)



Tiresia!  
Dove ti eri  
cacciato?



CLONK!

Ero andata  
a sgranchirmi  
le gambe



Ehi! Il **CRONOSCAFO**  
s'è messo in funzione...

Se non aveste sbattuto  
la porta così forte!



Come si ferma, questo coso?

Sai bene che non  
si ferma affatto!



E come si guida?

tu e le tue idee!!

ehm...

Non si guida, un **CRONOSCAFO**!  
E' lui che ti guida. Segue le **LINEE**  
**DI UNIVERSO**, tutto qua...





Ehi! Guardate un po' cosa c'è lì davanti!

Si direbbe come un ombelico...

La nostra linea di Universo ci va a finire dritta dentro!

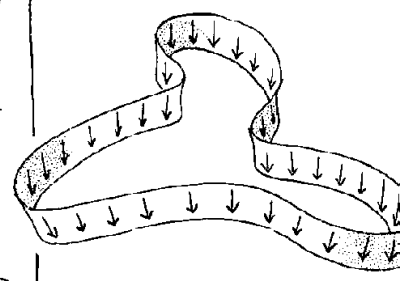
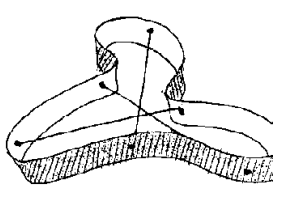
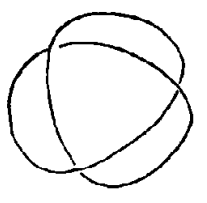
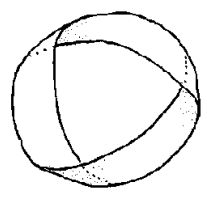


Ha tutta l'aria di un BUCO NERO!

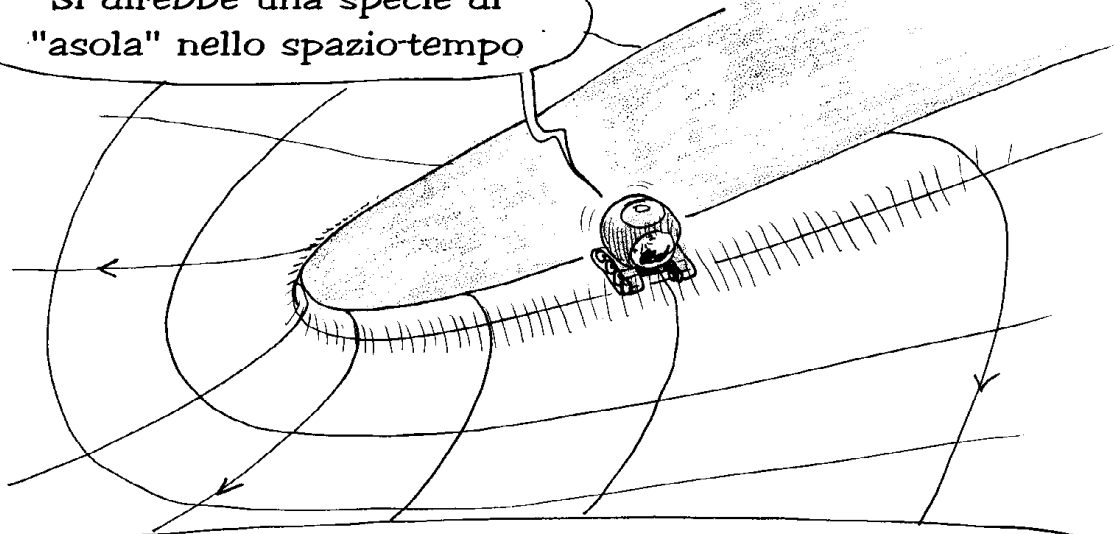


è una singolarità di che indice?

Ecco, è proprio il momento giusto per simili questioni!



Si direbbe una specie di "asola" nello spazio-tempo

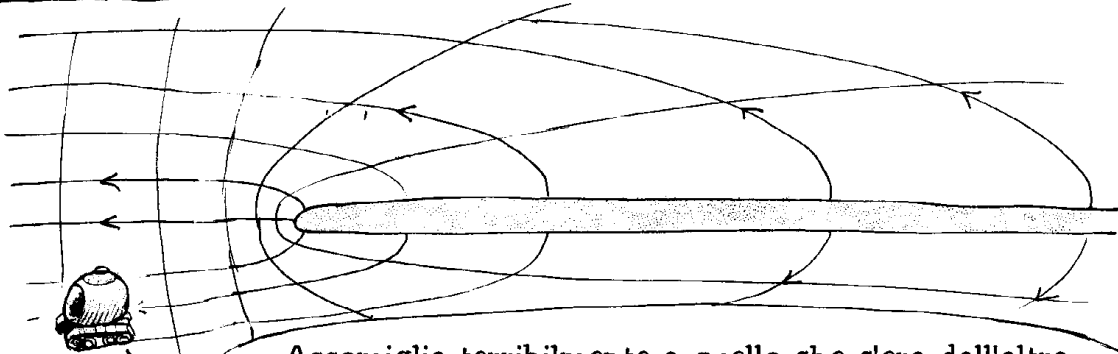


ora le linee di Universo **ESCONO** dalla singolarità, quaggiù



Mi sa che ora emergeremo da una **FONTANA BIANCA**...

Eccoci nel retro dell'Universo



Assomiglia terribilmente a quello che c'era dall'altra parte, solo che stiamo seguendo il cammino inverso. E poi io provo una strana sensazione di *déjà vu*, voi no?



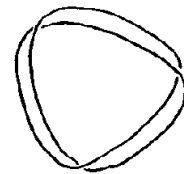
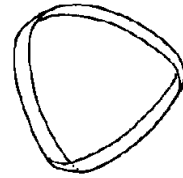
Queste due metà di Universo sono speculari l'una rispetto all'altra. Ma è una **SIMMETRIA SPAZIO-TEMPORALE!** Dall'altra parte del buco nero tutto è invertito rispetto al tempo. Le leggi della fisica appaiono invertite: così la singolarità respinge la materia invece di attirla!! (\*)



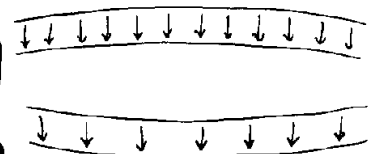
Eh sì! Il **CRONOSCAFO** si fermerà, poi Anselmo aprirà il portello, e Tiresia andrà a farsi un giro. Poi...



(\*) Lo stesso tipo di struttura può esistere in 4 dimensioni



STRISCIA BILATERA CON PUNTI ANTIPODALI COLLEGATI



# APPENDICE SCIENTIFICA

BOY, allievo di Hilbert, scoprì la superficie che porta il suo nome nel 1902. La prima rappresentazione analitica della superficie fu data da Jérôme SOURIAU (figlio del matematico J.M. SOURIAU) e dall'autore nel 1981. Il metodo, semi-empirico, consiste nell'approssimare i meridiani della superficie a delle ellissi, che vengono in seguito parametrizzate.

Le coordinate del punto generico sono date da:

$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \quad \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

I meridiani sono le curve  $\mu = \text{costante}$ , per  $\theta$  che varia tra 0 e  $2\pi$ , e  $\mu$  che varia tra 0 e  $\pi$ . Il seguente programma BASIC traccia il disegno che appare in copertina:

```

1  REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3  HOME : TEXT
50 PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60 HGR : HCOLOR= 3
90 FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 HPLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU

```



