

Grafica Computazionale

Clipping di segmenti e poligoni

Fabio Ganovelli

fabio.ganovelli@gmail.com

a.a. 2006-2007

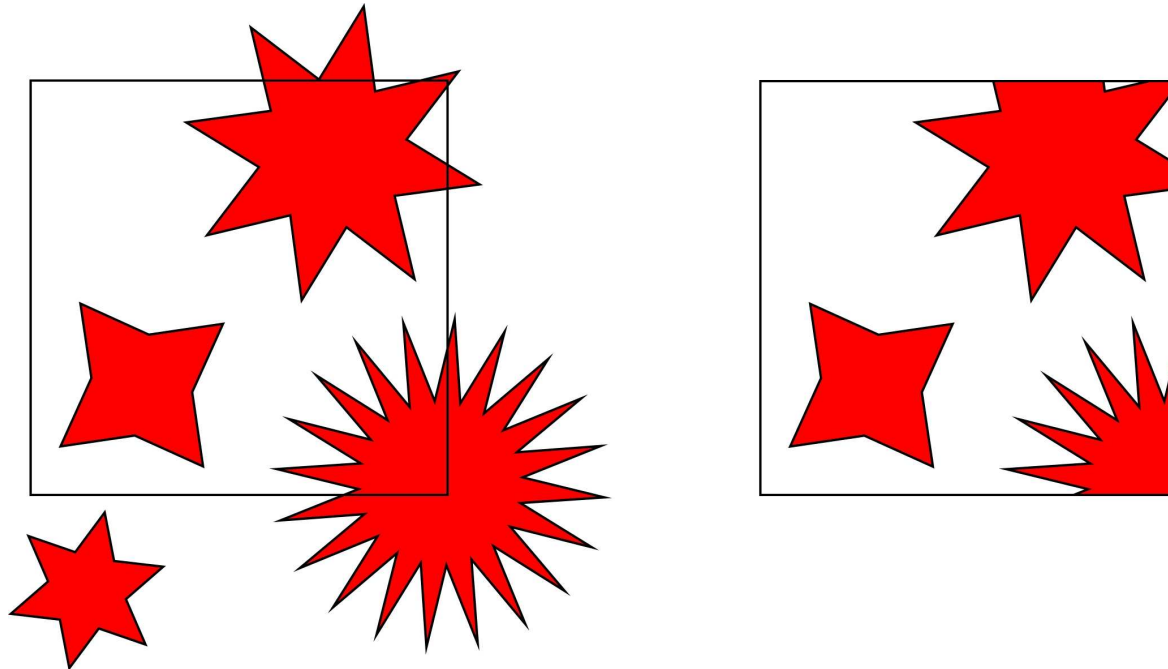
*Dalle diapositive a corredo del libro: "Fondamenti di Grafica Tridimensionale Interattiva"
R. Scateni, P. Cignoni, C. Montani e R. Scopigno - McGrawHill Italia*

Argomenti trattati

- ❖ Clipping
 - ❖ Clipping di punti e segmenti (Algoritmo di Cohen-Sutherland, Algoritmo di Liang-Barsky);
 - ❖ Clipping di poligoni (Algoritmo di Sutherland-Hodgman);

Clipping (generalità)

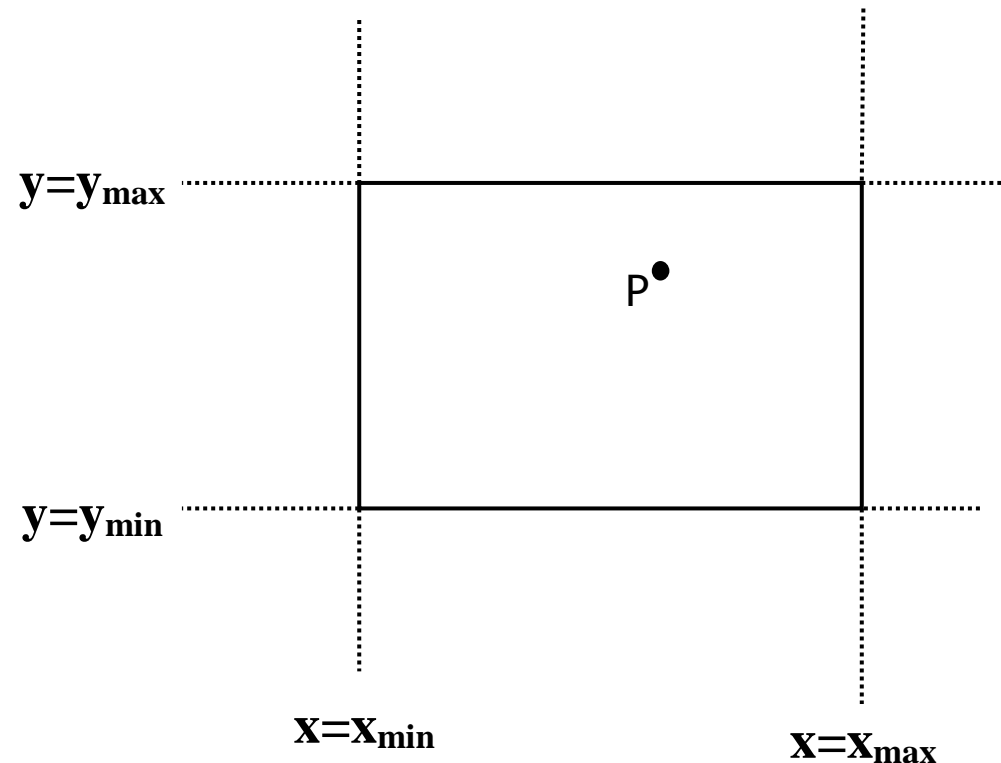
- ❖ L'operazione di *clipping* consiste nell'individuare (e rimuovere) le primitive grafiche (o parti di esse) esterne ad una finestra rettangolare o esaedrale oppure, più in generale, esterne ad un poligono o poliedro convesso.
- ❖ In computer graphics si è interessati al clipping rispetto a rettangoli o esaedri



Clipping di un punto

- ❖ Clipping di un punto: un punto è all'interno del rettangolo di clipping se e solo se sono soddisfatte le 4 disuguaglianze:

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$$

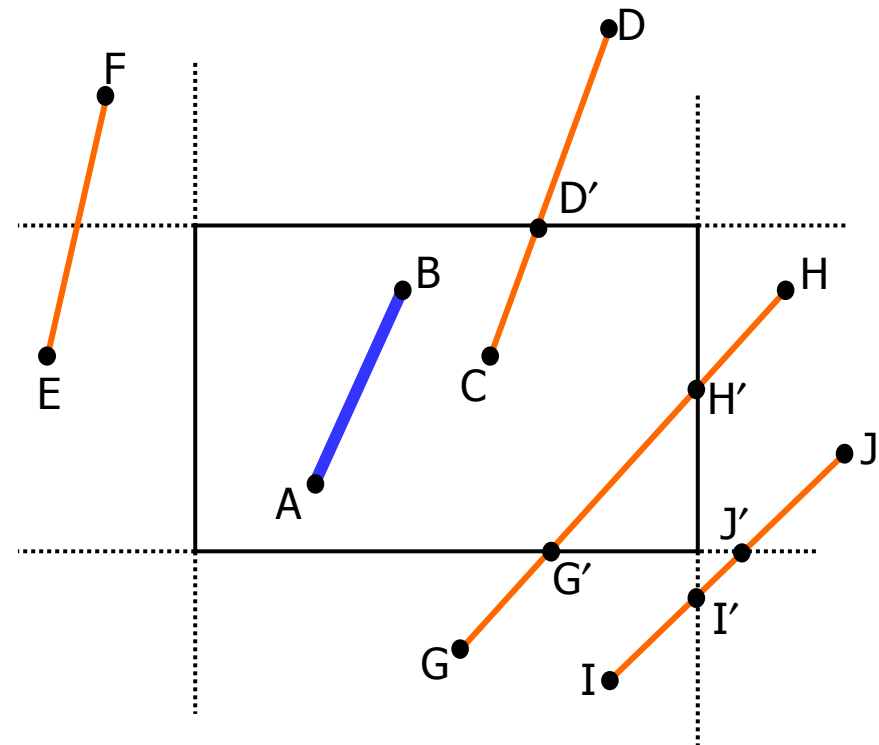


Clipping di un segmento (basics)

- ❖ Clipping di un segmento: necessario analizzare le posizioni dei suoi punti estremi.
 - ❖ Se gli estremi sono entrambi interni al rettangolo di clipping, il segmento è interno;
 - ❖ Se un estremo è interno e l'altro esterno, allora il segmento interseca il rettangolo di clipping ed è necessario determinare l'intersezione;
 - ❖ Se entrambi gli estremi sono esterni al rettangolo, il segmento può intersecare o meno il rettangolo di clipping e si rende necessaria una analisi più accurata per individuare le eventuali parti interne del segmento.

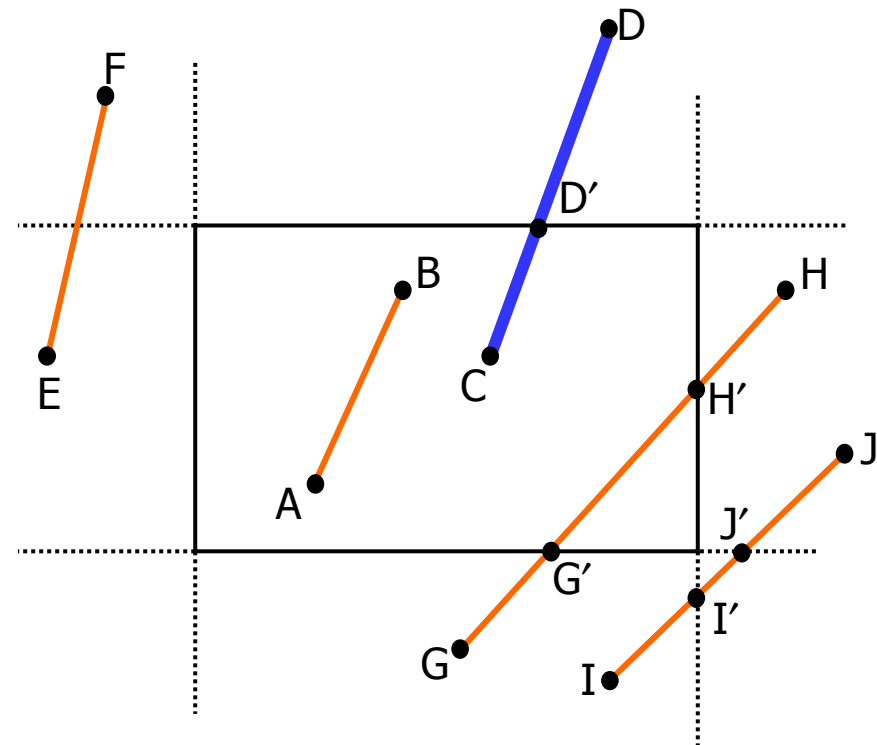
Clipping di un segmento (basics)

- ❖ Se gli estremi sono entrambi interni al rettangolo di clipping, il segmento (AB) è interno.



