

Corso di
Grafica Computazionale
Lighting

Docente:
Massimiliano Corsini

Laurea Specialistica in Ing. Informatica

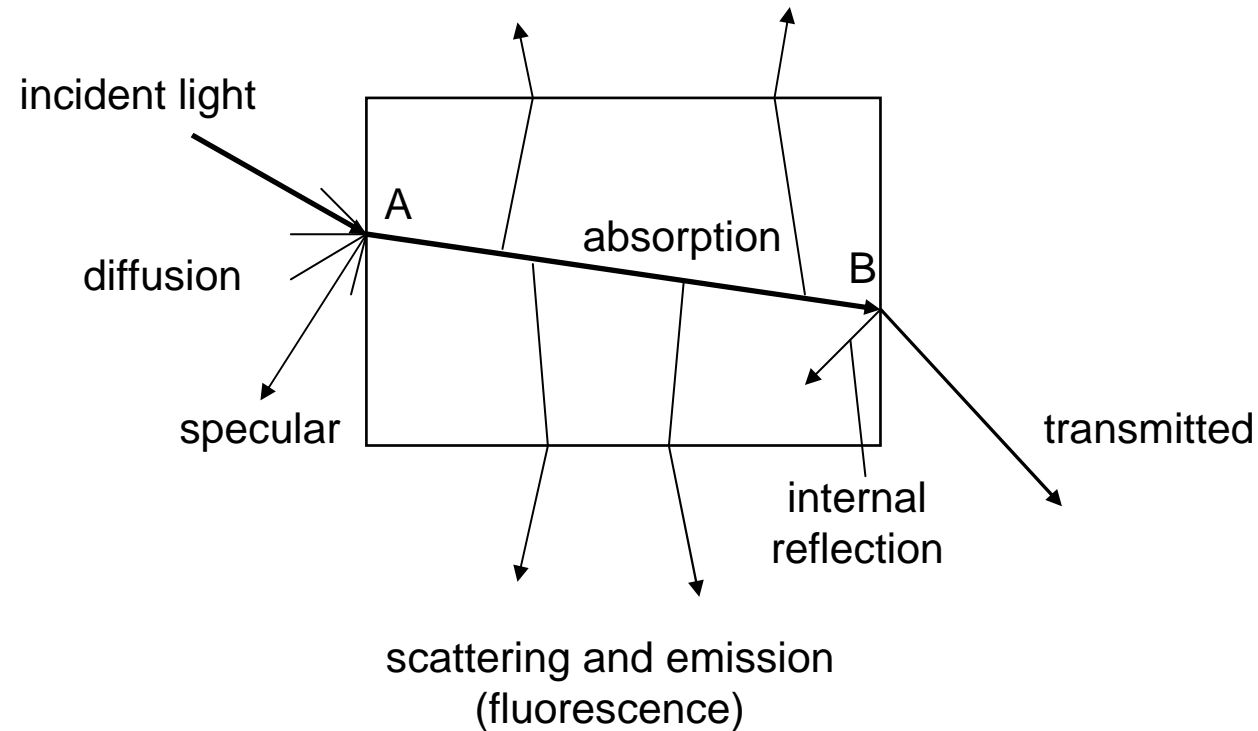
Facoltà di Ingegneria

Università degli Studi di Siena



Interazione Luce-Materia

- Cosa succede quando un raggio di luce colpisce una superficie?





Interazione luce-materia

- L'energia luminosa, emessa da una qualsiasi sorgente luminosa (lampada, luce solare), viaggia ed interagisce attraverso la scena fino a stabilizzarsi.
- A noi tutto appare sempre stabile perchè questo processo avviene, appunto, alla velocità della luce.

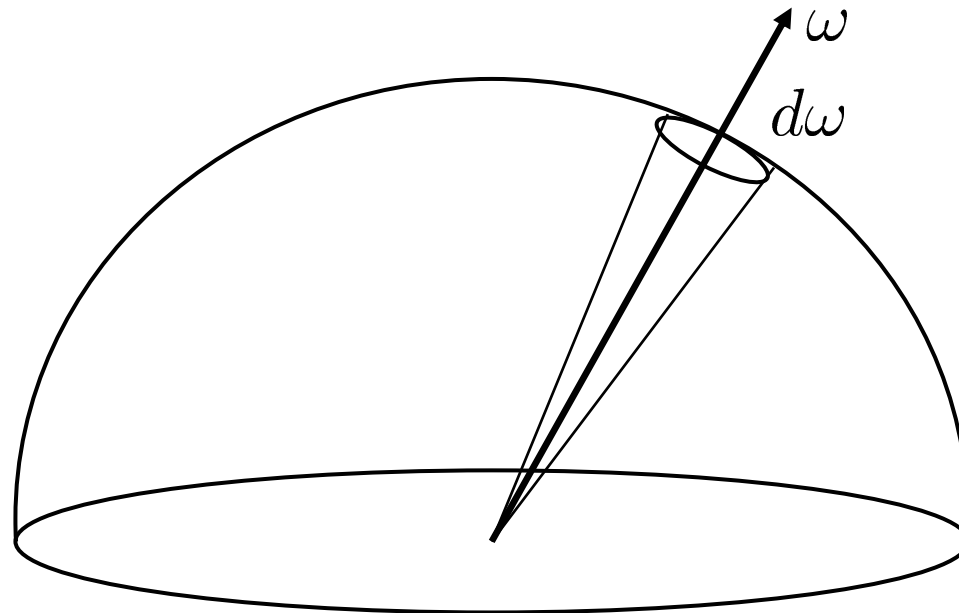


- **Ray Optics:** la luce è modellata come raggi che si muovono attraverso la scena seguendo precise regole geometriche. Permette di modellare molti effetti come la riflessione e la rifrazione.
- **Wave Optics:** vede la luce come onda che si propaga, spiega fenomeni come la rifrazione e la diffrazione.
- **Electromagnetic Optics:** permette di descrivere fenomeni come la polarizzazione e la dispersione non spiegabili dalla *wave optics*.
- **Photon Optics:** è l'applicazione della meccanica quantistica alla descrizione dei fenomeni luminosi.



Angolo Solido

- Rappresenta la dimensione angolare di un conoide infinitesimale lungo una direzione data.
- Può essere visto come la rappresentazione congiunta di una direzione ed un'area infinitesimale sulla sfera unitaria (unità di misura *steradiani*).





Angolo Solido

- Può essere visto come l'estensione allo spazio tridimensionale del concetto di angolo piano.
- L'angolo piano θ si misura (in radianti) come il rapporto s / r dove s è la lunghezza dell'arco di cerchio di raggio r sotteso da θ .
- Analogamente l'angolo solido Ω si misura (in steradiani) come il rapporto A / r^2 ove A è l'area della superficie sferica di raggio r sottesa dall'angolo Ω .
- Esempi:
 - Angolo retto: $2 \pi r / 4 r = \pi / 2$ radianti
 - Angolo solido della semisfera: $4 \pi r^2 / 2 r^2 = 2 \pi$ steradiani



- *Flusso radiante* (watt) è l'energia radiante che attraversa una superficie nell'unità di tempo.

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

- *Irradianza* (E) (watt/m²) è il flusso radiante che incide su un elemento di superficie.

$$E(x) = \frac{d\Phi}{dA}$$

- La *radianza* (L) (watt/m²sr) è il flusso radiante per unità di angolo solido per unità di area

$$L(x, \vec{\omega}) = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta d\omega dA}$$



- L'irradianza ($E(x)$) è data dall'integrale della radianza incidente (L) lungo tutte le direzioni.
- Il flusso radiante è dato dall'integrale della radianza incidente (L) lungo tutte le direzioni e l'area considerata.

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \vec{\omega}') (\vec{\omega}' \cdot n) d\vec{\omega}'$$



- Una sorgente di luce puntiforme che emette luce uniformemente in ogni direzione produce:

$$E(x) = \frac{\Phi_s \cos \theta}{4\pi r^2}$$

=> L'intensità luminosa diminuisce con il quadrato della distanza(!)



- Quando la luce colpisce una superficie interagisce con essa fino a lasciare la superficie da una differente posizione (*scattering*).
- La **BSSRDF** (*Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution Function*) è una funzione che descrive il processo di scattering.



- La BSSRDF può essere scritta:

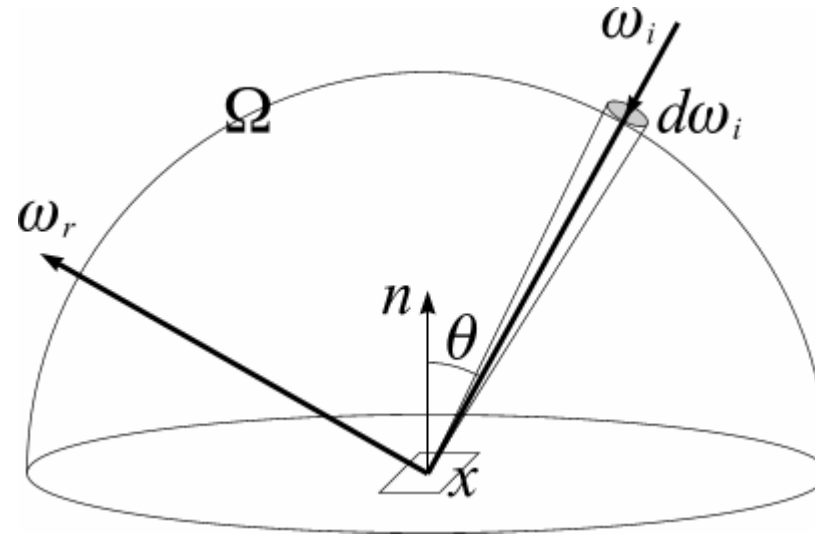
$$S(x_i, \vec{\omega}_i, x_r, \vec{\omega}_r) = \frac{dL_r(x_r, \vec{\omega}_r)}{d\Phi_i(x_i, \vec{\omega}_i)}$$

- Dove L_r è la radianza uscente dal punto x_r nella direzione w_r e Φ_i è il flusso radiante incidente nel punto x_i proveniente dalla direzione w_i .
- E' una funzione di otto parametri!!



