Grafica Computazionale

Rasterizzazione

Fabio Ganovelli
fabio.ganovelli@gmail.com
a.a. 2006-2007

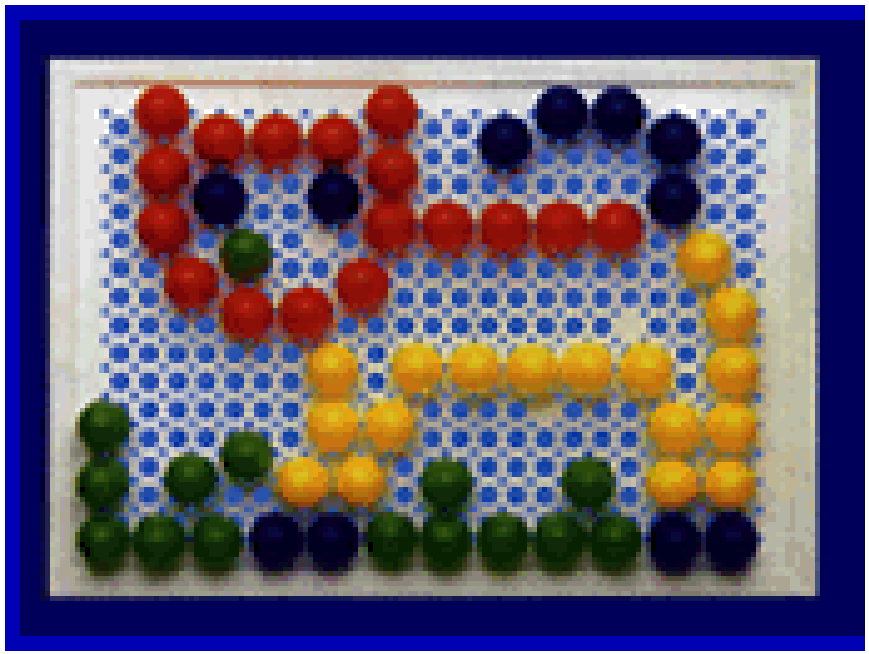
Dalle diapositive a corredo del libro: "Fondamenti di Grafica Tridimensionale Interattiva"
R. Scateni, P. Cignoni, C. Montani e R. Scopigno - McGrawHill Italia

Argomenti trattati

- Rasterizzazione;
  - Rasterizzazione di segmenti;
  - L'algoritmo di Bresenham per i segmenti;
  - ~~L'algoritmo di Bresenham per le circonferenze;~~
  - Filling di poligoni;
  - L'algoritmo scan line per il filling di poligoni.
- Tecniche di antialiasing.

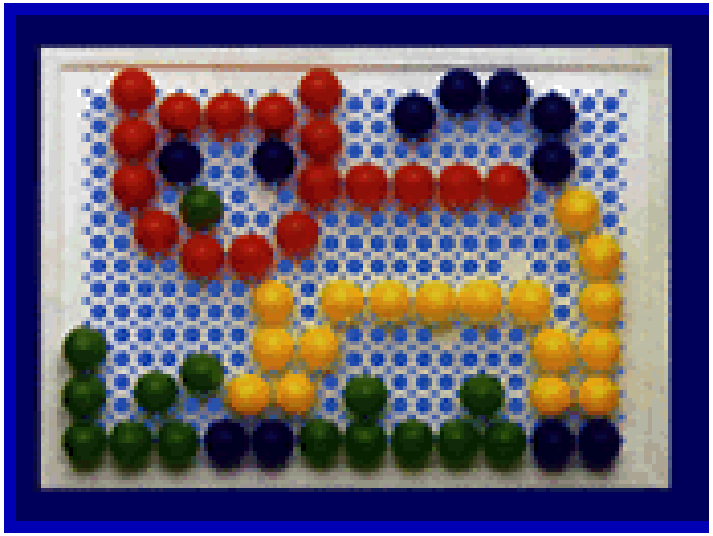
Rasterizzazione (RST)