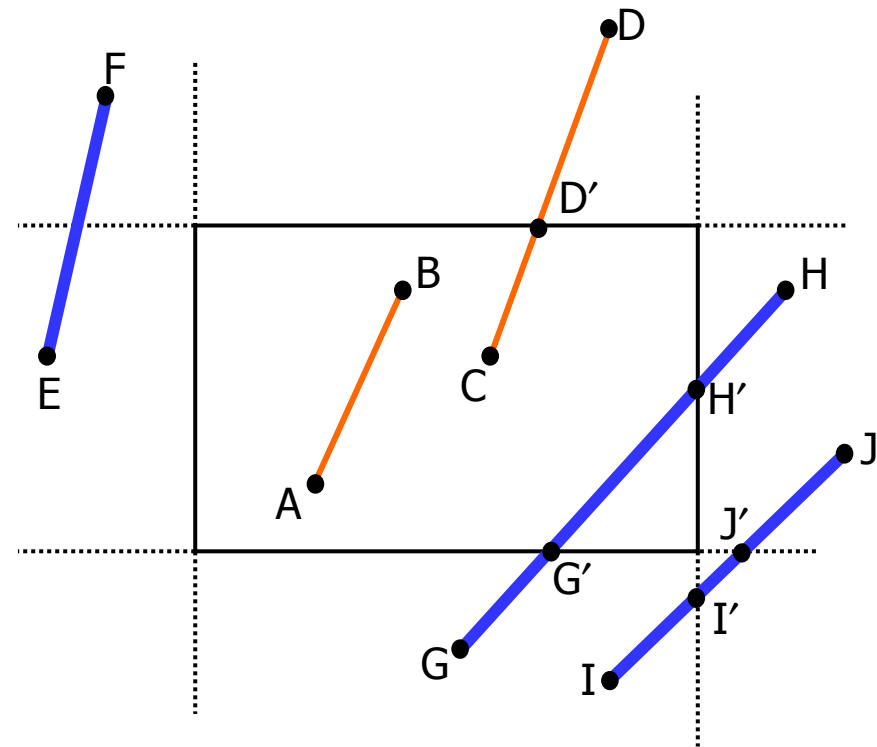
Clipping di un segmento (basics)

- ❖ Se un estremo è interno e l'altro esterno, allora il segmento interseca il rettangolo di clipping ed è necessario determinare l'intersezione (CD)



Clipping di un segmento (basics)

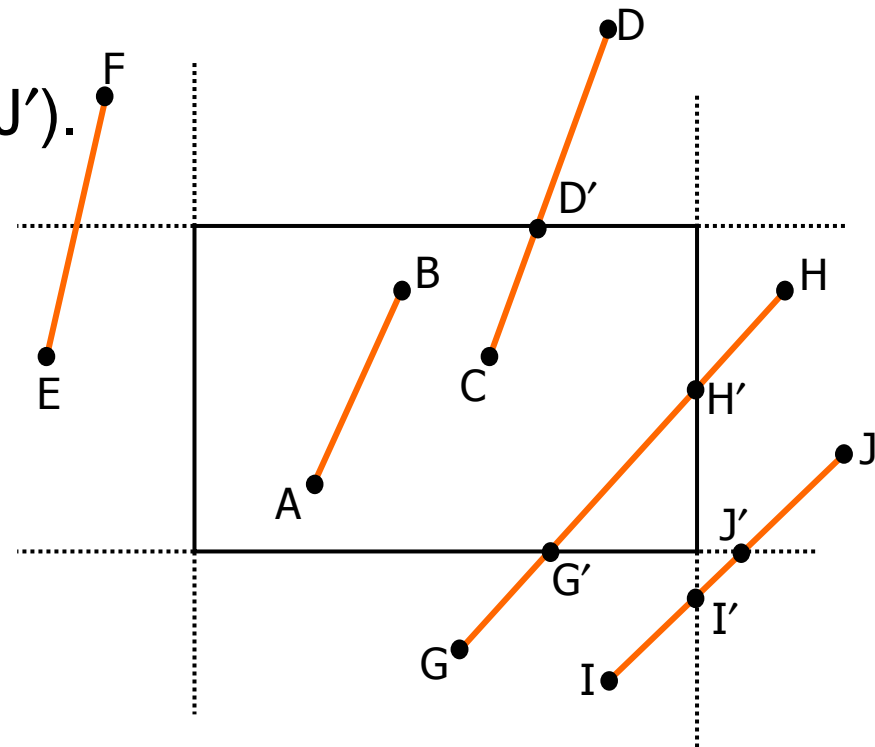
- ❖ Se entrambi gli estremi sono esterni al rettangolo, il segmento può intersecare o meno il rettangolo di clipping e si rende necessaria una analisi più accurata per individuare le eventuali parti interne del segmento (EF, GH, IJ).



Clipping di un segmento (algoritmo diretto)

- ❖ L'approccio diretto alla soluzione del problema è quello di determinare le intersezioni tra la retta su cui giace il segmento e le 4 rette su cui giacciono i lati del rettangolo di clipping;
- ❖ Individuati i punti di intersezione occorre verificare l'effettiva appartenenza al rettangolo di clipping (G' e H') o meno (I' e J').
- ❖ Le intersezioni si determinano mediante l'eq. parametrica dei segmenti relativi.

$$\begin{aligned}x &= x_a + t(x_b - x_a) \\ y &= y_a + t(y_b - y_a)\end{aligned} \quad t \in [0,1]$$

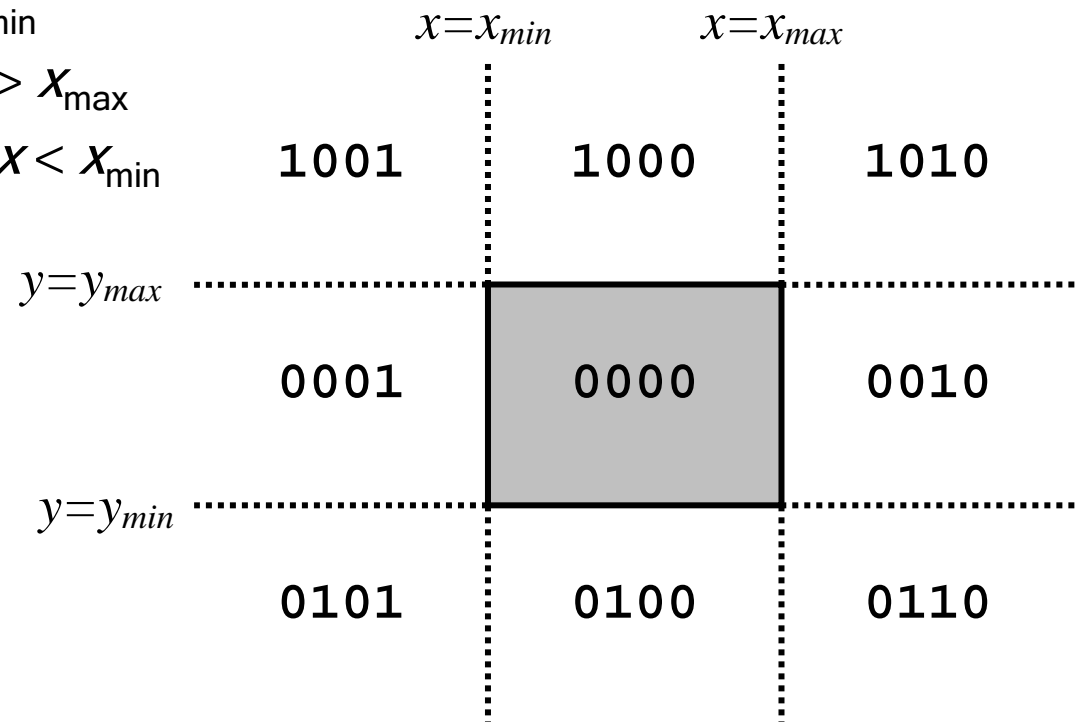


Clipping di un segmento (algoritmo diretto)

- ❖ Approccio diretto
- ❖ Per ogni coppia segmento-lato di rettangolo si risolve il sistema di equazioni parametriche che definiscono il segmento in funzione di t_{segm} ed il lato in funzione di t_{lato} ;
- ❖ Se t_{segm} e t_{lato} assumono valori nell'intervallo $[0, 1]$ allora l'intersezione appartiene al segmento ed al rettangolo di clipping;
- ❖ E' necessario verificare in anticipo il parallelismo tra le linee prima di determinare l'intersezione;
- ❖ Algoritmo costoso e quindi inefficiente.

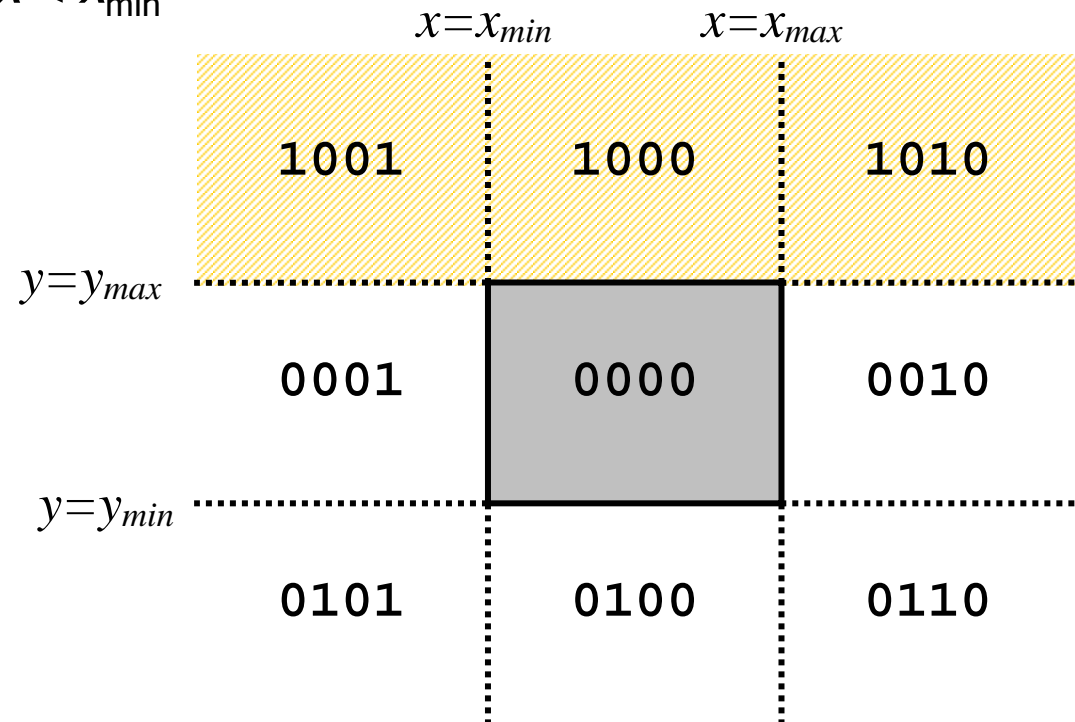
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Idea di base: le rette che delimitano il rettangolo di clipping suddividono il piano in nove regioni;
- ❖ Ad ogni regione viene associato un codice numerico di quattro cifre binarie:
- ❖ bit 1: sopra edge alto $y > y_{max}$
- ❖ bit 2: sotto edge basso $y < y_{min}$
- ❖ bit 3: a destra edge destro $x > x_{max}$
- ❖ bit 4: a sinistra edge sinistro $x < x_{min}$