- La **BRDF** (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*) è un'approssimazione della BSSRDF per descrivere matematicamente la riflessione della luce sulla superficie
- In particolare, la BRDF è il rapporto tra la radianza uscente (riflessa) in una certa direzione in un dato punto della superficie (x) e l'irradianza incidente nello stesso punto in una data direzione.

$$f_r(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) = \frac{dL_r(x, \vec{\omega}_r)}{dE_i(x, \vec{\omega}_i)} =$$
$$= \frac{dL_r(x, \vec{\omega}_r)}{L_i(x, \vec{\omega}_i) (\vec{\omega}_i \cdot \vec{n}) d\vec{\omega}_i}$$



$$L_o(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + L_r(x, \vec{\omega}_r)$$

$$L_o(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) (\vec{\omega}_i \cdot \vec{n}) d\vec{\omega}_i$$



L'Equazione di Rendering

$$L_o(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + L_r(x, \vec{\omega}_r)$$

- La luce visibile in un punto della scena per una particolare direzione è data dalla luce riflessa più la luce emessa in quella direzione

$$L_o(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) (\vec{\omega}_i \cdot \vec{n}) d\vec{\omega}_i$$

- La luce riflessa è un integrale che somma tutti i contributi luminosi pesati secondo l'angolo di riflessione e la BRDF (che dipende dal materiale)



Equazione di Rendering

- x punto sulla superficie in cui si calcola l'equazione;
- $\vec{\omega}_r$ direzione considerata per il calcolo della radianza riflessa (direzione di uscita)
- $\vec{\omega}_i$ direzione da cui proviene il raggio incidente (radianza entrante)
- f_r funzione che determina la frazione riflessa di luce incidente
- $\vec{\omega}_i \cdot \vec{n}$ coseno dell'angolo di incidenza rispetto alla normale alla superficie



- Calcolo esatto dell'equazione della radianza => operazione complessa e molto costosa
- Sistema di grafica interattiva necessita di una formula utilizzabile per tutti i punti della scena più volte al secondo
- Semplificazione dell'equazione (approssimazione)
- In più si modella gli effetti della luce soltanto *localmente*



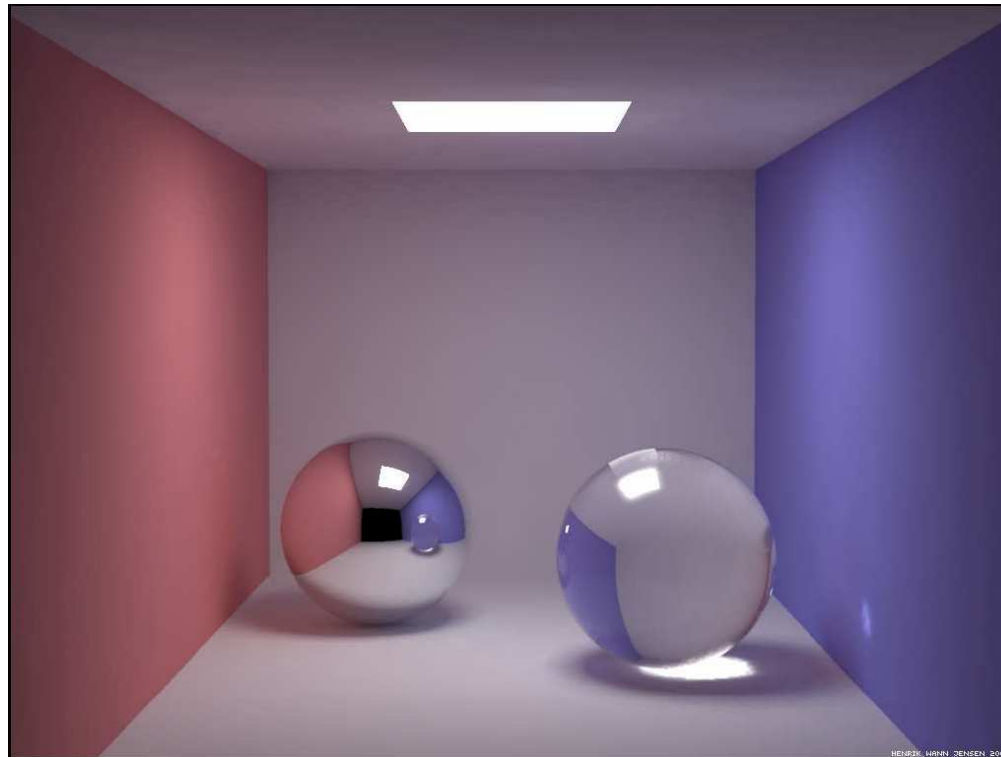
Effetti Locali e Globali

- Gli effetti visivi causati dalla luce possono essere suddivisi in *effetti locali* ed *effetti globali*.



Effetti Locali e Globali

- Shadows (soft)
- Indirect Lighting (color bleeding)
- Caustics



Images from Henrik Wann Jensen



- **Modello di illuminazione:** formulazione matematica dell'equazione del trasporto dell'energia luminosa
- Generalmente i modelli di illuminazione sono approssimazioni (locali) della Rendering Equation
- **Lighting:** calcolo del bilancio luminoso
- **Shading:** calcolo del colore di ogni pixel dell'immagine



Modello di Illuminazione di Phong

- Modello dovuto a Phong Bui-Tuon, prima metà degli anni '70
- Semplifica lo schema fisico di interazione luce-materia:
 - Solo sorgenti puntiformi
 - No inter-riflessioni
 - Calcolo locale dell'equazione di illuminazione
 - Approssimazione con due costanti della funzione di riflessione



Il modello di Phong

- Simula il comportamento di materiali opachi
- Non modella la rifrazione: no materiali trasparenti o semi-trasparenti
- Abbastanza realistico anche se produce immagini un pò “plasticose”

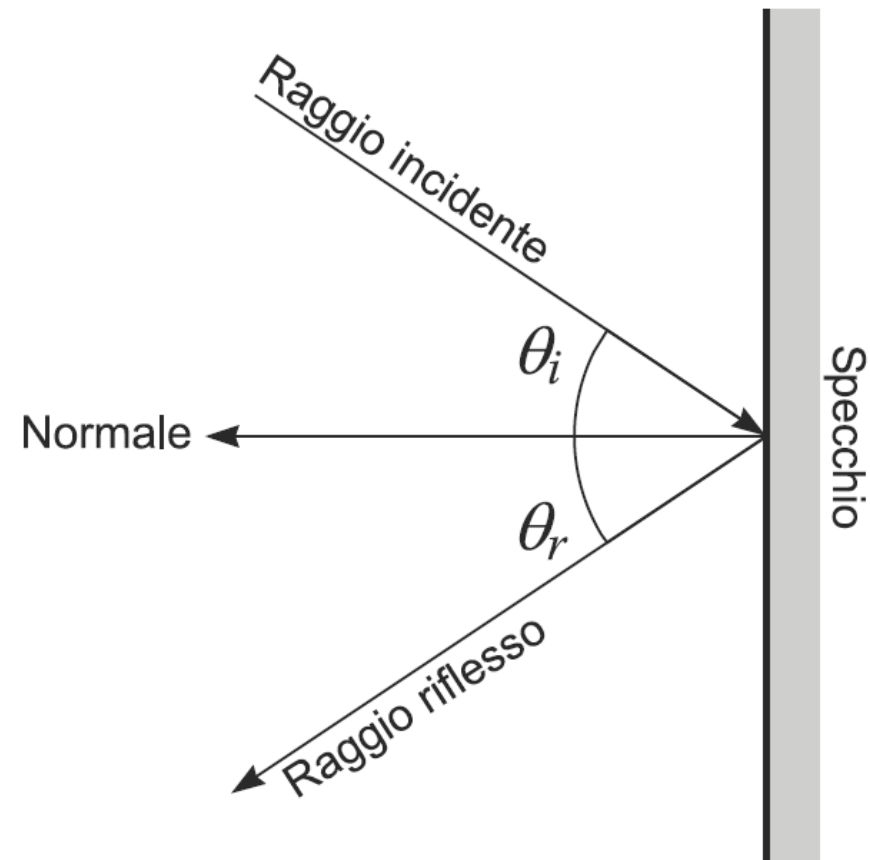


- **Obiettivo:** approssimare la $brdf(\cdot) f_r$ dell'equazione di rendering
- **Metodo:** semplificazione del fenomeno della riflessione usando le leggi della fisica che regolano la riflessione speculare (Fresnel) e la riflessione diffusa (Lambert)



Legge di Fresnel

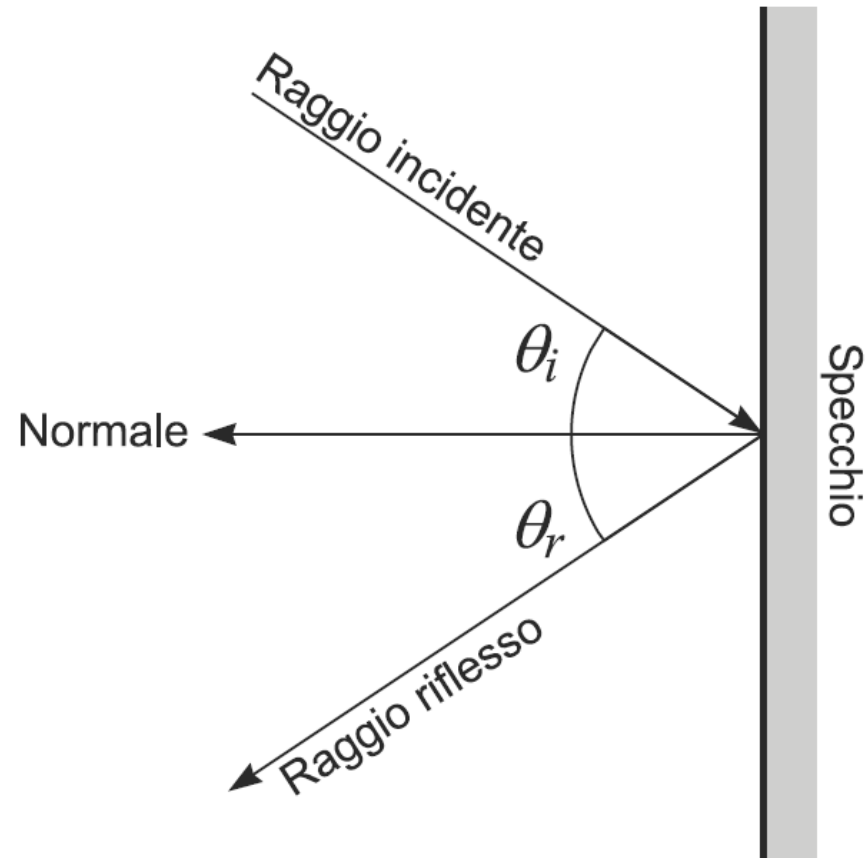
- Quando un raggio di luce passa da un mezzo ad un altro con diverso indice di rifrazione raggiunta la superficie di separazione parte del raggio viene riflessa e parte trasmessa
- La somma delle energie dei due raggi è uguale all'energia del raggio originale