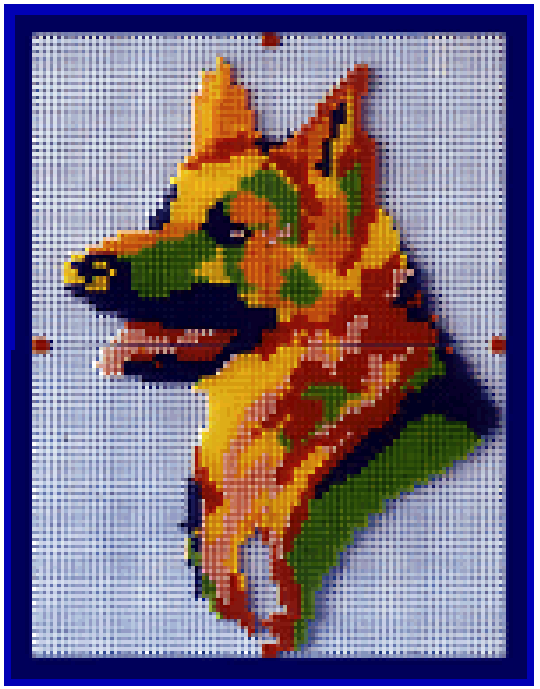
- Con il termine *rasterizzazione* si intende i processo di discretizzazione che consente di trasformare una primitiva geometrica definita in uno spazio continuo 2D nella sua rappresentazione discreta, composta da un insieme di pixel di un dispositivo di output



Rasterizzazione (RST)

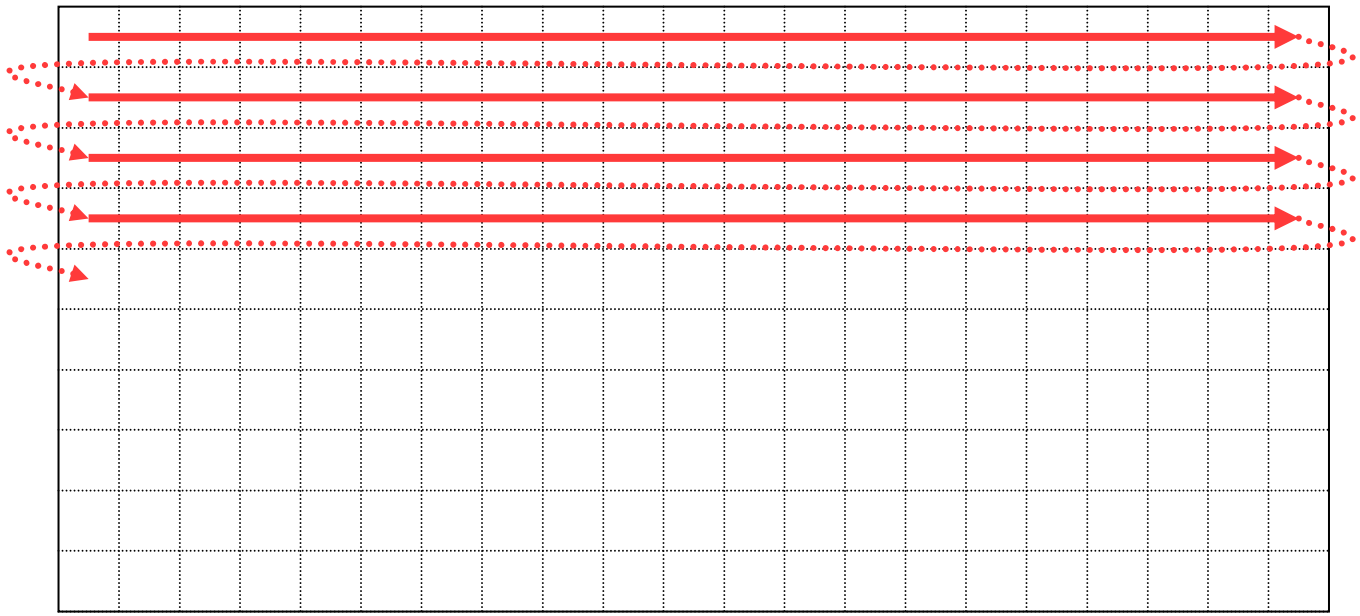
- Concetto molto simile al gioco che prevede un piano rettangolare con tanti fori disposti in maniera regolare e chiodini colorati;
- Se il piano è sufficientemente grande e si hanno abbastanza tonalità di colore a disposizione, l'immagine finale che ne risulta non è troppo diversa dall'originale.