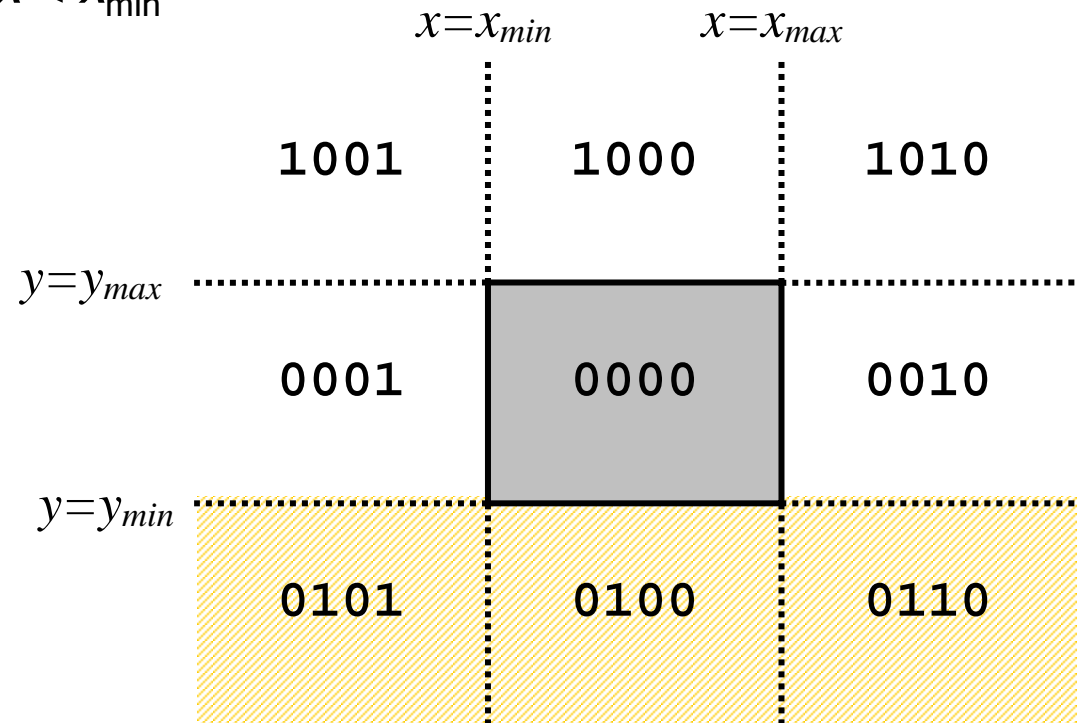
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Ad ogni regione viene associato un codice numerico di quattro cifre binarie:
- ❖ **bit 1: sopra edge alto $y > y_{max}$**
- ❖ bit 2: sotto edge basso $y < y_{min}$
- ❖ bit 3: a destra edge destro $x > x_{max}$
- ❖ bit 4: a sinistra edge sinistro $x < x_{min}$



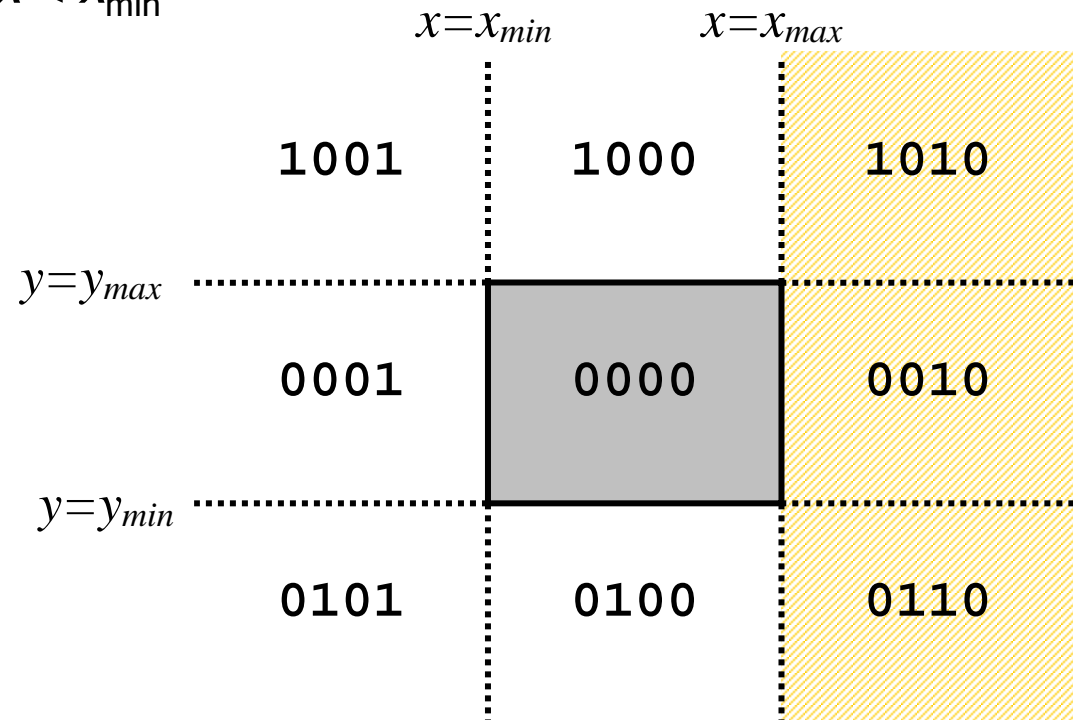
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Ad ogni regione viene associato un codice numerico di quattro cifre binarie:
- ❖ bit 1: sopra edge alto $y > y_{max}$
- ❖ bit 2: sotto edge basso $y < y_{min}$
- ❖ bit 3: a destra edge destro $x > x_{max}$
- ❖ bit 4: a sinistra edge sinistro $x < x_{min}$



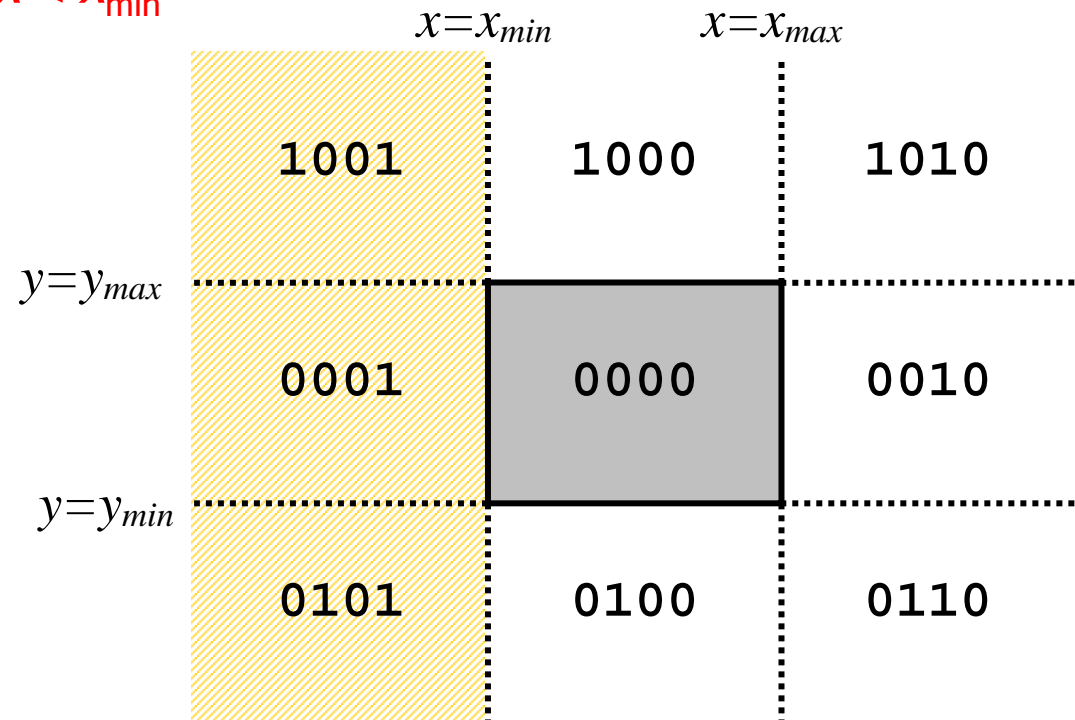
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Ad ogni regione viene associato un codice numerico di quattro cifre binarie:
- ❖ bit 1: sopra edge alto $y > y_{max}$
- ❖ bit 2: sotto edge basso $y < y_{min}$
- ❖ bit 3: a destra edge destro $x > x_{max}$
- ❖ bit 4: a sinistra edge sinistro $x < x_{min}$



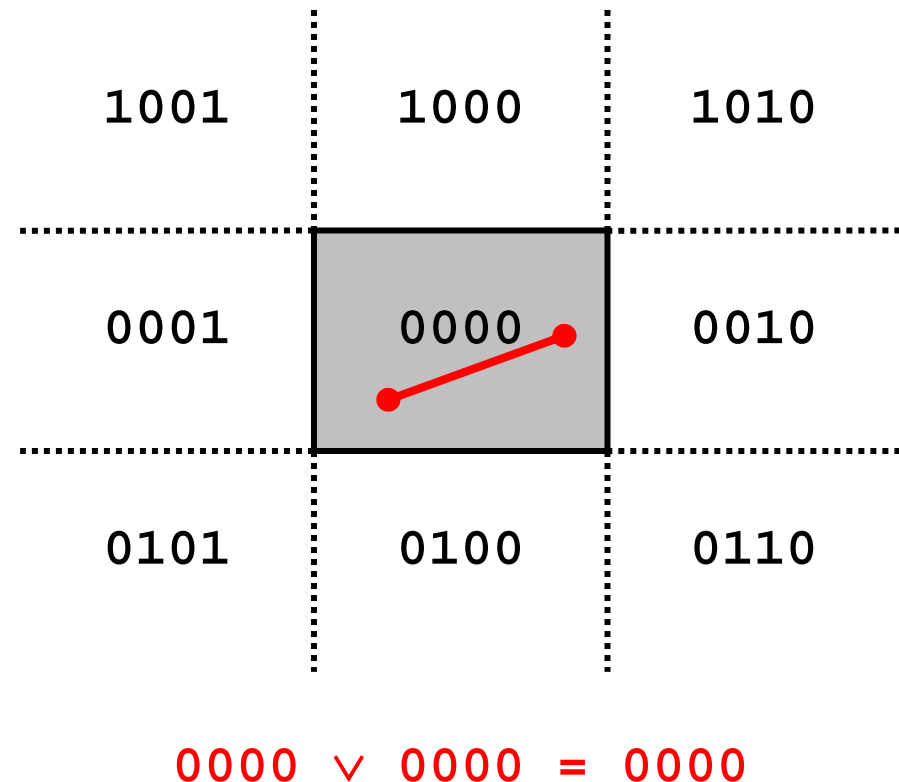
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Ad ogni regione viene associato un codice numerico di quattro cifre binarie:
- ❖ bit 1: sopra edge alto $y > y_{max}$
- ❖ bit 2: sotto edge basso $y < y_{min}$
- ❖ bit 3: a destra edge destro $x > x_{max}$
- ❖ bit 4: a sinistra edge sinistro $x < x_{min}$



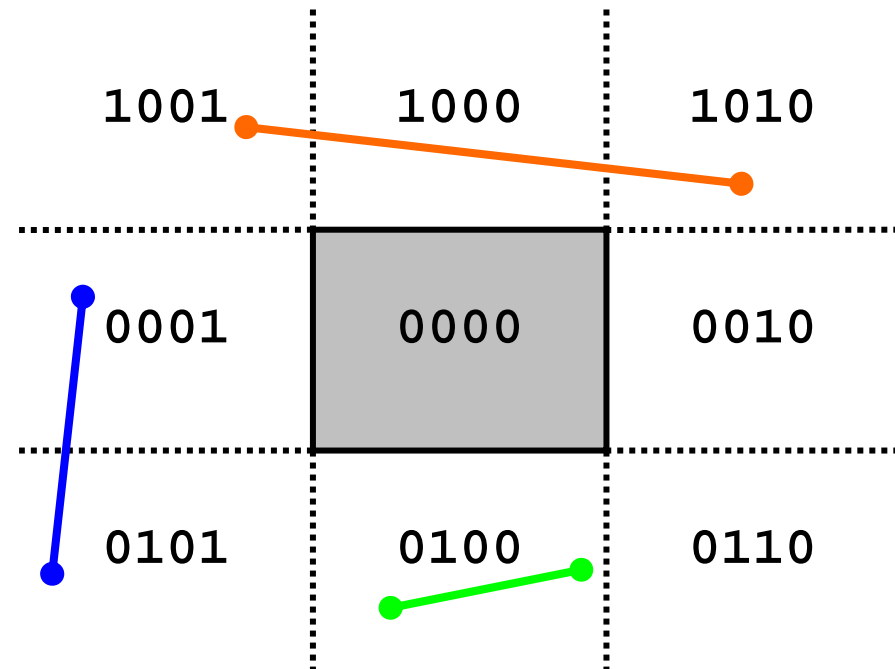
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Il clipping di un segmento prevede la codifica (e confronto) dei suoi estremi sulla base delle regioni di appartenenza;
- ❖ Se il codice di entrambi gli estremi è 0000 (OR logico tra i codici ritorna un risultato nullo), allora si può banalmente decidere che il segmento è interamente interno al rettangolo di clipping.



Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se l'operazione di AND logico tra i codici degli estremi restituisce un risultato non nullo allora il segmento è esterno al rettangolo di clipping.
- ❖ In questo caso, infatti, gli estremi giacciono in uno stesso semipiano (quello identificato dal bit a 1 del risultato) e quindi il segmento non interseca il rettangolo di clipping.



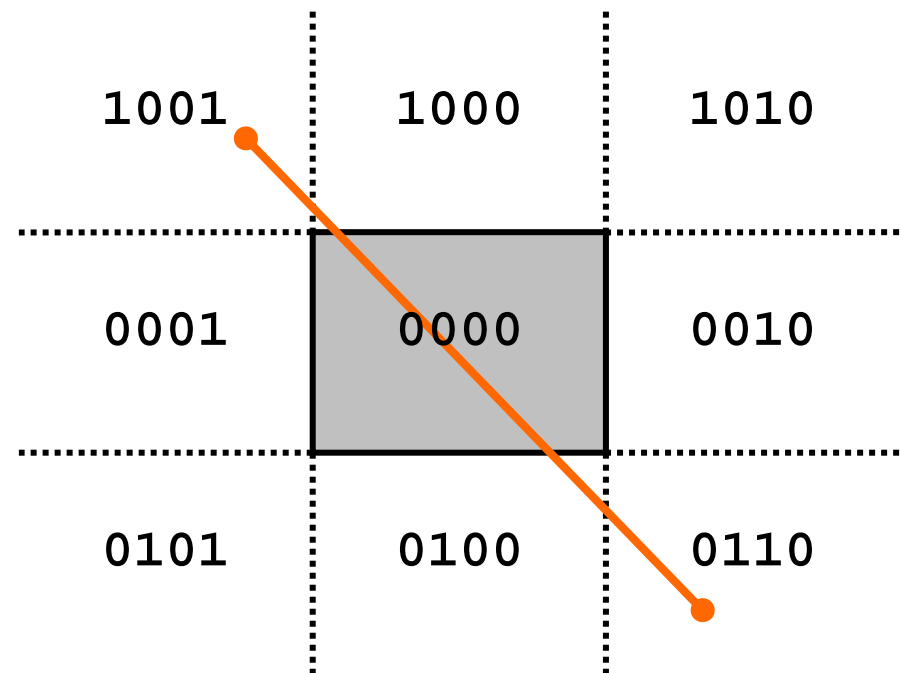
$$1001 \wedge 1010 = 1000$$

$$0100 \wedge 0100 = 0100$$

$$0001 \wedge 0101 = 0001$$

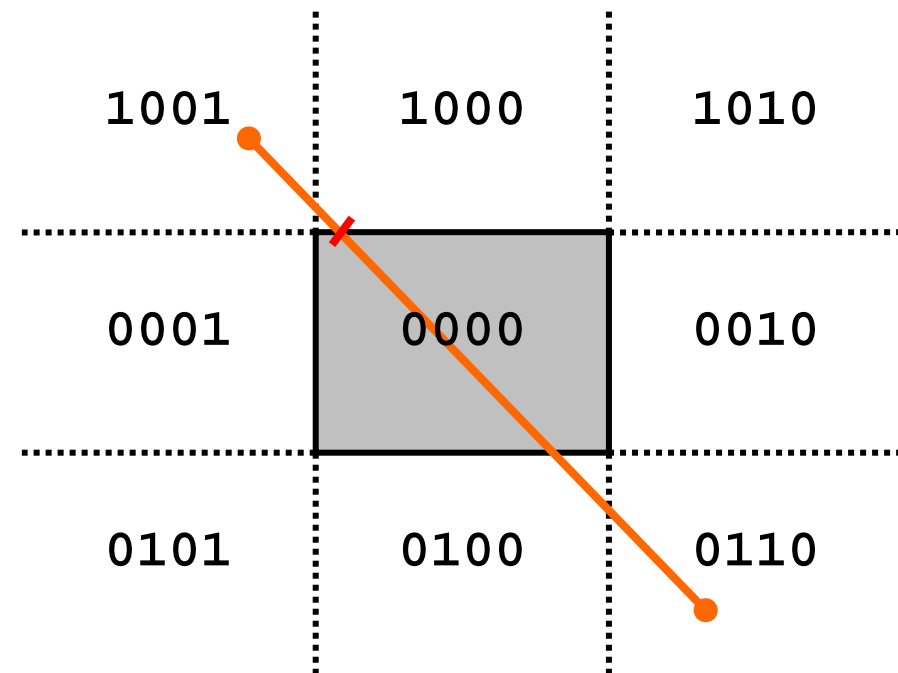
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se il risultato dell'AND è nullo:



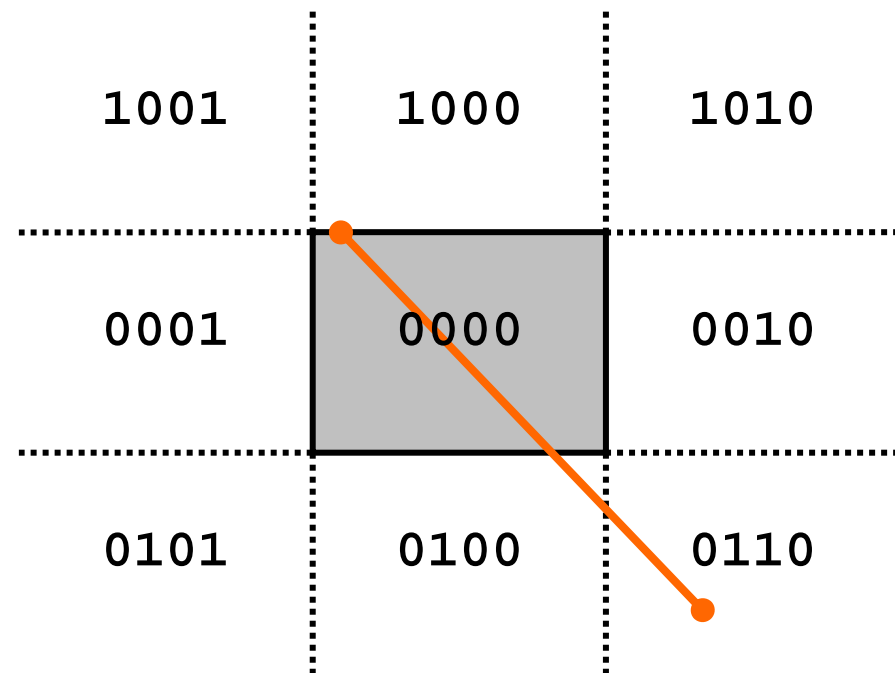
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se il risultato dell'AND è nullo:
 - ❖ Si individua l'intersezione tra il segmento ed il lato relativo al primo bit discordante tra i codici (bit 1, $y=y_{\max}$ in fig.);



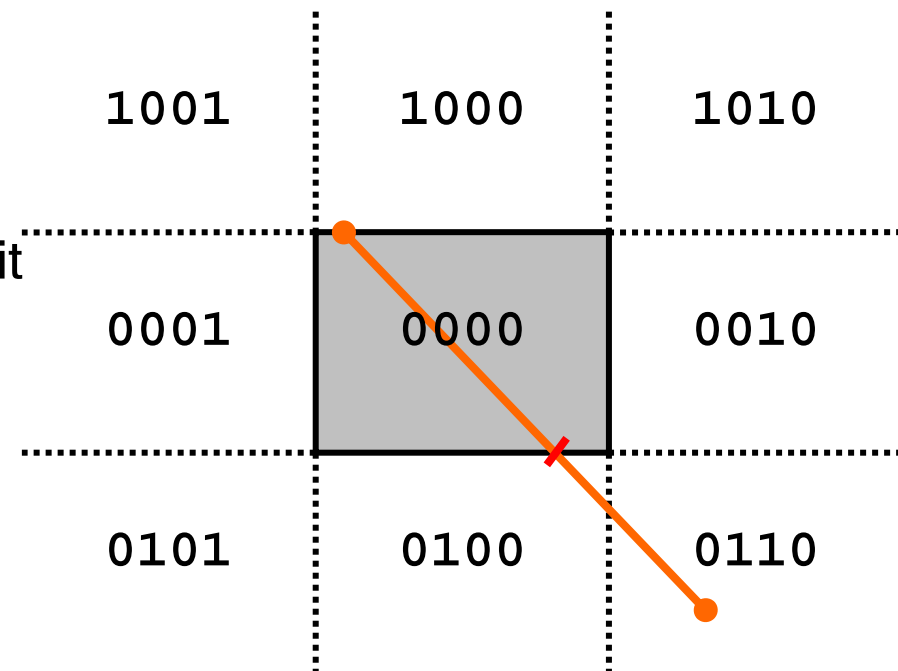
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se il risultato dell'AND è nullo:
 - ❖ Si individua l'intersezione tra il segmento ed il lato relativo al primo bit discordante tra i codici (bit 1, $y=y_{\max}$ in fig.);
 - ❖ L'estremo con bit a 1 (in prima posizione nell'esempio) viene sostituito dal nuovo vertice;



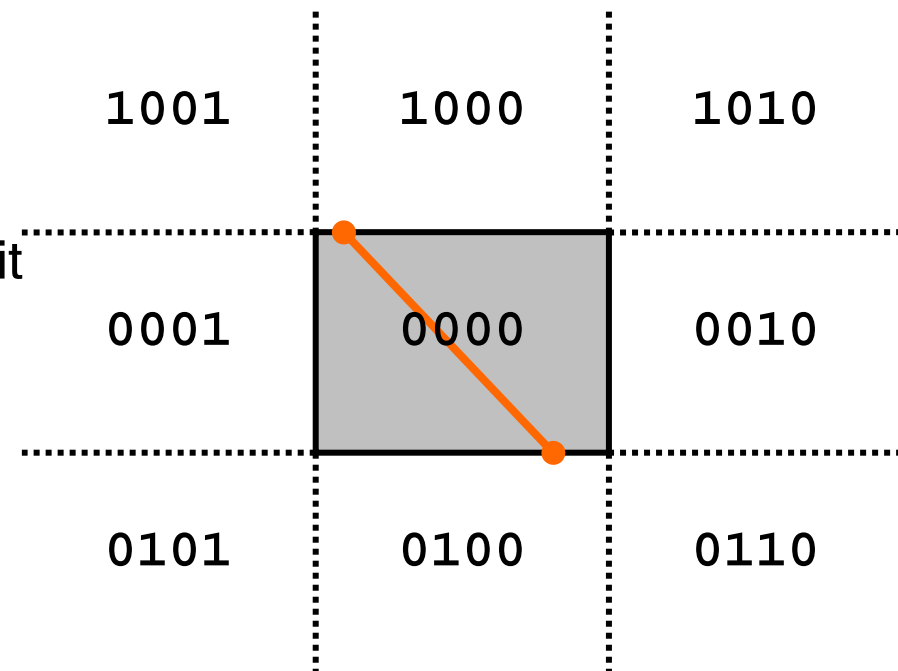
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se il risultato dell'AND è nullo:
 - ❖ Si individua l'intersezione tra il segmento ed il lato relativo al primo bit discordante tra i codici (bit 1, $y=y_{\max}$ in fig.);
 - ❖ L'estremo con bit a 1 (in prima posizione nell'esempio) viene sostituito dal nuovo vertice;
 - ❖ Si itera il procedimento (in fig., bit 2 discordante, intersezione del segmento con $y=y_{\min}$);