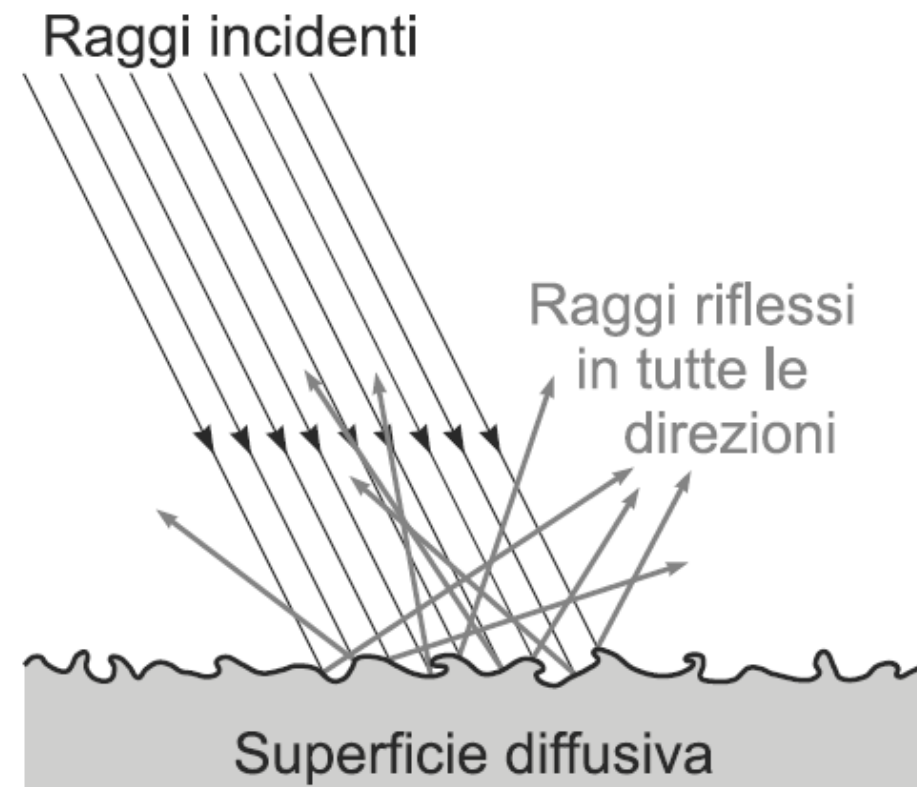


Legge di Fresnel

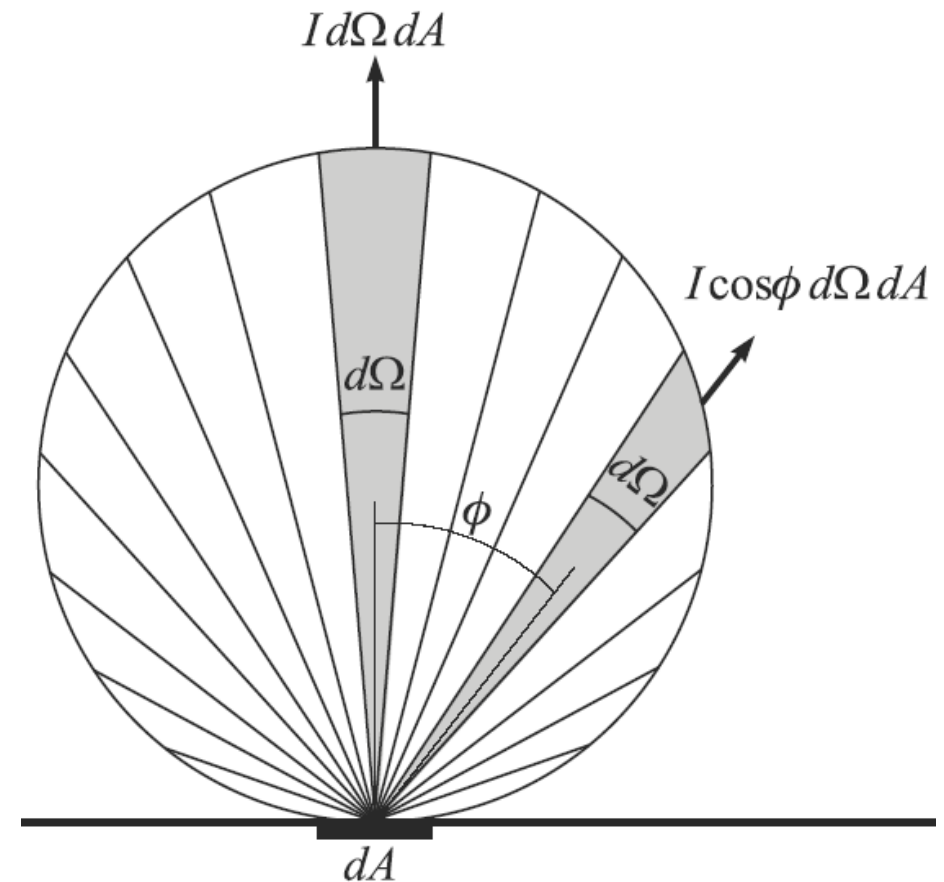
- Se da aria a corpo solido non c'è rifrazione si ha solo riflessione
- L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione
- Vale per materiali molto lisci e lucidi



- Materiali molto opachi (es. gesso e legno) hanno una superficie che, a livello microscopico, ha piccole sfaccettature che riflettono la luce in una direzione casuale



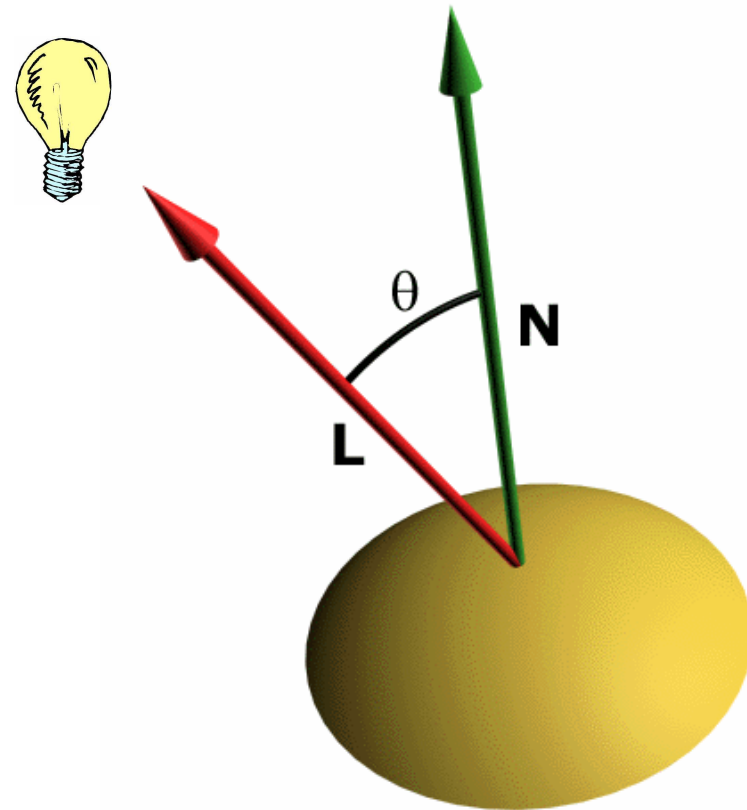
- Integrando su scala macroscopica: la luce si riflette uniformemente verso tutte le direzioni, con intensità proporzionale al rapporto tra la direzione del raggio incidente e la normale alla superficie in quel punto



- Sorgenti luminose puntiformi:
 - posizione nella scena
 - intensità della luce emessa
- Per calcolare in P con normale \vec{N} :
- Dipendenza solo da θ

$$\vec{L} = |L - P|$$

$$\cos(\theta) = \vec{L} \cdot \vec{N}$$

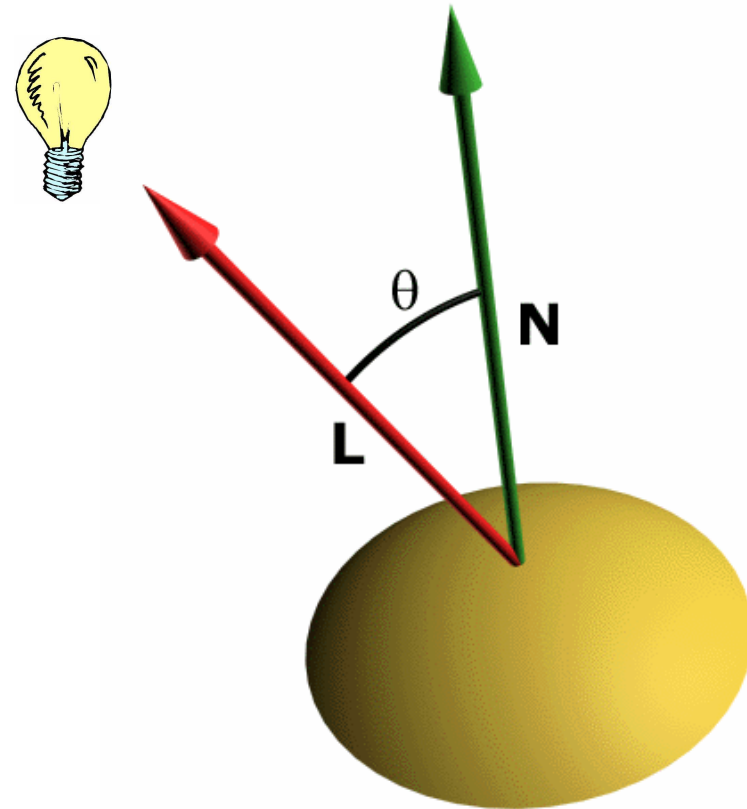


- Si approssima la funzione di riflessione diffusa della superficie come una costante k_d dipendente dal materiale
- Equazione di illuminazione (solo diffusiva)

$$I = I_p k_d \cos \theta$$

o meglio

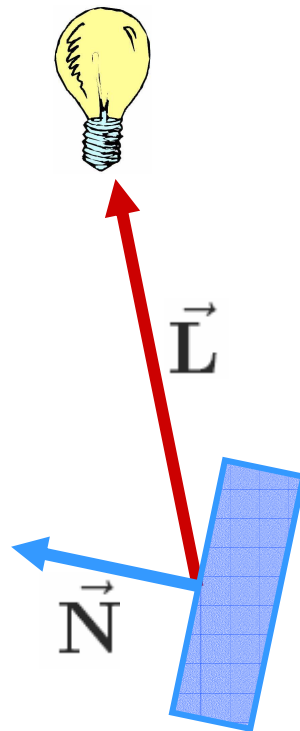
$$I = I_p k_d (\vec{\mathbf{N}} \cdot \vec{\mathbf{L}})$$