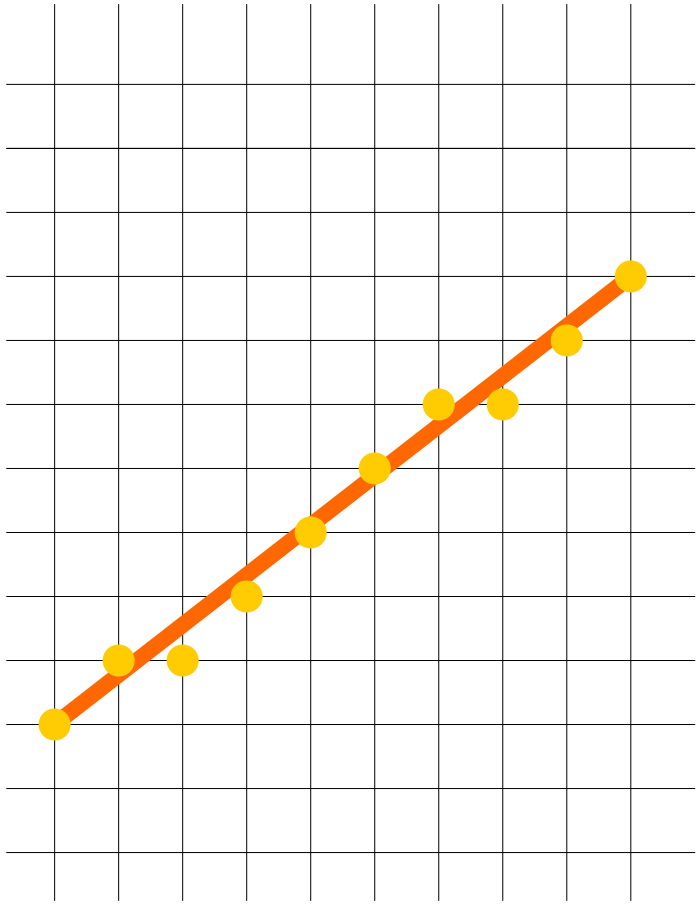


Rasterizzazione (RST)

- Gli algoritmi di rasterizzazione si dicono anche di *scan-conversion* dal nome delle linee (scan-line) di pixel che compongono l'immagine raster sul dispositivo di output.