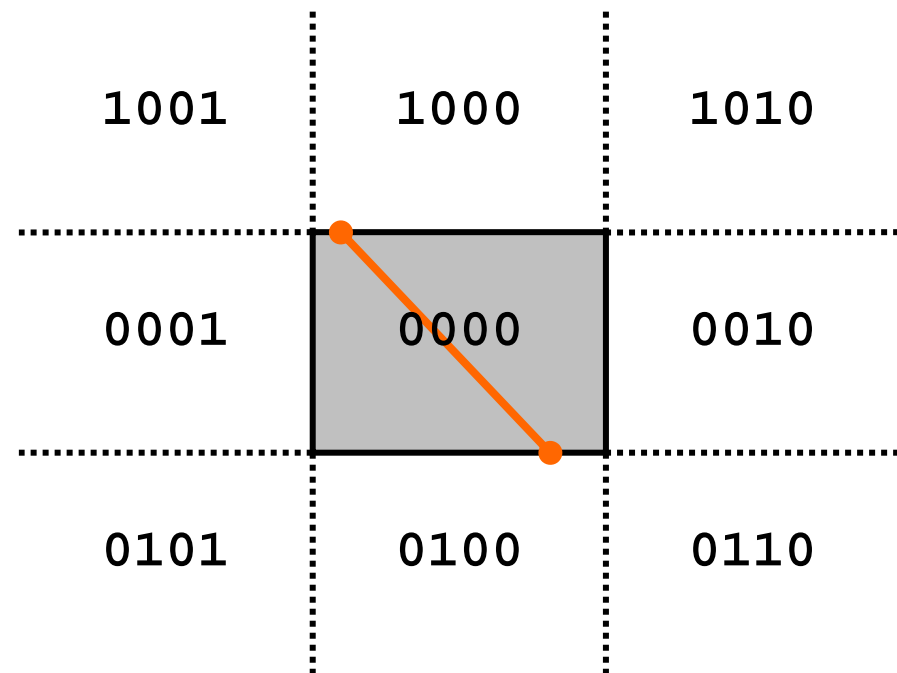
Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Se il risultato dell'AND è nullo:
 - ❖ Si individua l'intersezione tra il segmento ed il lato relativo al primo bit discordante tra i codici (bit 1, $y=y_{\max}$ in fig.);
 - ❖ L'estremo con bit a 1 (in prima posizione nell'esempio) viene sostituito dal nuovo vertice;
 - ❖ Si itera il procedimento (in fig., bit 2 discordante, intersezione del segmento con $y=y_{\min}$);
 - ❖ L'estremo con bit a 1 (il bit 2 in fig.) viene sostituito dal nuovo estremo.



Clipping di un segmento (Cohen-Sutherland)

- ❖ Ad ogni iterazione si controlla l'eventuale terminazione del processo (OR logico nullo);
- ❖ L'algoritmo rimuove progressivamente le parti esterne; risulta efficiente quando molti dei segmenti da clippare sono completamente esterni al rettangolo di clipping.



Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

- ❖ Il generico segmento AB di estremi (x_a, y_a) e (x_b, y_b) può essere espresso in forma parametrica come:

$$\begin{aligned}x &= x_a + (x_b - x_a)t = x_a + \Delta x t, \\y &= y_a + (y_b - y_a)t = y_a + \Delta y t\end{aligned}$$

- ❖ Per ogni punto (x, y) del segmento interno al rettangolo di clipping valgono le relazioni:

$$\begin{aligned}x_{min} &\leq x_a + \Delta x t \leq x_{max}, \\y_{min} &\leq y_a + \Delta y t \leq y_{max}.\end{aligned}$$

- ❖ Che possono essere riscritte nelle 4 disuguaglianze:

$$p_k t \leq q_k \quad k = 1, 2, 3, 4$$

Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

- ❖ Che possono essere riscritte nelle 4 disuguaglianze:

$$p_k t \leq q_k \quad k = 1, 2, 3, 4$$

- ❖ Dove p e q valgono le quantità:

$$p_1 = -\Delta x, \quad q_1 = x_a - x_{min},$$

$$p_2 = \Delta x, \quad q_2 = x_{max} - x_a,$$

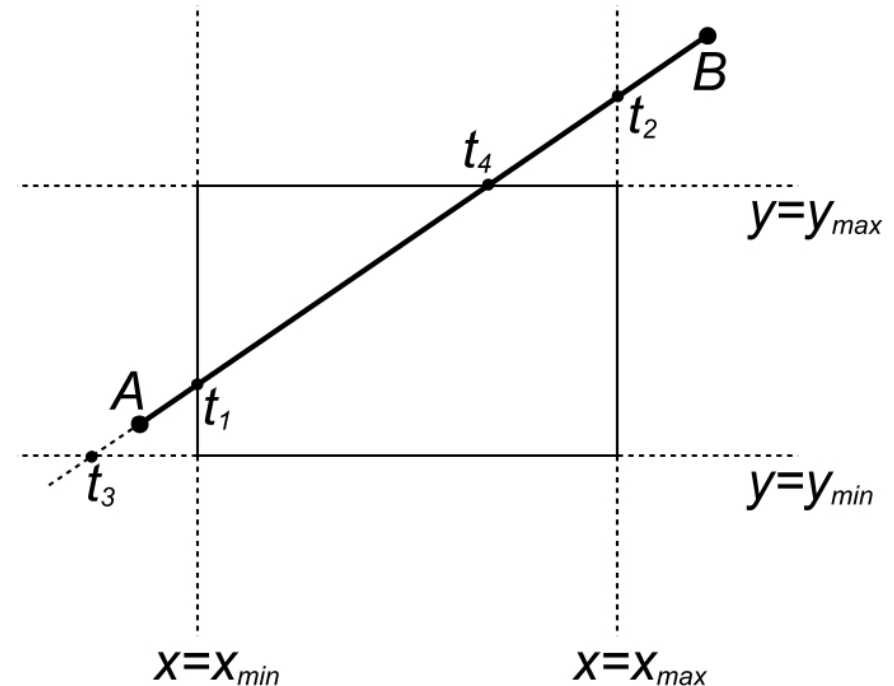
$$p_3 = -\Delta y, \quad q_3 = y_a - y_{min},$$

$$p_4 = \Delta y, \quad q_4 = y_{max} - y_a,$$

- ❖ Relative alle relazioni per il vincolo $x=x_{min}$ (1), $x=x_{max}$ (2), $y=y_{min}$ (3) e $y=y_{max}$ (4).

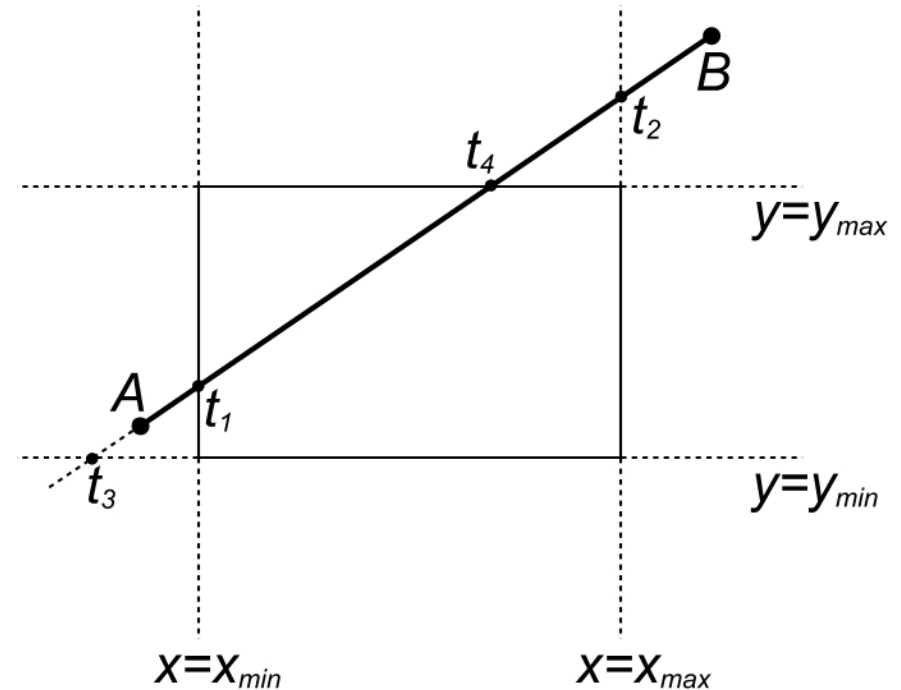
Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

- ❖ $A(14,19)$, $B(33,32)$
- ❖ $x_{\min}=16, x_{\max}=30, y_{\min}=18, y_{\max}=27$
 $p_1 = -19, \quad q_1 = -2,$
 $p_2 = 19, \quad q_2 = 16,$
 $p_3 = -13, \quad q_3 = 1,$
 $p_4 = 13, \quad q_4 = 8.$
- ❖ Se $p_k < 0$ allora nel muoversi nel verso da A a B si passa da fuori a dentro rispetto al vincolo k;
- ❖ Se $p_k > 0$ allora nel muoversi nel verso da A a B si passa da dentro a fuori rispetto al vincolo k;
- ❖ $t_1=0.105, t_2=0.842, t_3=-0.077,$
 $t_4=0.615$



Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

- ❖ $t_1=0.105$, $t_2=0.842$, $t_3=-0.077$,
 $t_4=0.615$
- ❖ La parte di AB interna al rettangolo di clipping è individuata da t_e (entrata) e t_u (uscita) dove:
- ❖ t_e è il massimo tra 0 (valore minimo di t) ed i valori t_k per cui si entra nella regione di clipping ($p_k < 0$)
- ❖ $t_e = \max(0, t_1, t_3) = 0.105$
- ❖ t_u è il minimo tra 1 (valore massimo di t) ed i valori t_k per cui si esce dalla regione di clipping ($p_k > 0$)
- ❖ $t_u = \min(1, t_2, t_4) = 0.615$



Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

$$A(13, 25), \quad B(31, 43)$$

$$x_{min} = 16, \quad x_{max} = 30,$$

$$y_{min} = 18, \quad y_{max} = 27,$$

$$p_1 = -18, \quad q_1 = -3,$$

$$p_2 = 18, \quad q_2 = 17,$$

$$p_3 = -18, \quad q_3 = 72,$$

$$p_4 = 18, \quad q_4 = 2,$$

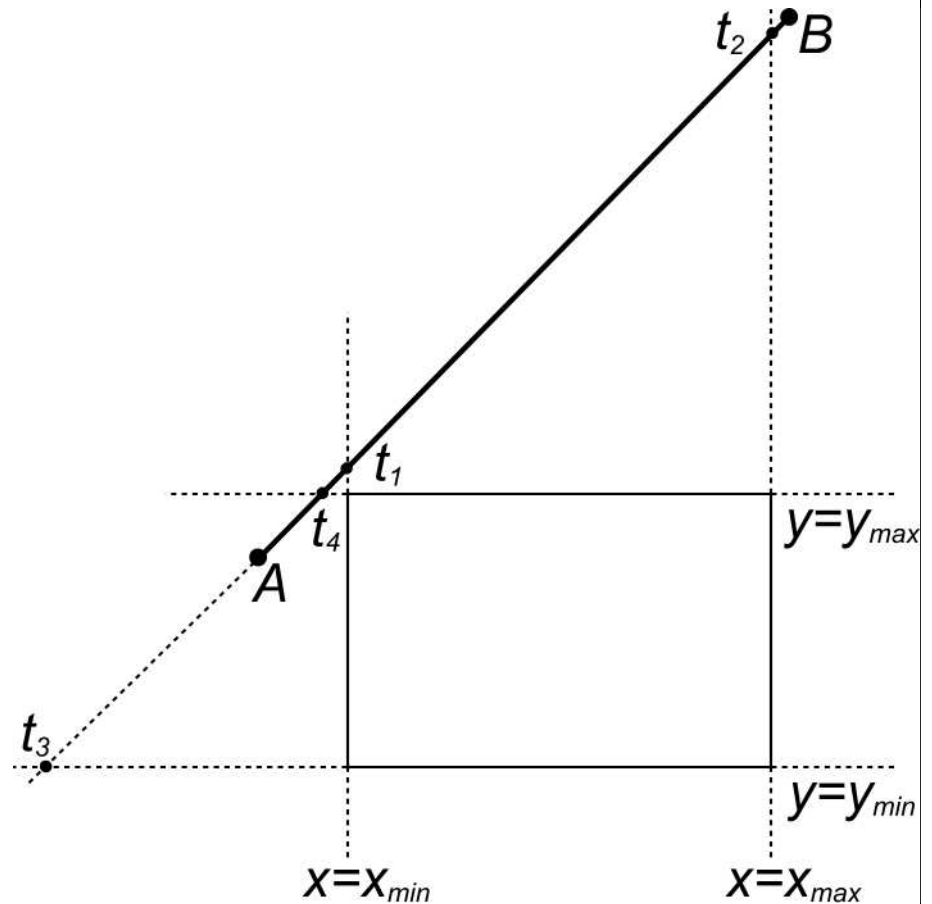
$$t_1 = \sim 0.167, \quad t_2 = \sim 0.944,$$

$$t_3 = \sim (-0.389), \quad t_4 = \sim 0.111$$

$$t_e = \max(0, t_1, t_3)$$

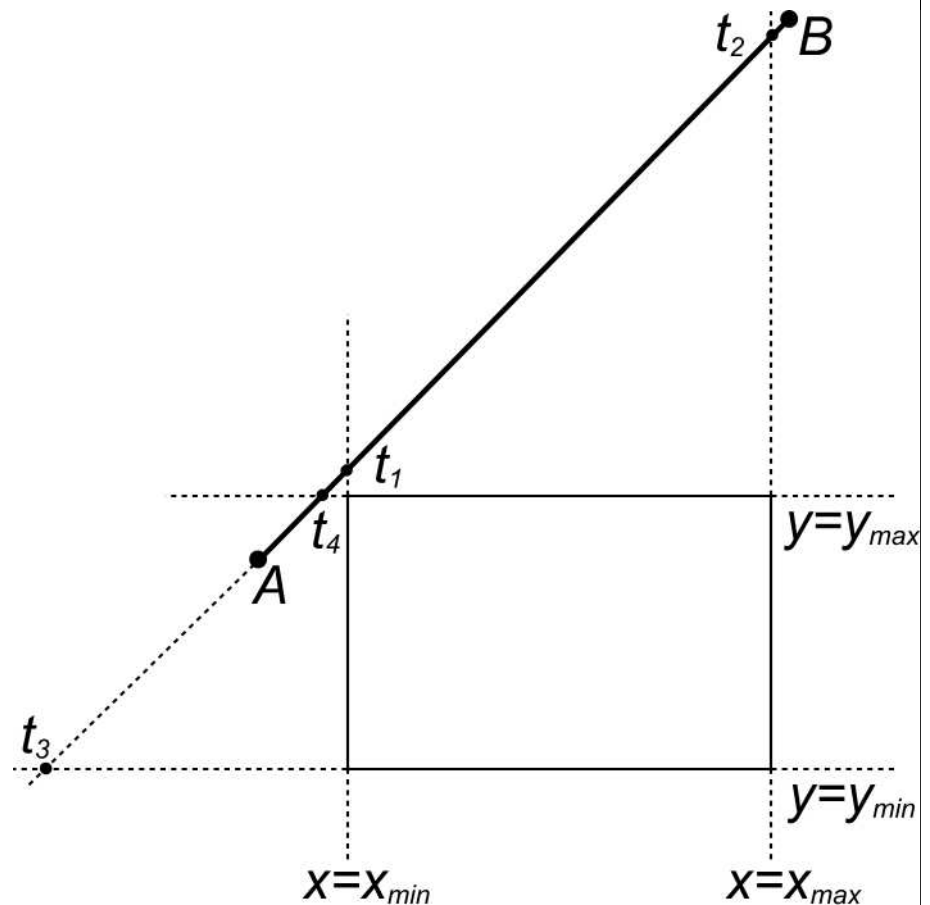
$$t_u = \min(1, t_2, t_4)$$

$$(t_e > t_u)$$



Clipping di un segmento (Liang-Barsky)

- ❖ Se $t_e > t_u$ allora il segmento è esterno al rettangolo di clipping.
- ❖ L'algoritmo di Liang-Barsky evita la determinazione di intersezioni (inutili);
- ❖ Gli algoritmi di Cohen-Sutherland e Liang-Barsky sono estendibili al clipping 3D.

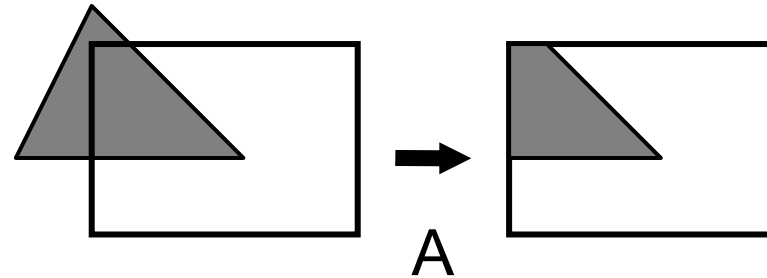


Clipping di un poligono

- ❖ Il clipping di un poligono è un'operazione più complessa rispetto al clipping di un segmento per diversi aspetti:

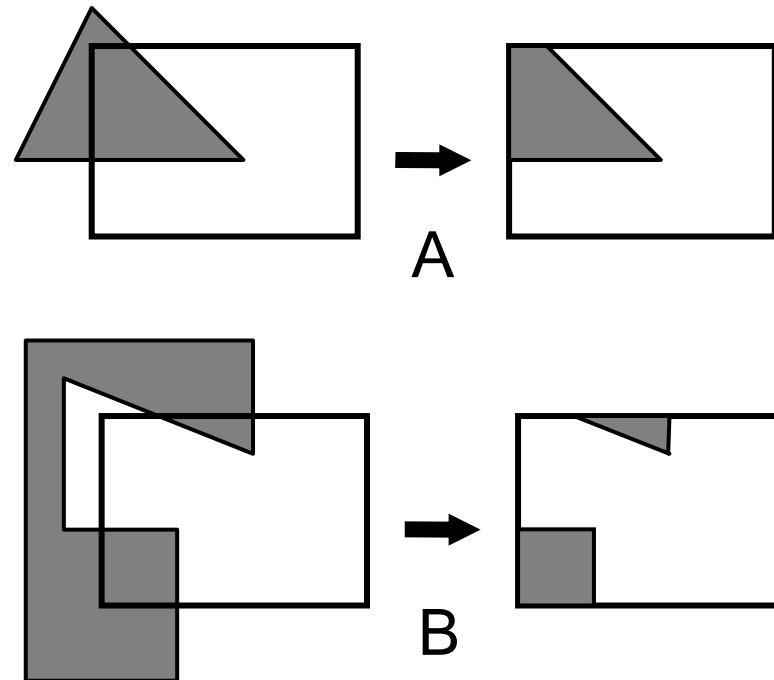
Clipping di un poligono

- ❖ Il clipping di un poligono è un'operazione più complessa rispetto al clipping di un segmento per diversi aspetti:
- ❖ Dal semplice poligono convesso (A);



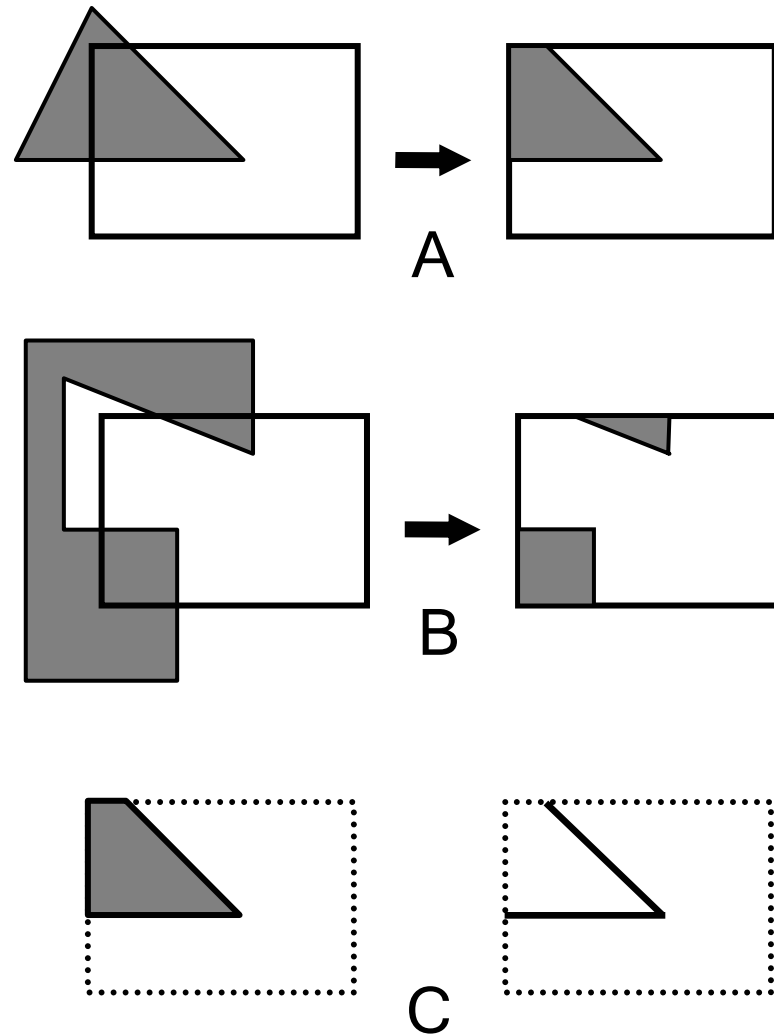
Clipping di un poligono

- ❖ Il clipping di un poligono è un'operazione più complessa rispetto al clipping di un segmento per diversi aspetti:
- ❖ Dal semplice poligono convesso (A);
- ❖ Al poligono concavo che origina più componenti connesse (B);