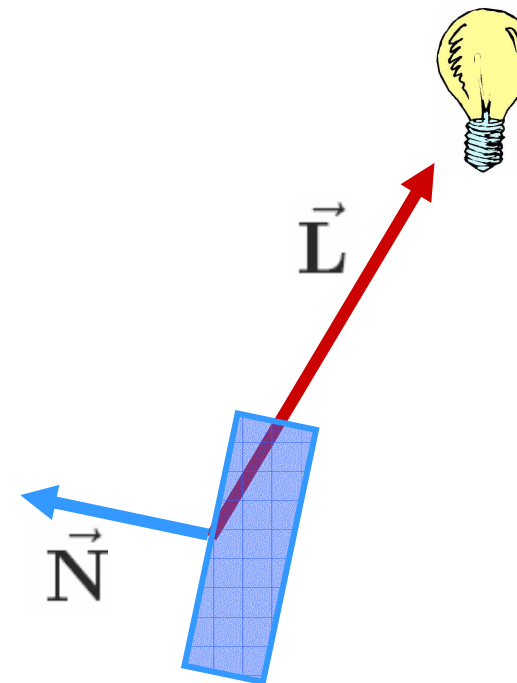


Riflessione Diffusiva

- Si considera solo per valori di θ compresi tra 0 e $\pi/2$

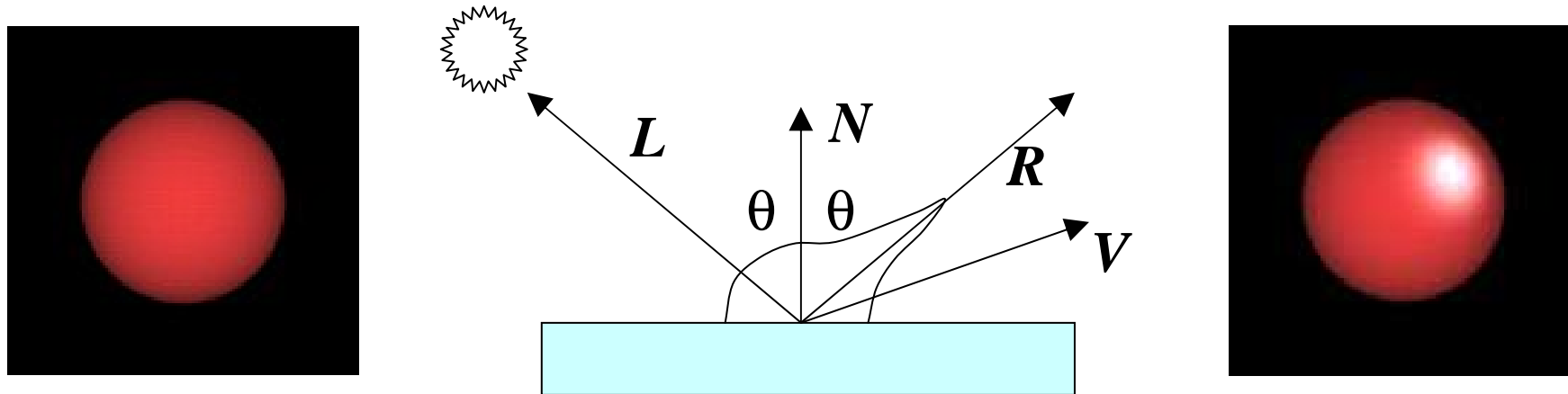


OK



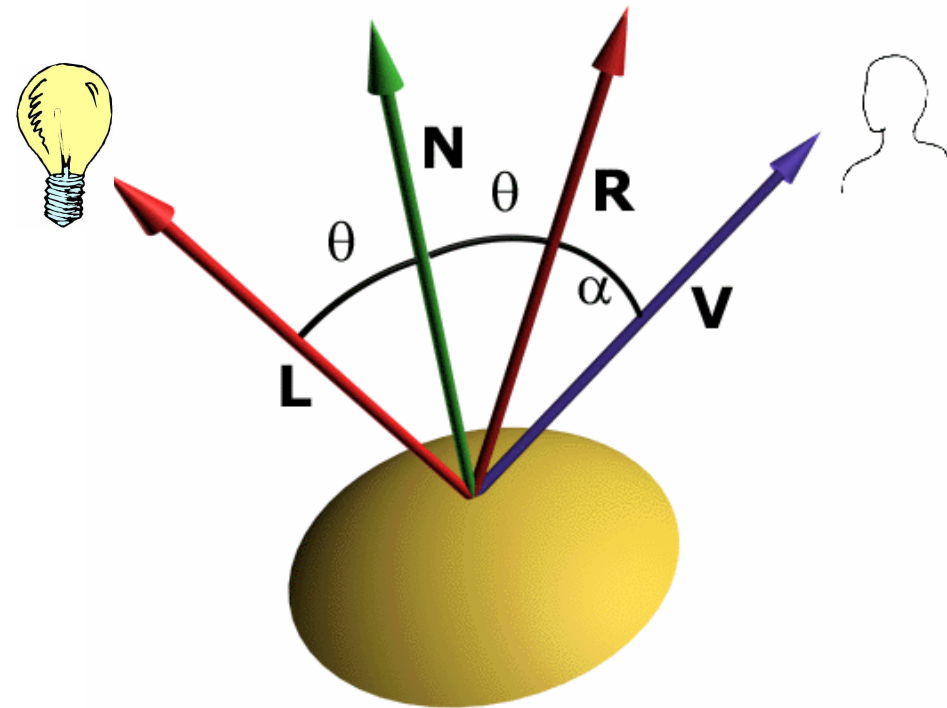
NO

- Novità sostanziale: *riflettore non perfetto*



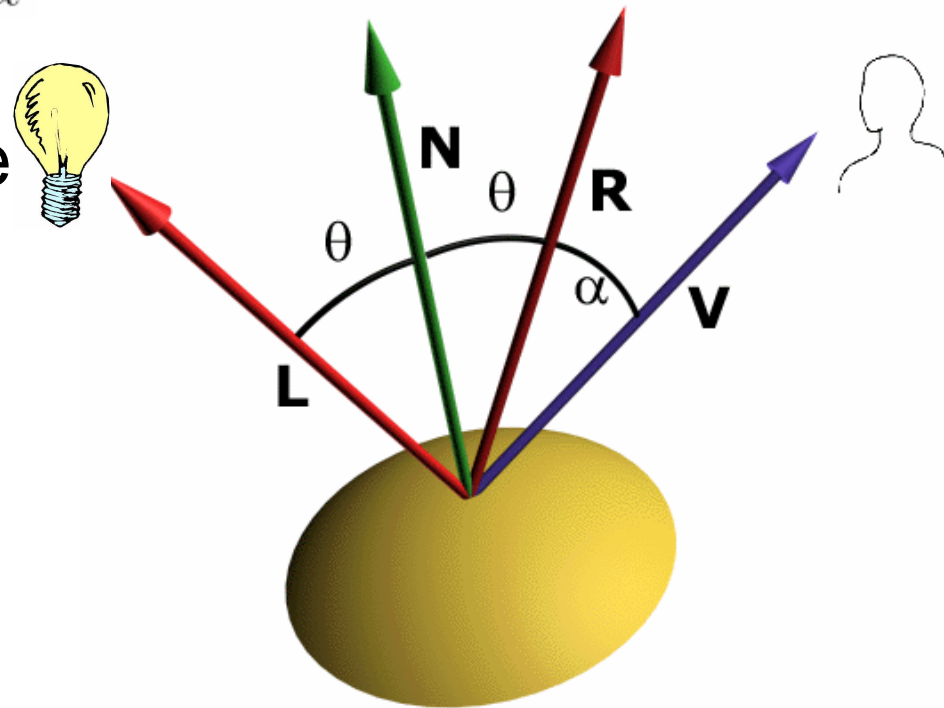
- Approssimazione empirica di una riflessione più realistica rispetto alla legge di Fresnel
- Conseguenza: *specular highlight*
- In pratica lo specular highlight è dato dalla luce riflessa nella direzione di vista, quindi la sua posizione sull'oggetto dipende dall'osservatore

- Dipendenza dall'angolo α compreso tra la direzione di riflessione ideale e la direzione di vista
- Riflessione massima per $\alpha = 0$
- Decadimento più o meno rapido all'aumentare di α



- Questo comportamento si modella elevando alla n il coseno dell'angolo α
- Il parametro n è detto esponente di riflessione speculare (*specular reflection exponent*) del materiale
- Il vettore \vec{R} si calcola