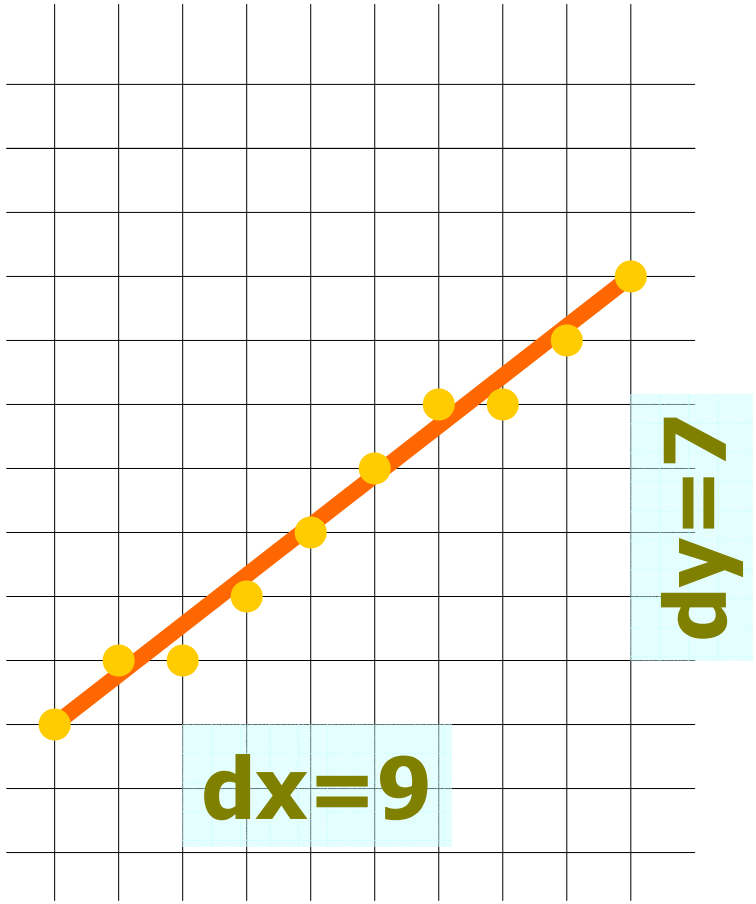


RST segmenti



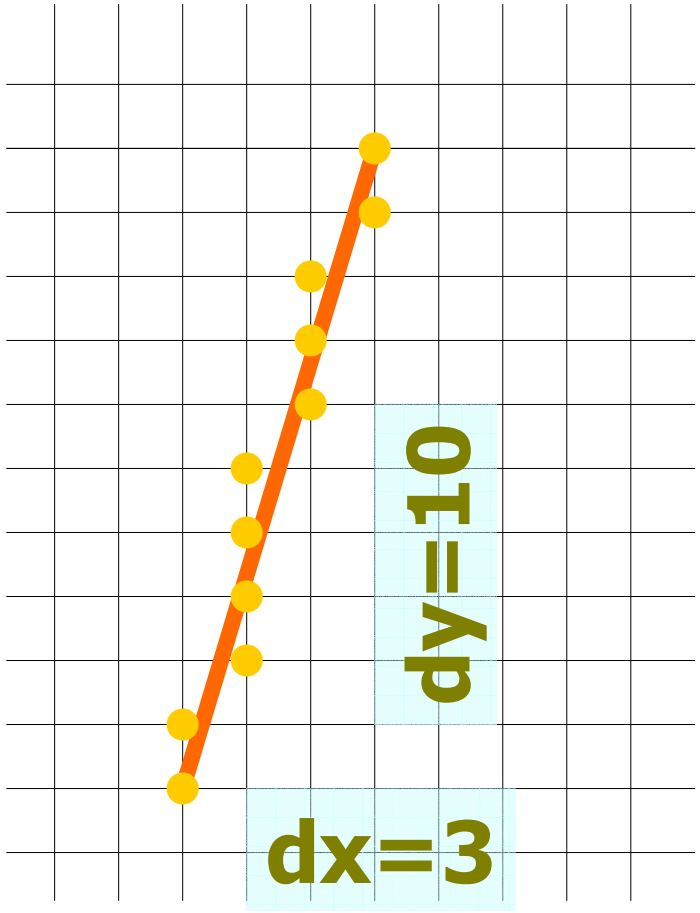
- L'algoritmo di rasterizzazione di un segmento di retta deve individuare le coordinate dei pixel che giacciono sulla linea ideale o che sono il più vicino possibile ad essa
- la sequenza di pixel deve approssimare al meglio il segmento.