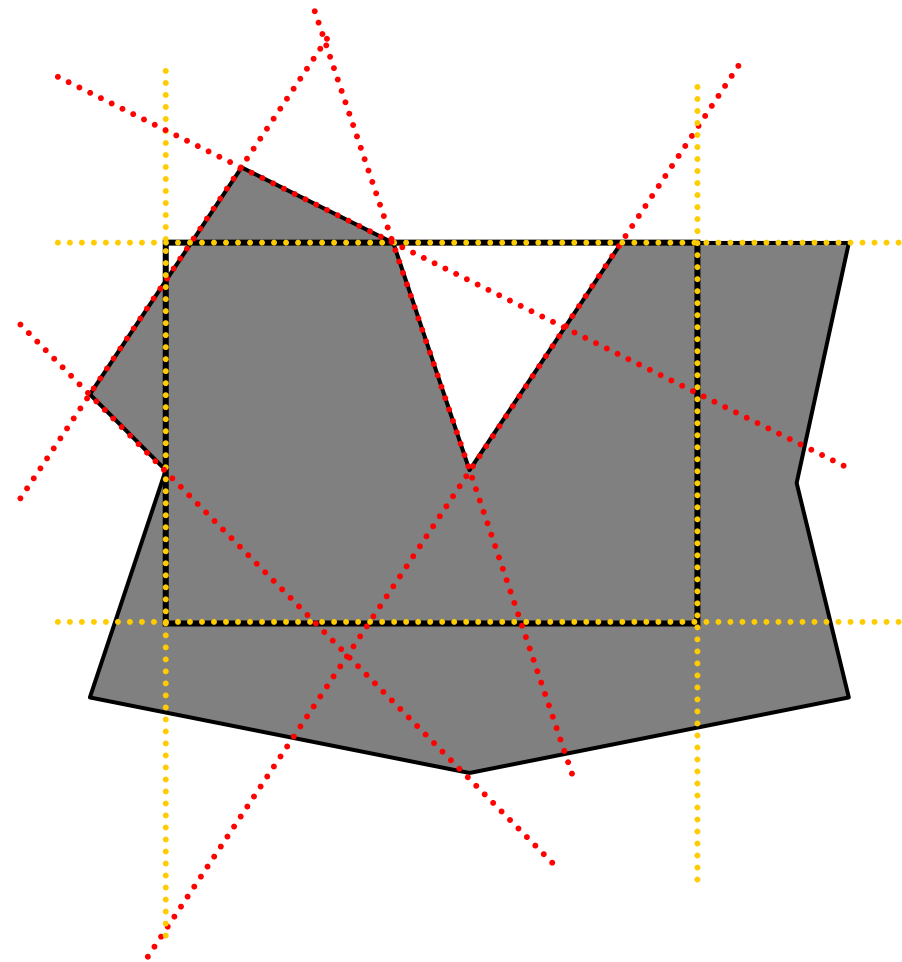
Clipping di un poligono

- ❖ Il clipping di un poligono è un'operazione più complessa rispetto al clipping di un segmento per diversi aspetti:
- ❖ Dal semplice poligono convesso (A);
- ❖ Al poligono concavo che origina più componenti connesse (B);
- ❖ In ogni caso il risultato consta di uno o più poligoni e non solo segmenti sconnessi (C).



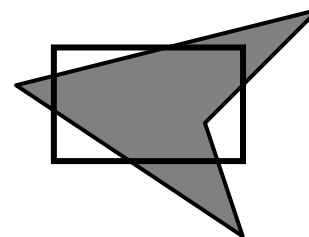
Clipping di un poligono

- ❖ L'approccio diretto consiste nel confrontare ogni lato del poligono con le 4 rette che delimitano il rettangolo di clipping;
- ❖ Questo approccio implica l'esecuzione di operazioni costose (la determinazione di intersezioni) e spesso inutili.



Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

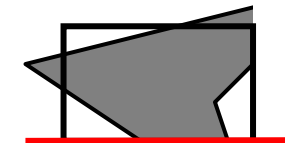
- ❖ Approccio *divide et impera*;
- ❖ Il problema è ricondotto al clipping di un poligono generico rispetto ad una retta;
- ❖ La procedura è applicata sequenzialmente alle 4 rette che definiscono il rettangolo di clipping.



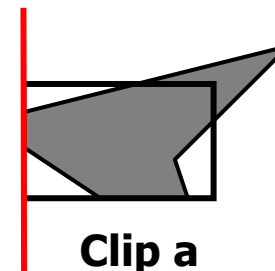
Poligono originale



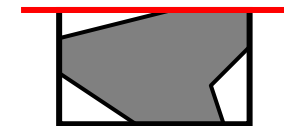
Clip a destra



Clip in basso



Clip a sinistra



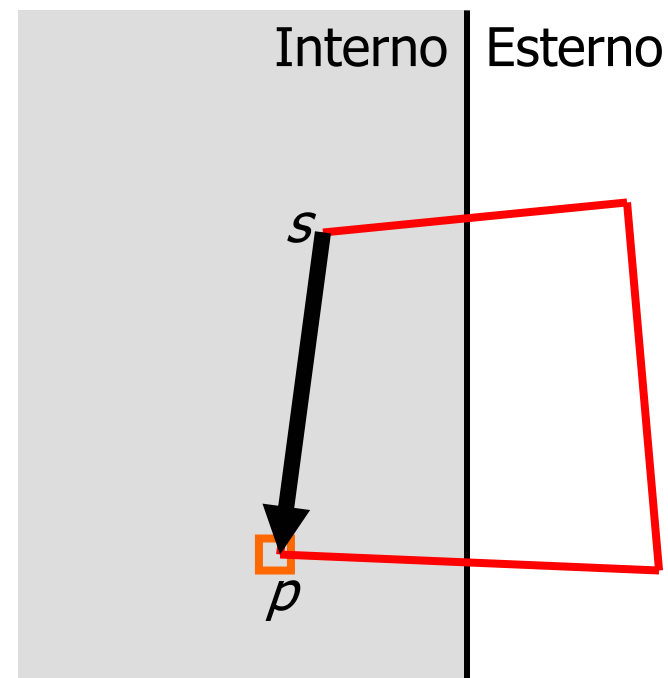
Clip in alto

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ In ingresso la sequenza dei vertici v_1, v_2, \dots, v_n che definiscono gli n spigoli ($n-1$ da v_i a v_{i+1} , ($i=1, 2, \dots, n$) e lo spigolo da v_n a v_1);
- ❖ Ad ogni iterazione il generico vincolo (ad esempio $x=x_{\min}$) individua un semipiano interno (corrispondente alla finestra di clipping) ed uno esterno;
- ❖ Il confronto si effettua visitando il poligono dal vertice v_1 al vertice v_n e quindi di nuovo a v_1 ;
- ❖ Ad ogni passo dell'algoritmo si analizza la relazione esistente tra due vertici successivi sul poligono e la retta di clipping (4 casi possibili);
- ❖ Ad ogni iterazione, i vertici inseriti nella lista di output rappresentano i dati in ingresso per l'iterazione successiva.

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

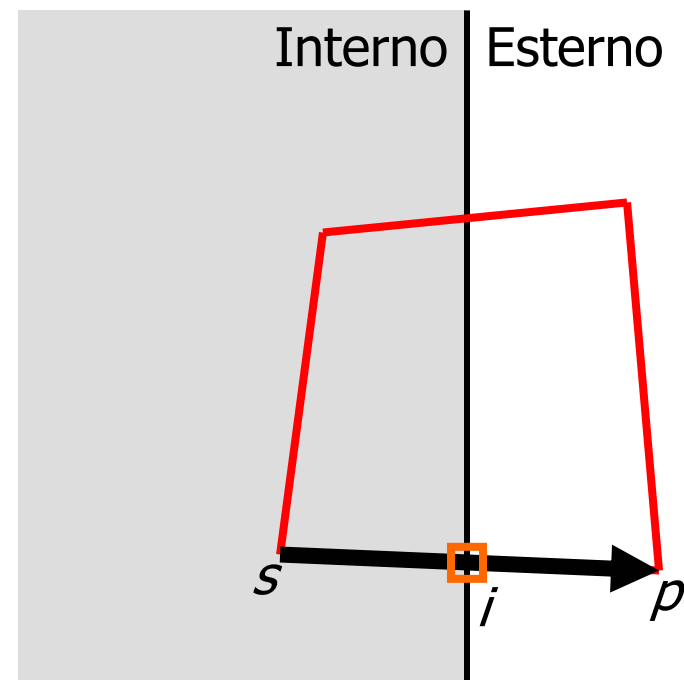
- ❖ Caso 1: i vertici s e p giacciono sul semipiano interno; p è aggiunto alla lista di vertici di output.



Caso 1

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

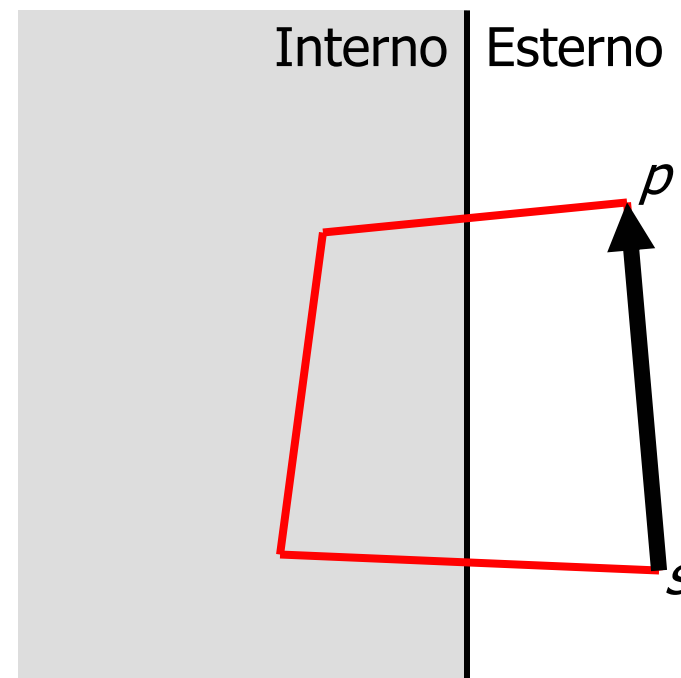
- ❖ Caso 1: i vertici s e p giacciono sul semipiano interno; p è aggiunto alla lista di vertici di output;
- ❖ Caso 2: s è interno, p è esterno; l'intersezione i dello spigolo con il vincolo è aggiunta alla lista di output.



Caso 2

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

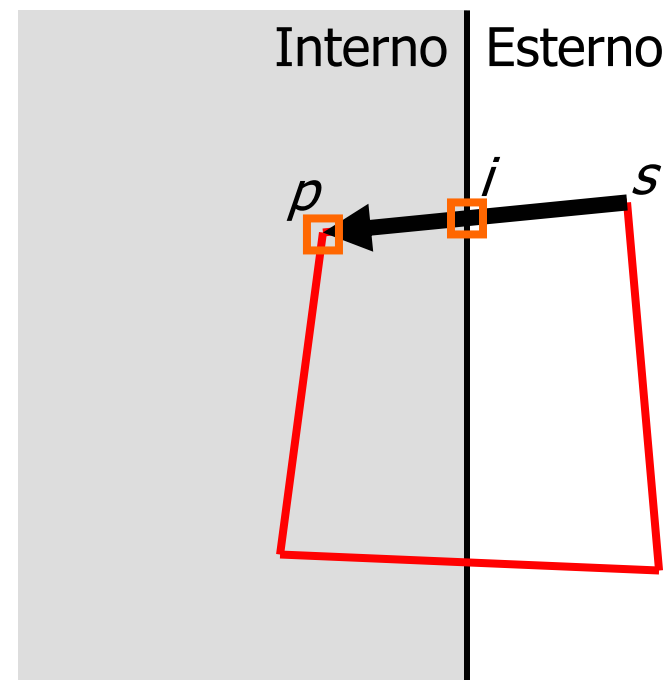
- ❖ Caso 1: i vertici s e p giacciono sul semipiano interno; p è aggiunto alla lista di vertici di output;
- ❖ Caso 2: s è interno, p è esterno; l'intersezione i dello spigolo con il vincolo è aggiunta alla lista di output;
- ❖ Caso 3: s e p giacciono sul semipiano esterno; nessuna azione.