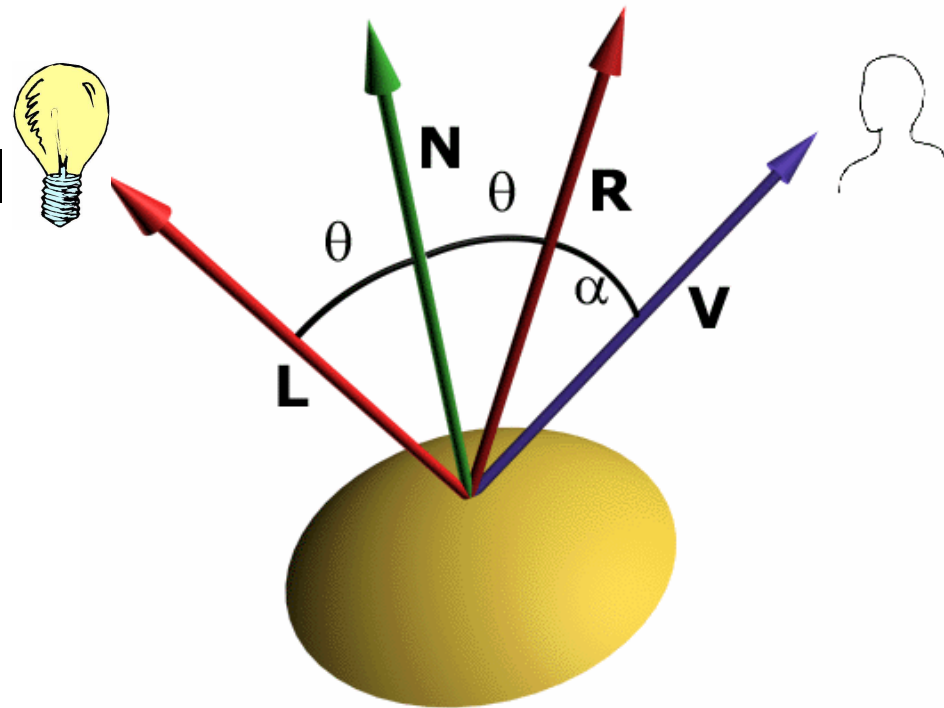
$$\vec{R} = 2\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{L}) - \vec{L}$$



- Equazione di illuminazione (solo speculare)

$$I = I_p k_s \cos^n \alpha$$

- Parametro k_s modella il comportamento della superficie insieme a n





- Le inter-riflessioni tra oggetti diversi nella scena non sono modellate in modo accurato dal modello di Phong

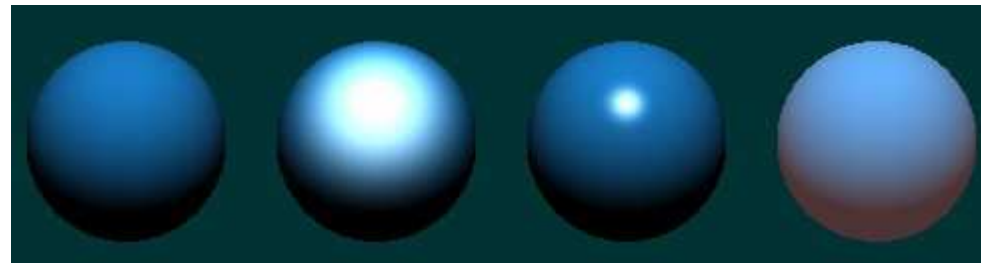
- Sono approssimate dalla componente:

$$I = I_a k_a$$

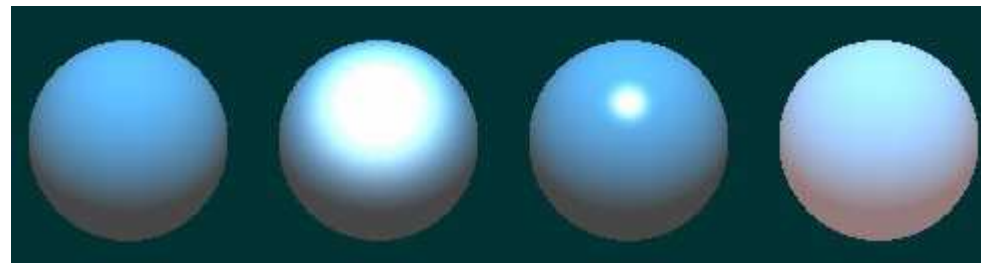
- I_a modella la radiazione luminosa totale emessa nella scena
- k_a modella la riflettività del materiale
- I_a è costante per tutti i punti di tutti gli oggetti

- La componente ambientale aggiunge realismo alla scena anche se è una grossolana approssimazione dell'effetto della luce indiretta.

Senza →



Con →





Somma dei contributi

- Tutti i contributi descritti si vanno a sommare per calcolare l'equazione di illuminazione
- Sommatoria su tutte le sorgenti luminose presenti nella scena

$$I = I_a k_a + \sum_p I_p [k_d (\vec{\mathbf{N}} \cdot \vec{\mathbf{L}}) + k_s (\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{V}})^n]$$



- Si può tenere conto dell'attenuazione dell'intensità dell'illuminazione all'aumentare della distanza

$$f_{\text{att}} = \begin{cases} \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} & \text{se } \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} < 1 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Inserendo il fattore di attenuazione

$$I = I_a k_a + \sum_p f_{\text{att}_p} I_p [k_d (\vec{\mathbf{N}} \cdot \vec{\mathbf{L}}) + k_s (\vec{\mathbf{R}} \cdot \vec{\mathbf{V}})^n]$$



- Finora abbiamo considerato l'intensità luminosa, come passare al colore?
- Quando si utilizza una rappresentazione a colori RGB l'equazione viene calcolata in modo indipendente per ciascuna delle tre componenti cromatiche
- Quindi avremo (luce singola):

$$I_r = I_{a,r} k_{a,r} + I_{p,r} [k_{d,r} (\vec{N} \cdot \vec{L}) + k_{s,r} (\vec{R} \cdot \vec{V})^n]$$

$$I_g = I_{a,g} k_{a,g} + I_{p,g} [k_{d,g} (\vec{N} \cdot \vec{L}) + k_{s,g} (\vec{R} \cdot \vec{V})^n]$$

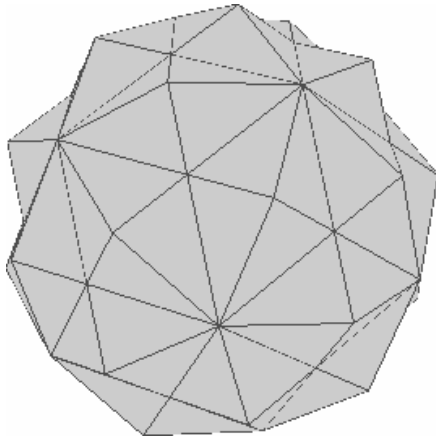
$$I_b = I_{a,b} k_{a,b} + I_{p,b} [k_{d,b} (\vec{N} \cdot \vec{L}) + k_{s,b} (\vec{R} \cdot \vec{V})^n]$$



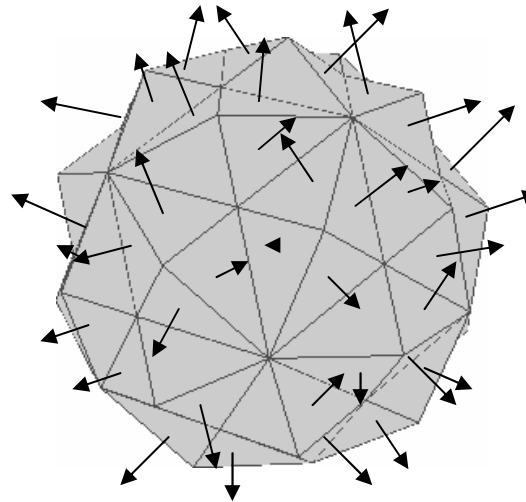
- Il modello di Phong ci dice *come* calcolare l'interazione tra luce e materia senza utilizzare la Rendering Equation (troppo complessa)
- Adesso vediamo *dove* calcolare l'equazione d'illuminazione



Flat Shading

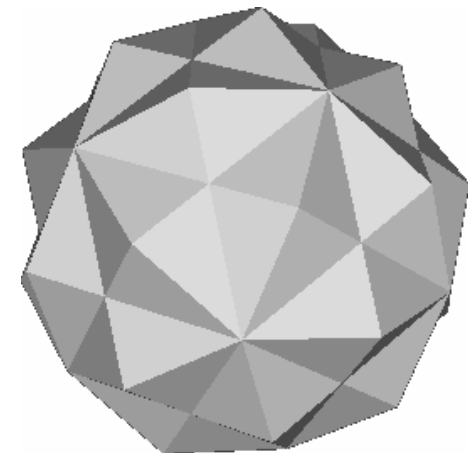


Dato l'oggetto per
cui calcolare
l'equazione
di illuminazione I ...



...calcolare le
normali in ogni
faccia...

...e calcolo I una
sola volta per
faccia





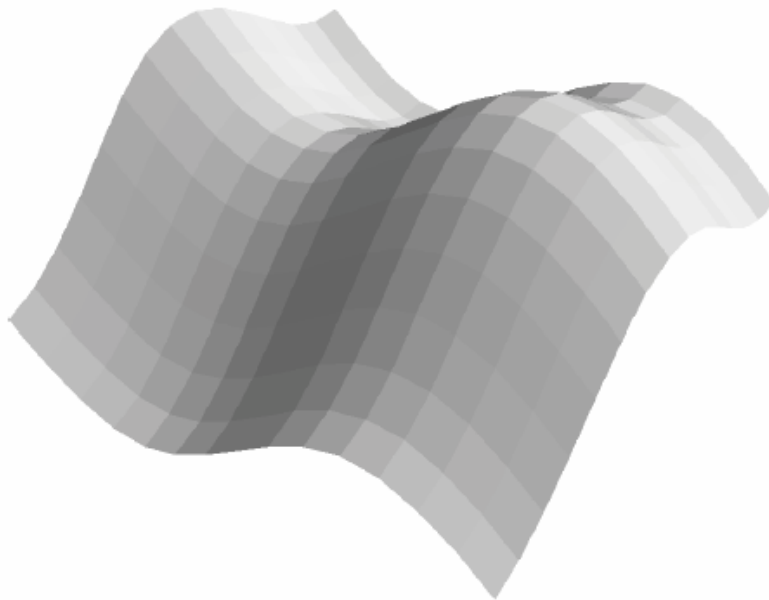
- Nelle seguenti condizioni:
 - sorgenti luminose solo direzionali ($\vec{N} \cdot \vec{L} = k$ per tutta la superficie)
 - osservatore a distanza infinita dalla scena (proiezione parallela) $\Rightarrow \vec{N} \cdot \vec{V} = k$ e $\vec{R} \cdot \vec{V} = k$ per tutta la superficie

il flat shading costituisce la migliore approssimazione possibile.