RST segmenti



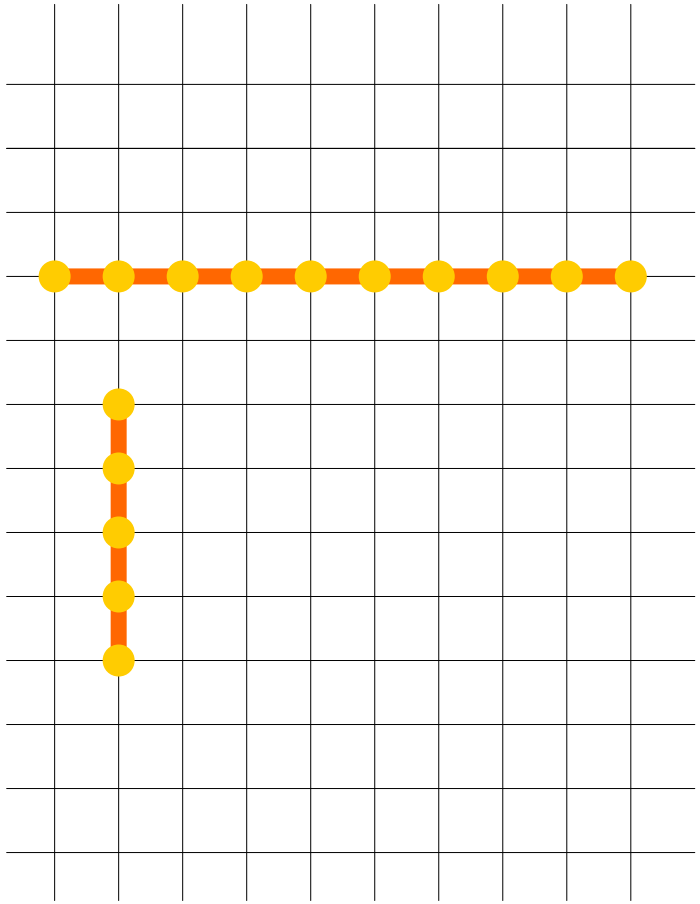
- Lo spessore minimo del segmento rasterizzato (idealmente nullo) risulterà di un pixel;
- Per coefficienti angolari $|m| \leq 1$ la rasterizzazione presenta un pixel per ogni colonna.

RST segmenti



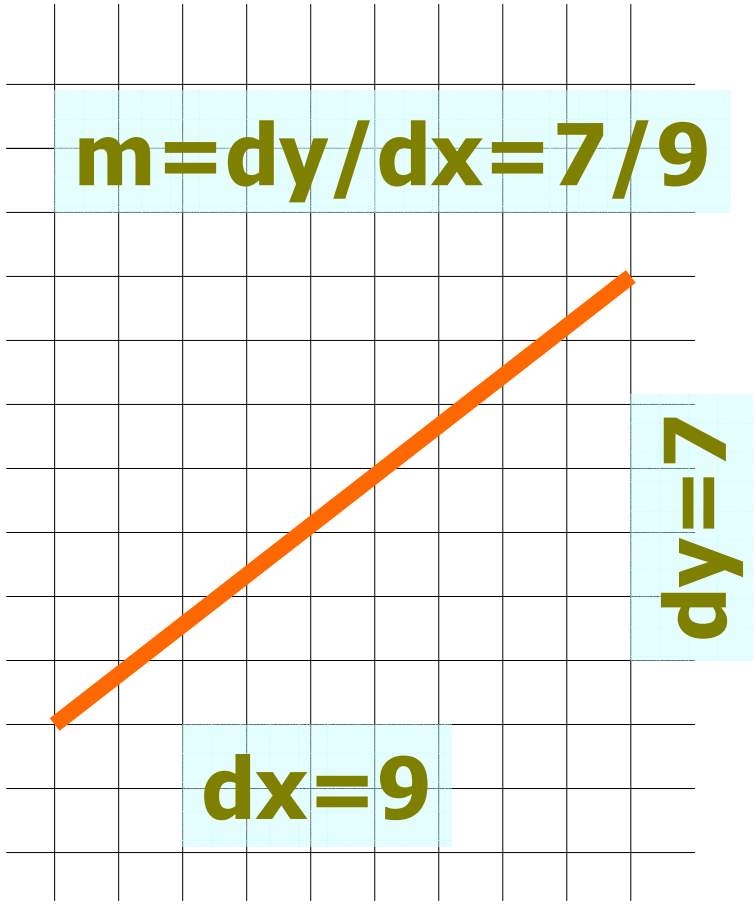
- Per coefficienti angolari $|m|>1$ la rasterizzazione presenta un pixel per ogni riga.