Caso 3

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Caso 1: i vertici s e p giacciono sul semipiano interno; p è aggiunto alla lista di vertici di output;
- ❖ Caso 2: s è interno, p è esterno; l'intersezione i dello spigolo con il vincolo è aggiunta alla lista di output;
- ❖ Caso 3: s e p giacciono sul semipiano esterno; nessuna azione;
- ❖ Caso 4: s è esterno, p è interno; L'intersezione i ed il vertice p in output.

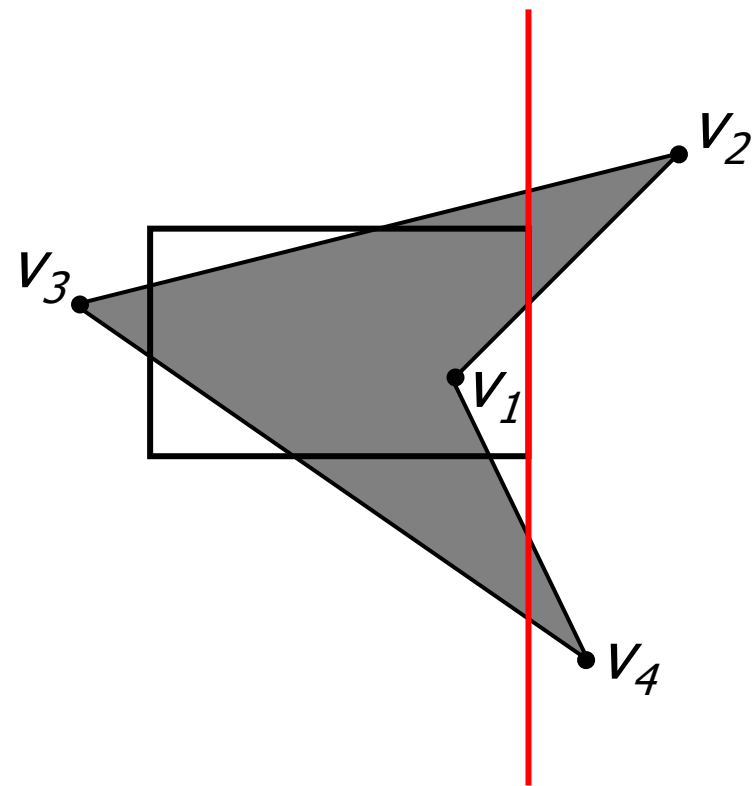


Caso 4

Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

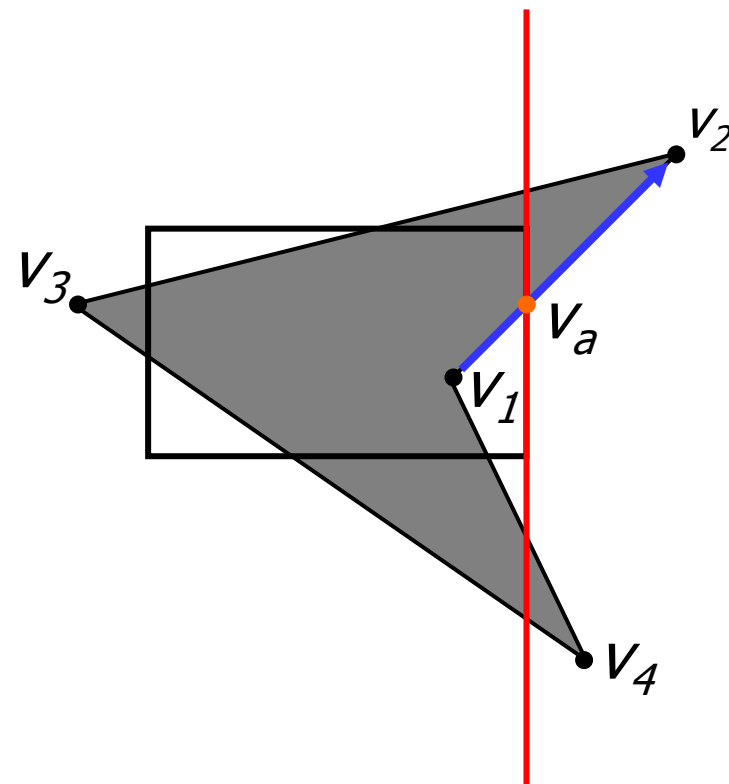
- ❖ Esempio:
- ❖ In: v_1, v_2, v_3, v_4

❖ Out: /



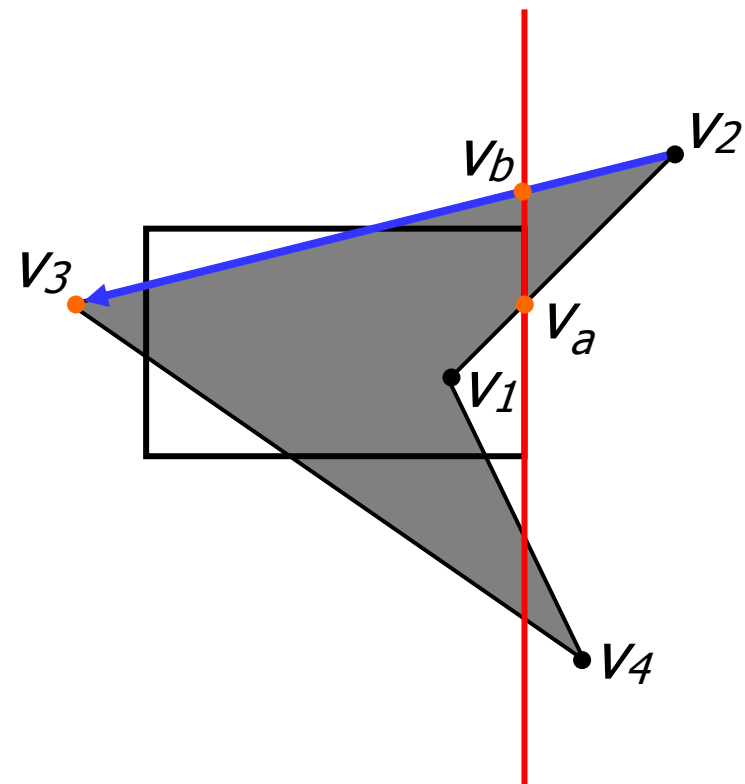
Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Esempio:
- ❖ In: v_1, v_2, v_3, v_4
- ❖ Caso 2, spigolo uscente
- ❖ Out: v_a



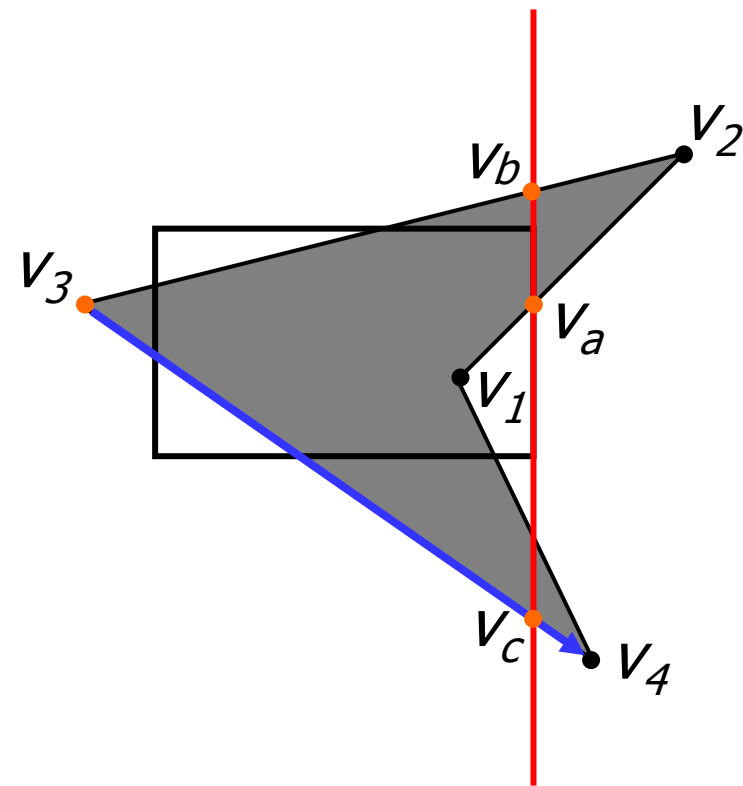
Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Esempio:
- ❖ In: v_1, v_2, v_3, v_4
- ❖ Caso 4, spigolo entrante
- ❖ Out: v_a, v_b, v_3



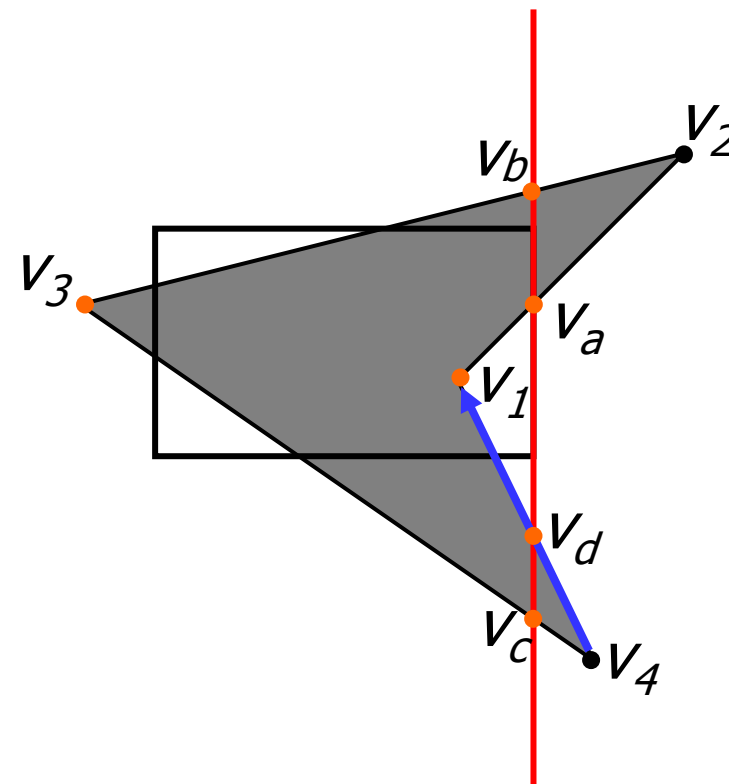
Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Esempio:
- ❖ In: v_1, v_2, v_3, v_4
- ❖ Caso 2, spigolo uscente
- ❖ Out: v_a, v_b, v_3, v_c



Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Esempio:
- ❖ In: v_1, v_2, v_3, v_4
- ❖ Caso 4, spigolo entrante
- ❖ Out: $v_a, v_b, v_3, v_c, v_d, v_1$



Clipping di un poligono (Sutherland-Hodgman)

- ❖ Nei casi in cui il clipping dia luogo a più componenti è possibile che si generino falsi spigoli sovrapposti ai bordi del rettangolo di clipping;
- ❖ L'algoritmo deve prevedere una fase di post-elaborazione per la rimozione di tali spigoli.