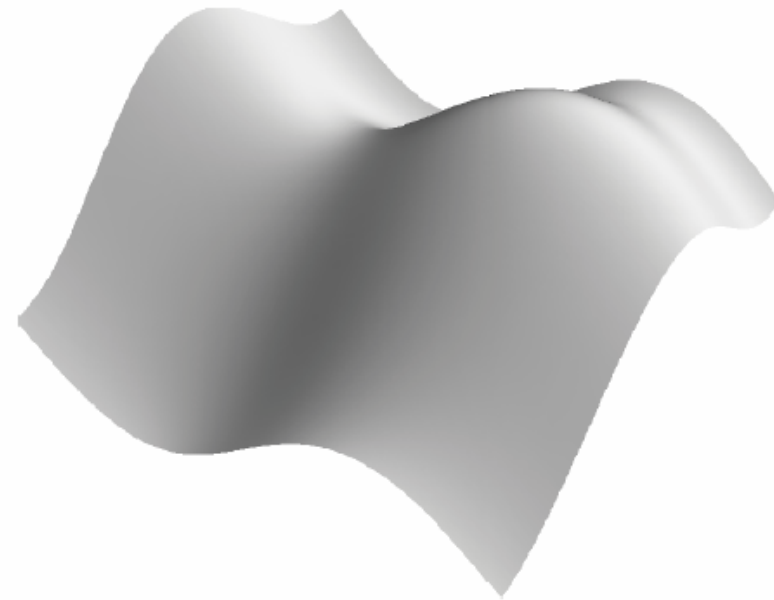


Flat Shading

- Problema: il modello discreto rappresenta in modo approssimato una superficie curva e continua



Com'è

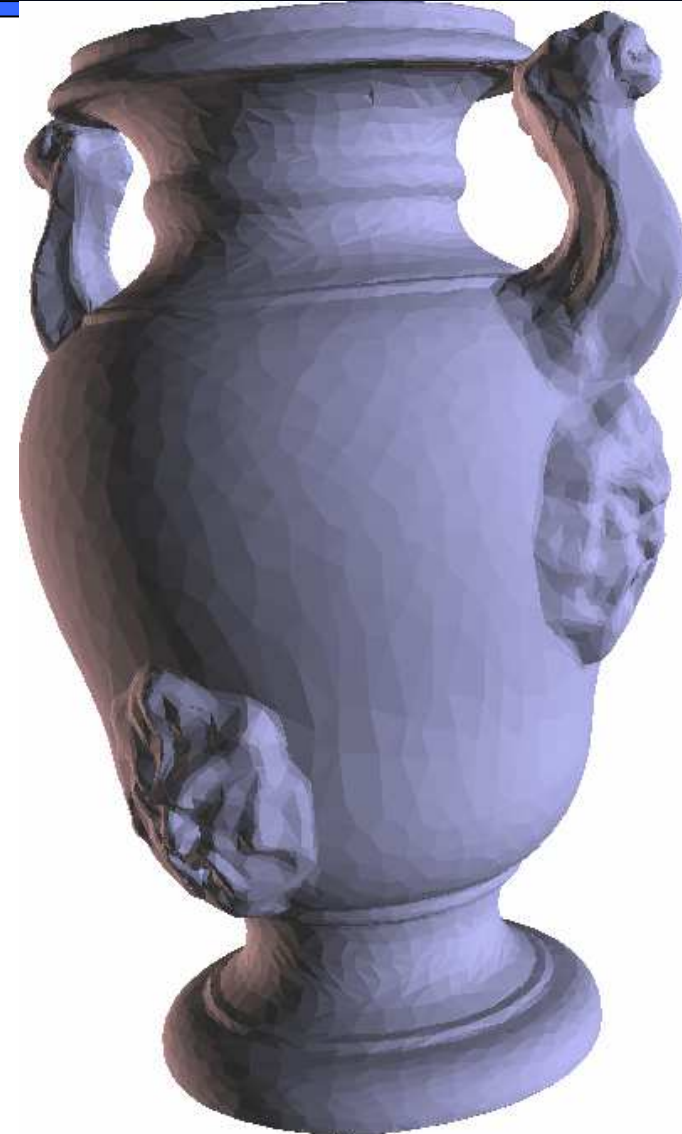


Come dovrebbe essere



Flat Shading

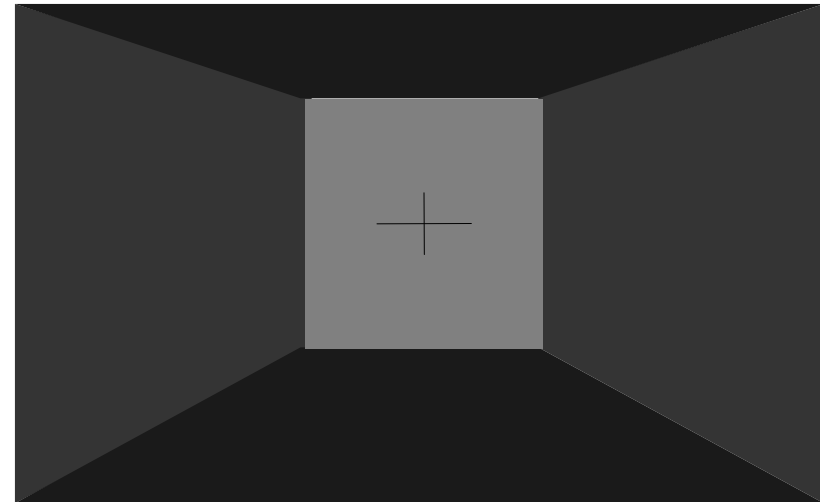
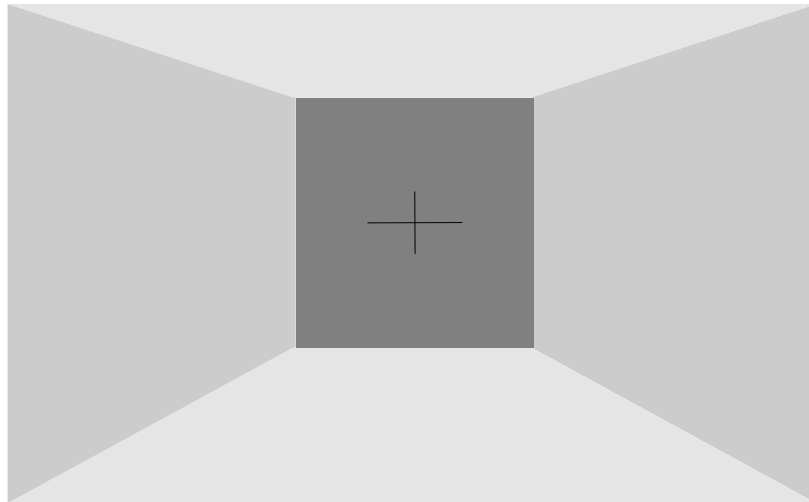
- Soluzione: uso un numero elevato di facce
- Non funziona, si vedono comunque le discontinuità tra una faccia e la vicina a causa dell'effetto Mach Banding (è un effetto *percettivo*)





Mach Banding

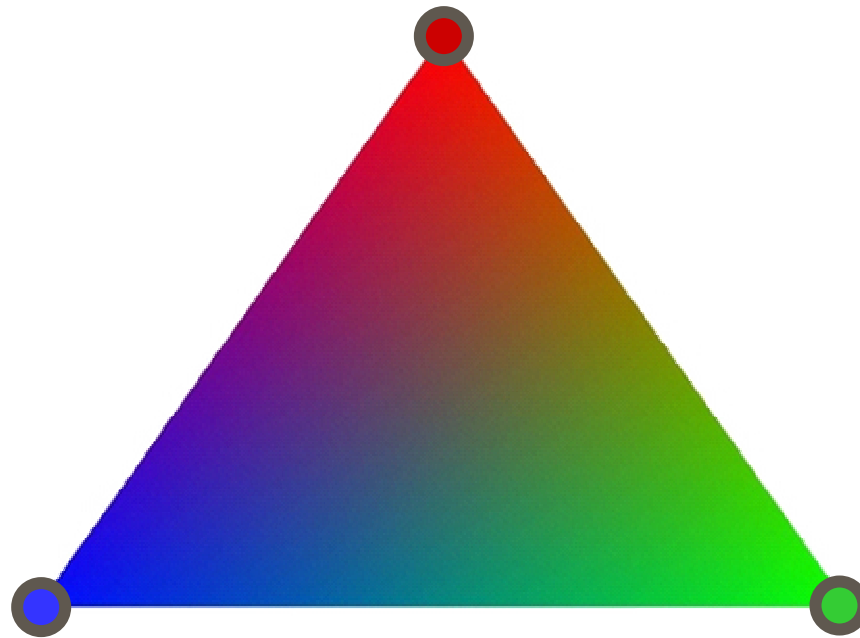
- Alterazione della percezione visiva di una zona in cui la luminanza varia rapidamente
- Un oggetto messo vicino ad uno più chiaro risulta più scuro e messo vicino ad uno più scuro risulta più chiaro





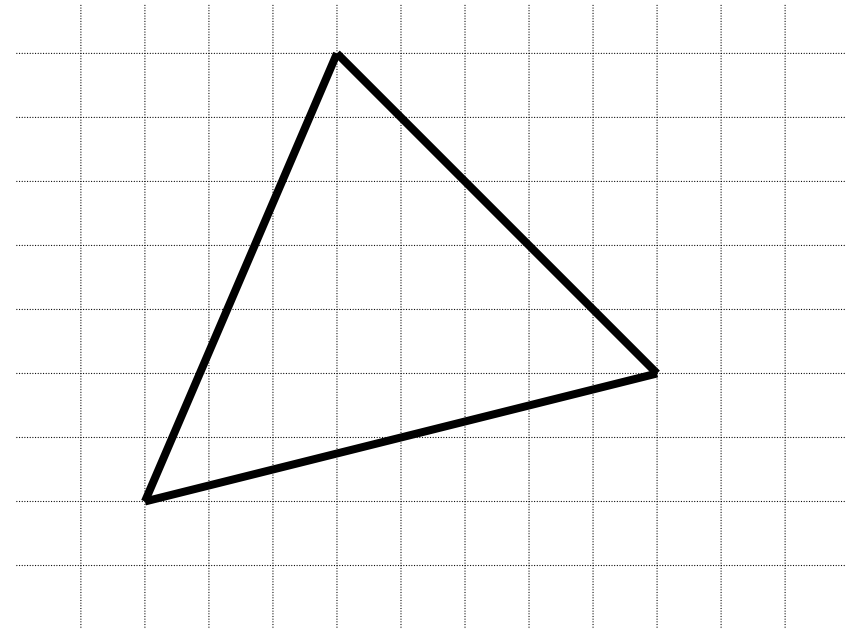
Gouraud Shading

- Calcolare l'equazione di illuminazione solo in alcuni punti nodali
- Interpolare linearmente tra questi valori





