

Interpolazione

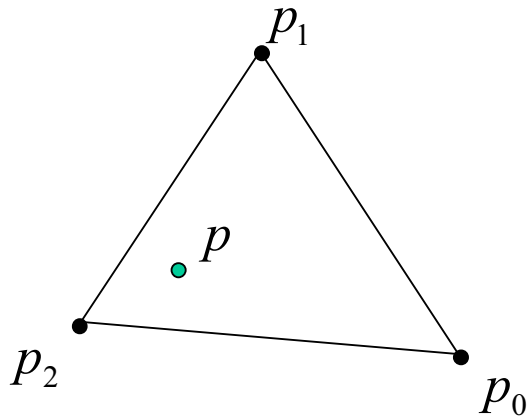
- Interpolazione all'interno del triangolo: coordinate baricentriche

Il punto p si può esprimere in coordinate **baricentriche**

$$p = \alpha p_0 + \beta p_1 + \gamma p_2$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0$$



È comodo anche scriverle così:

$$p = \alpha p_0 + \beta p_1 + (1 - \alpha - \beta) p_2 =$$

$$= p_2 + \alpha(p_0 - p_2) + \beta(p_1 - p_2)$$

$$\alpha + \beta \leq 1$$

$$\alpha, \beta \geq 0$$

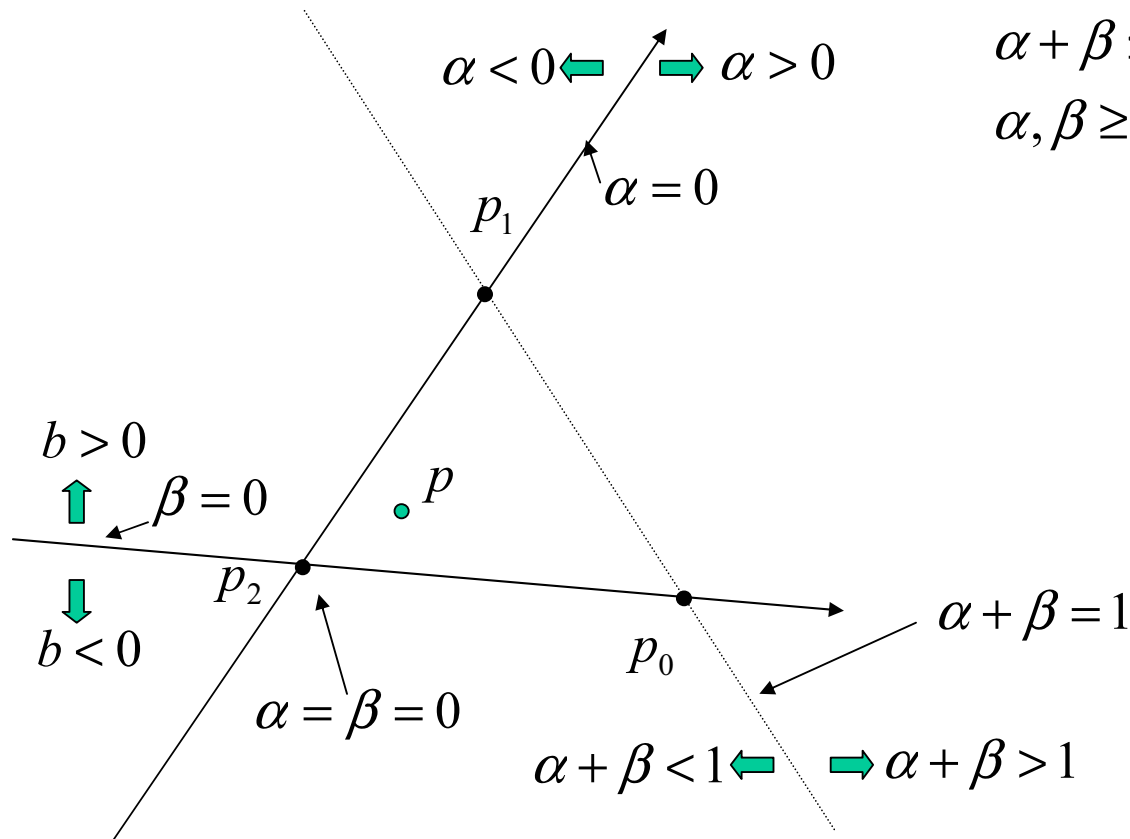
Nota implementativa

- Interpolazione all'interno del triangolo: coordinate baricentriche

$$p = p_0 + \alpha(p_0 - p_2) + \beta(p_1 - p_2)$$

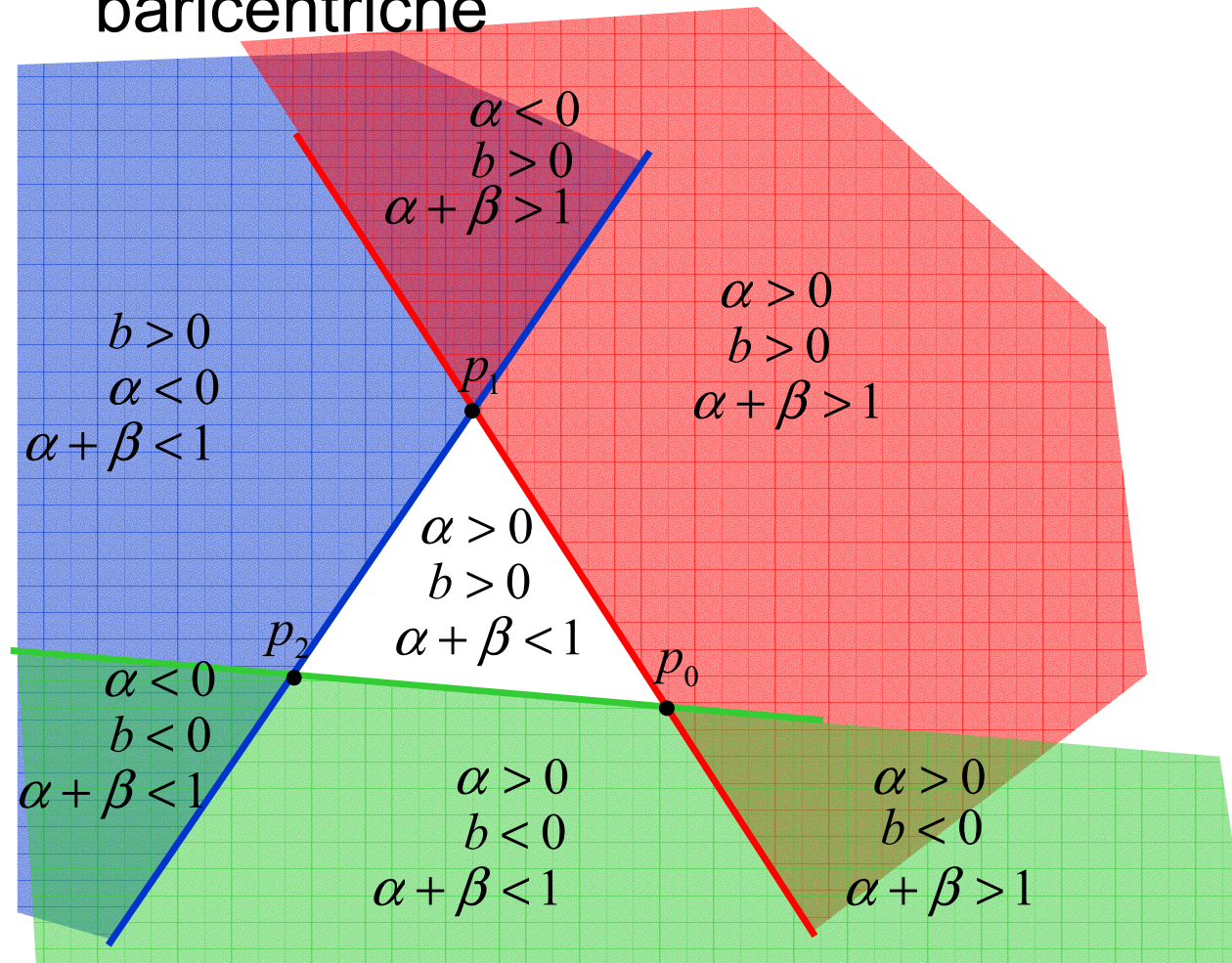
$$\alpha + \beta \leq 1$$

$$\alpha, \beta \geq 0$$



Nota implementativa

- Interpolazione all'interno del triangolo: coordinate baricentriche



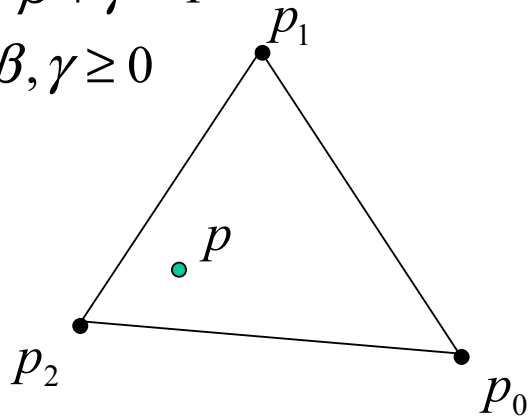
Nota implementativa

- Come si determinano le coordinate baricentriche?