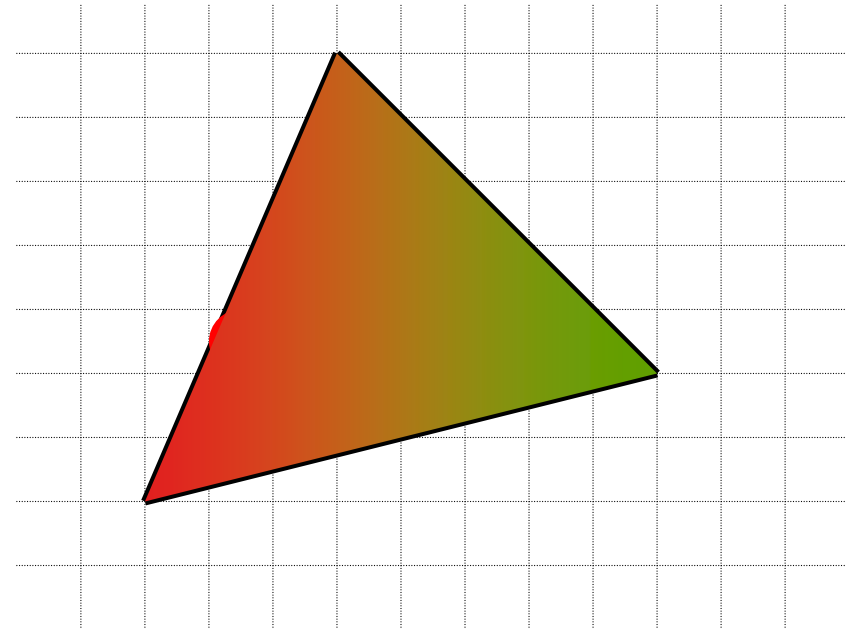
- Aggiungere all'algoritmo di rasterizzazione l'operazione di interpolazione nello spazio colore comporta uno sforzo minimo



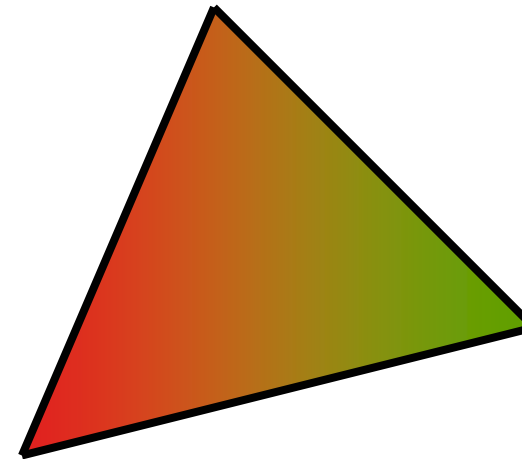


Gouraud Shading e Rasterizzazione

- Per ogni span si calcola il valore di I all'estremo con un algoritmo incrementale, e, sempre incrementalmente, si calcolano i valori all'interno della span

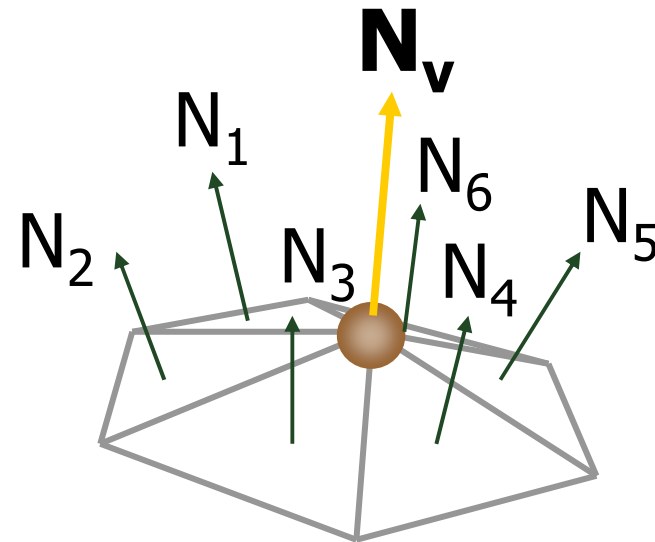


- Il risultato così ottenuto approssima molto il modello di Phong per superfici generiche rispetto allo shading costante



- Che normali utilizzo?
- La normale alla faccia è bene definita
- La normale al vertice la calcolo come media delle normali delle facce che incidono sul vertice

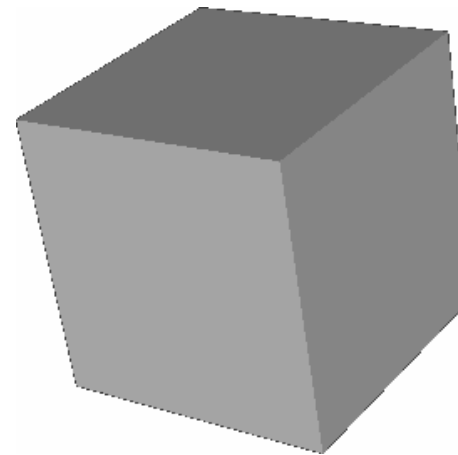
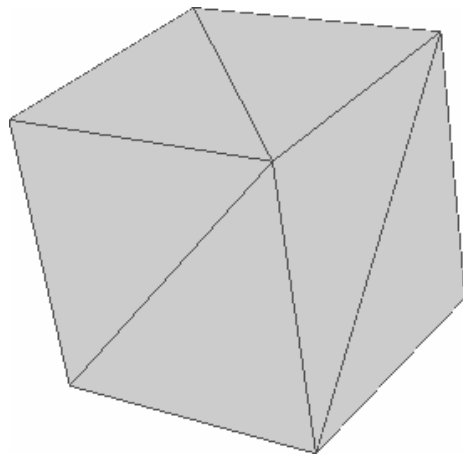
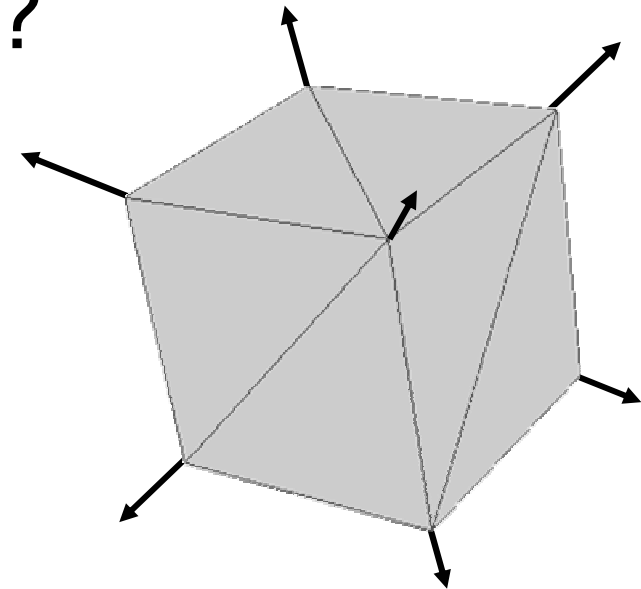
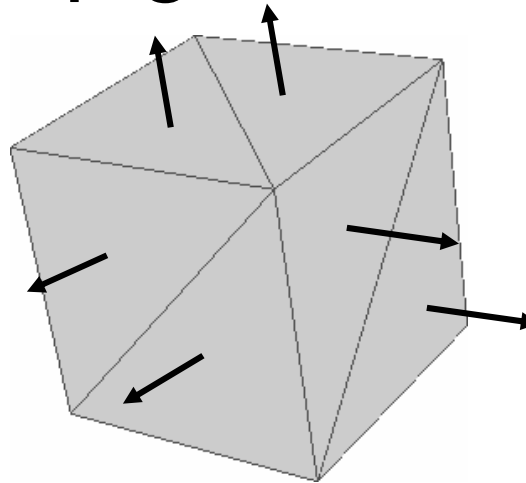
$$\vec{N}_v = \frac{\sum_i \vec{N}_i}{|\sum_i \vec{N}_i|}$$



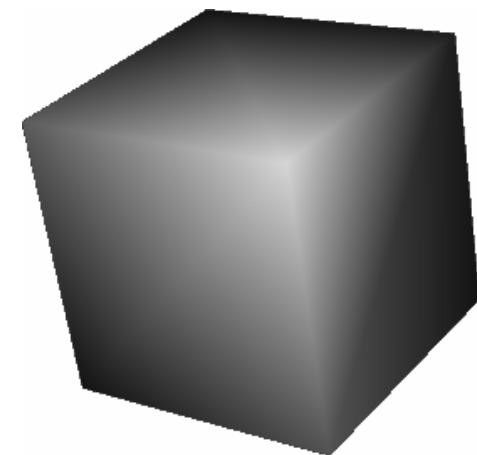


Limiti del Gouraud Shading

- Problema: gli spigoli “veri”?

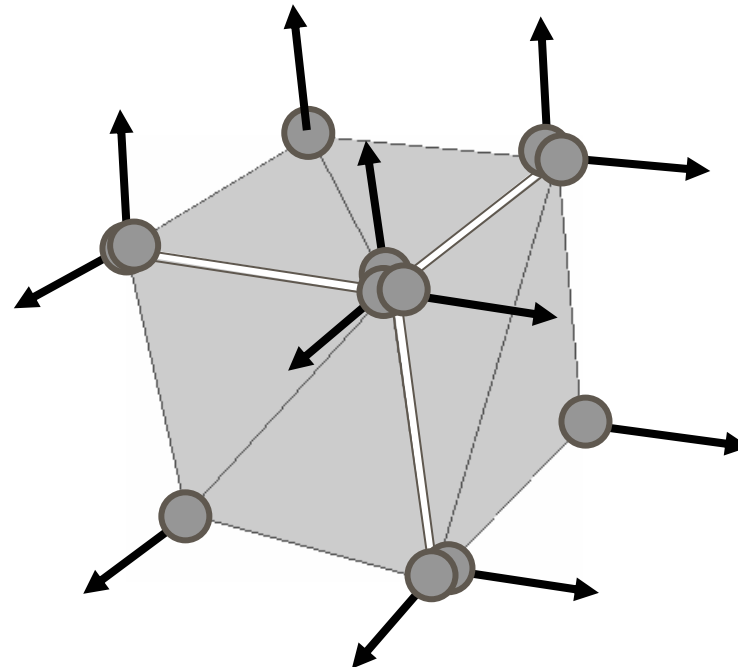


shading costante



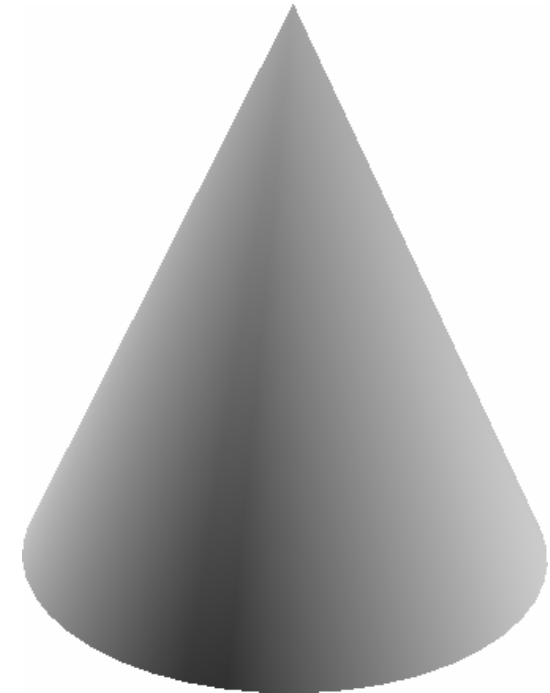
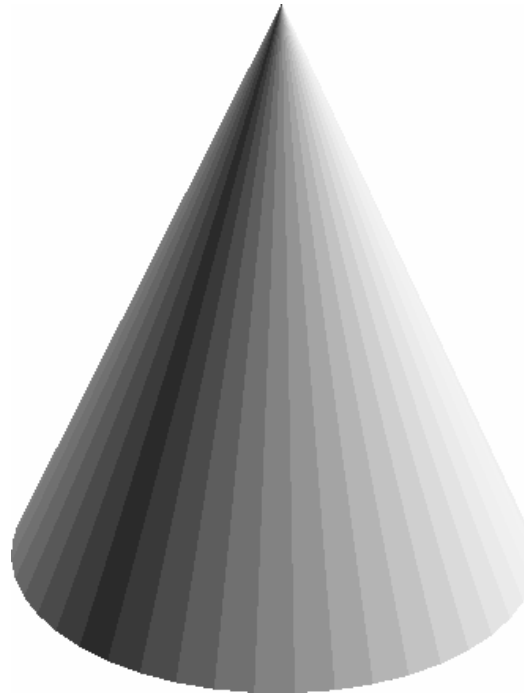
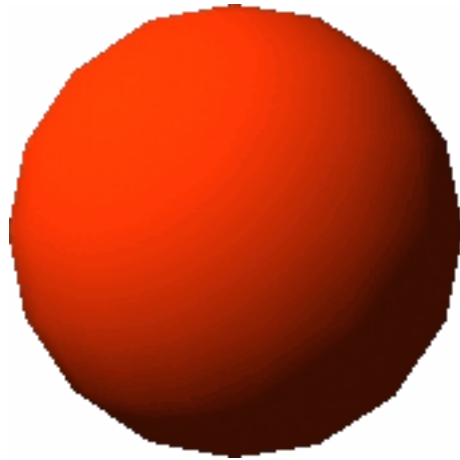
Gouraud shading

- Soluzione: si utilizzano normali diverse per i due lati dello spigolo
- La struttura dati deve memorizzare le adiacenze e le diverse tipologie





Flat vs Gouraud





Flat vs Gouraud

Facoltà di
Ingegneria

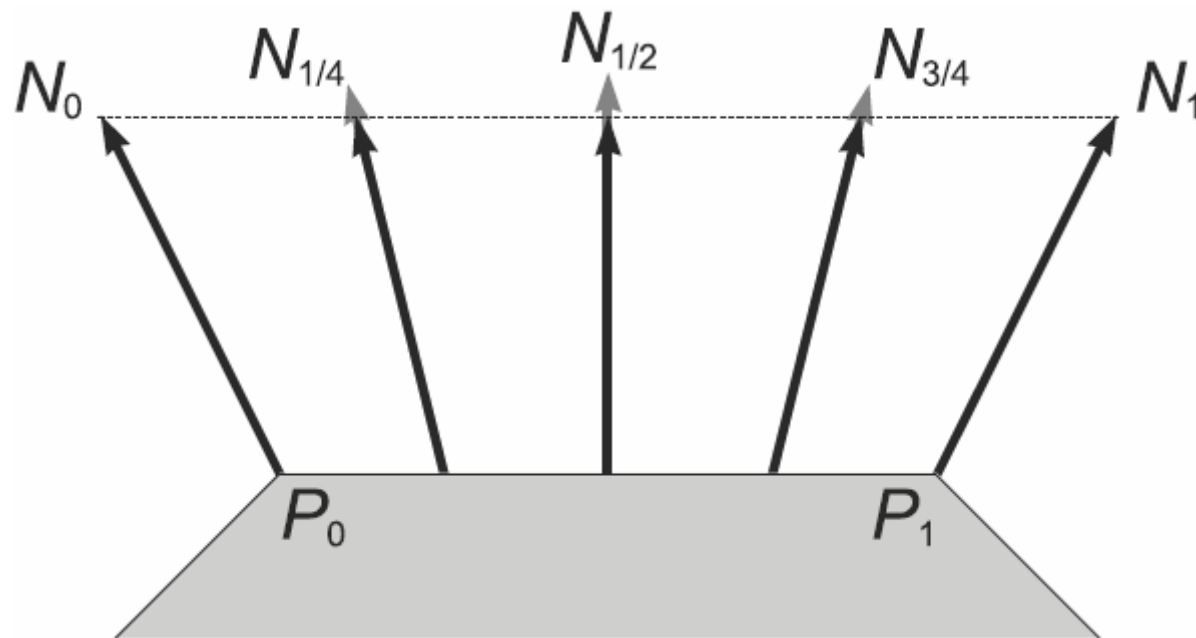




Phong Shading

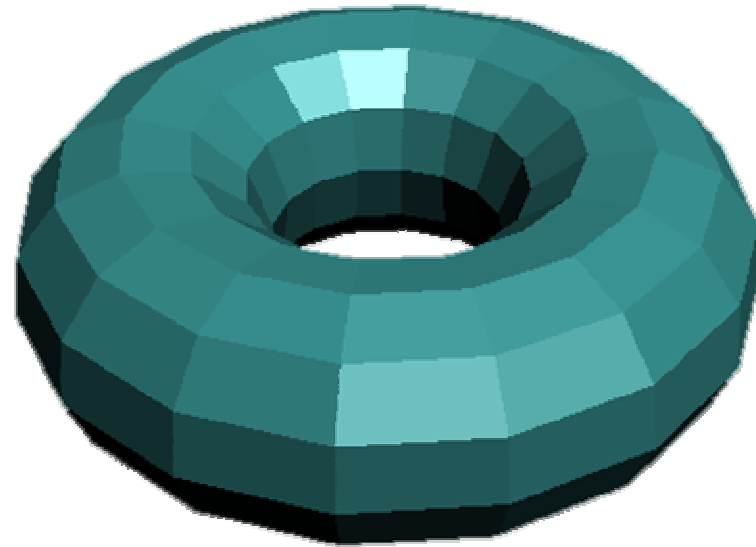
- Gouraud shading: ***ottimo rapporto complessità/benefici***
- Risultati non eccezionali per superfici dotate di un alto coefficiente di riflessione speculare
- Problema: con un alto indice di riflessione (n) lo *specular highlight* risulta piccolo, invece usando questo tipo di shading l'highlight può “propagarsi” per tutta la faccia (per interpolazione). Inoltre l'highlight, non viene disegnato se cade internamente alla faccia

- Soluzione: si interpola nello spazio delle normali e si calcola l'equazione di illuminazione in ogni pixel

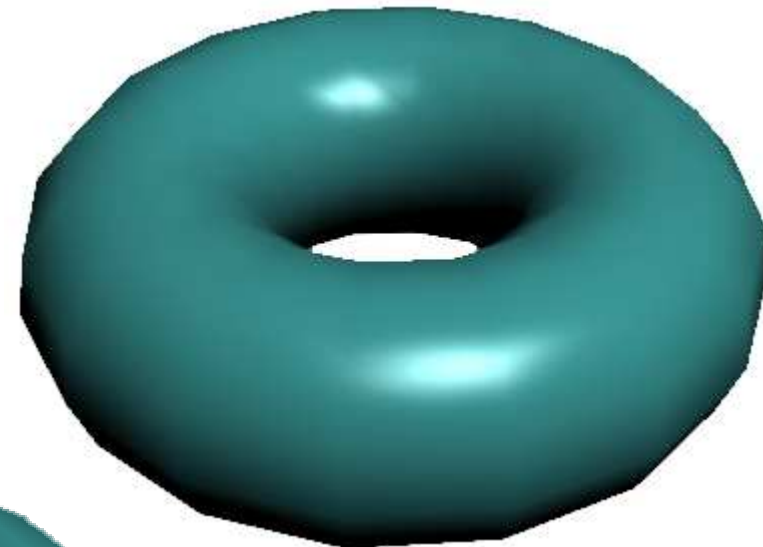




Flat, Gouraud e Phong Shading



Flat



Phong



Gouraud



Domande?