$$p = \alpha p_0 + \beta p_1 + \gamma p_2$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0$$



Per esempio risolvendo il sistema

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ p_{0_x} & p_{1_x} & p_{2_x} \\ p_{0_y} & p_{1_y} & p_{2_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{2 \text{ area di } p, p_1, p_2}{(p_1 - p_0) \times (p_2 - p)} \quad \beta = \frac{2 \text{ area di } p, p_0, p_1}{(p_1 - p_0) \times (p_2 - p)} \quad \gamma = \frac{2 \text{ area di } p, p_1, p_2}{(p_1 - p_0) \times (p_2 - p)}$$

$\swarrow \quad \uparrow \quad \searrow$
 $2 \text{ area di } p_0, p_1, p_2$

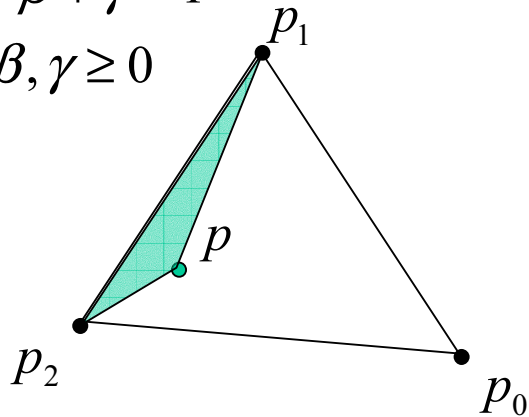
Nota implementativa

- Come si determinano le coordinate baricentriche?

$$p = \alpha p_0 + \beta p_1 + \gamma p_2$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 0$$

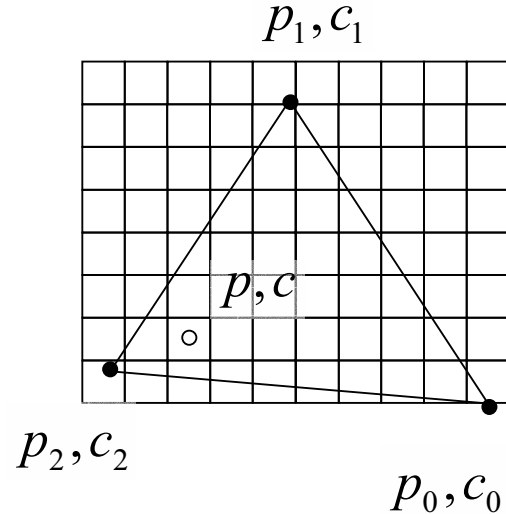


La coordinata baricentrica di un punto p relativa a un vertice è uguale al **rapporto** tra l'area del triangolo definito dai due **vertici opposti** e dal punto p e l'area del triangolo

$$\alpha = \frac{\text{Area}(p, p_1, p_2)}{\text{Area}(p_0, p_1, p_2)}$$

Dove servono?

- Durante la rasterizzazione
 - ES: Gouraud shading



Dato (centro del pixel corrente nella rasterizzazione) determino le sue coordinate baricentriche

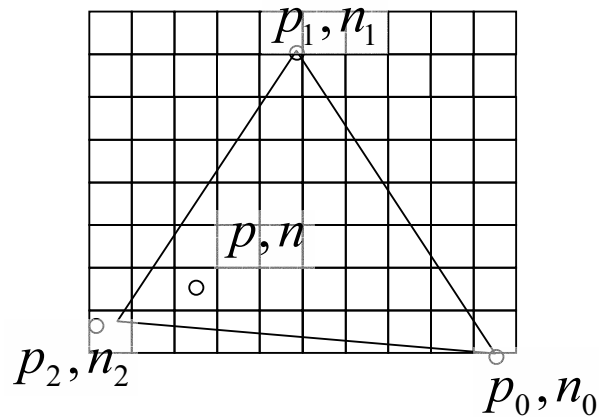
$$p = \alpha p_0 + \beta p_2 + \gamma p_2$$

...e le uso per interpolare il colore

$$c = \alpha c_0 + \beta c_2 + \gamma c_2$$

Dove servono?

- Durante la rasterizzazione
 - ES: Phong shading



Dato (centro del pixel corrente nella rasterizzazione) determino le sue coordinate baricentriche

$$p = \alpha p_0 + \beta p_1 + \gamma p_2$$

...e le uso per interpolare la normale

$$n = \alpha n_0 + \beta n_1 + \gamma n_2$$