RST segmenti



- Banale la rasterizzazione di segmenti orizzontali o verticali (sequenze di pixel su una riga o una colonna).

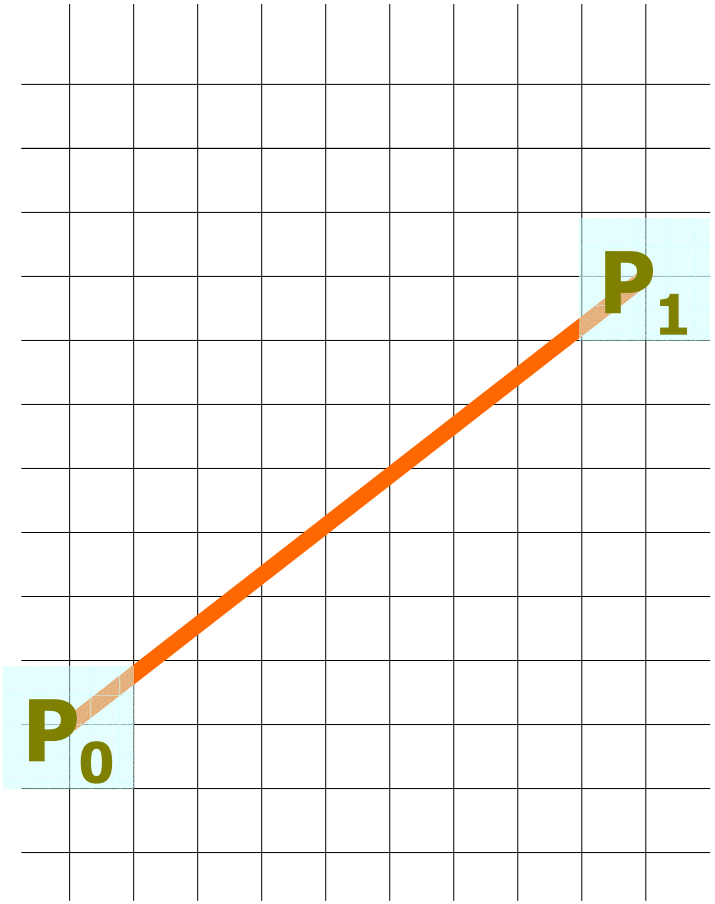
RST segmenti - Soluzione analitica



- Senza perdere di generalità ci limiteremo nel seguito al caso di segmenti con coefficienti angolari $m \leq 1$;
- L'espressione analitica della retta su cui giace il segmento è:

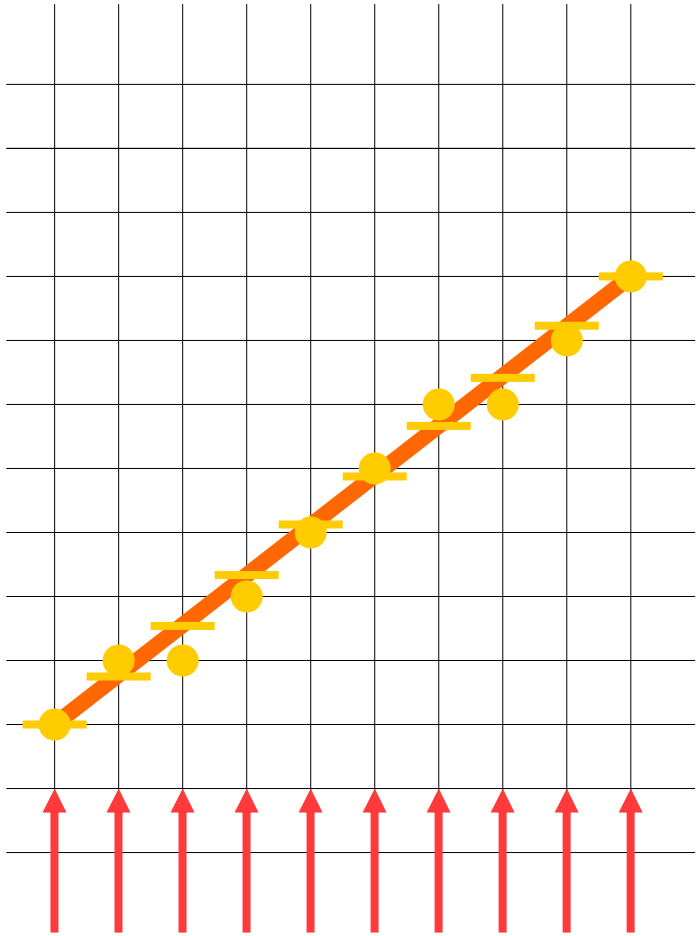
$$y = \mathrm{m}x + \mathrm{B}$$

RST segmenti - Soluzione analitica



- Si intende rasterizzare il segmento di estremi $P_0=(x_0,y_0)$ e $P_1=(x_1,y_1)$;
- Entrambi gli estremi presentano coordinate intere.

RST segmenti - Soluzione analitica



- 1. A partire dal pixel con coordinata x minima x_0:
  - 2.1 Incrementare x con passo costante uguale a 1;
  - 2.2 $\forall$ valore assunto dall'ascissa (x_i), calcolare y_i come $y_i = m x_i + B$;
  - 2.3 Arrotondare y_i all'ordinata intera più vicina.

RST segmenti - Soluzione analitica

- L'algoritmo analitico seleziona il pixel più vicino alla linea ideale, il pixel cioè che ha distanza minima dalla linea;
- L'individuazione di un pixel implica 3 operazioni: una moltiplicazione (mx_i), un'addizione (mx_i+B) , ed un arrotondamento (y_i).

- La moltiplicazione può essere eliminata utilizzando una tecnica incrementale: il punto sulla retta può essere individuato sulla base del punto precedente
- L'algoritmo che ne deriva prende il nome di *algoritmo DDA* (*digital differential analyzer*)

RST segmenti - Algoritmo DDA

- Notando che:

$$y_{i+1} = \mathrm{m}x_{i+1} + \mathrm{B}$$

$$y_{i+1} = \mathrm{m}(x_i + \Delta x) + \mathrm{B}$$

$$y_{i+1} = \mathrm{m}x_i + \mathrm{B} + \mathrm{m}\Delta x$$

$$y_{i+1} = y_i + \mathrm{m}\Delta x$$

- e che $\Delta x = 1$

- si ha $y_{i+1} = y_i + \mathrm{m}$

RST segmenti – Algoritmo DDA

- Quindi, per ogni punto della linea, abbiamo:

$$x_{i+1} = x_i + 1 \quad \Rightarrow \quad y_{i+1} = y_i + \mathrm{m}$$

- Ad ogni passo è necessaria una operazione di arrotondamento con variabili (e l'aritmetica) in virgola mobile;
- L'impiego di aritmetica floating point implica introduzione e propagazione di errore.

RST segmenti - Algoritmo DDA

```
Line(int x0,
     int y0,
     int x1,
     int y1,
     int value)
{
   int x;
   float dy, dx, y, m;

   dy = y1-y0;
   dx = x1-x0;
   m = dy/dx;
   y = y0;
   for ( x=x0 ; x<=x1 ; x++ ) {
        WritePixel(x, floor(0.5+y), value);
        y = y+m;
   }
}
```

Variabili reali

Inizializzazione

Arrotondamento

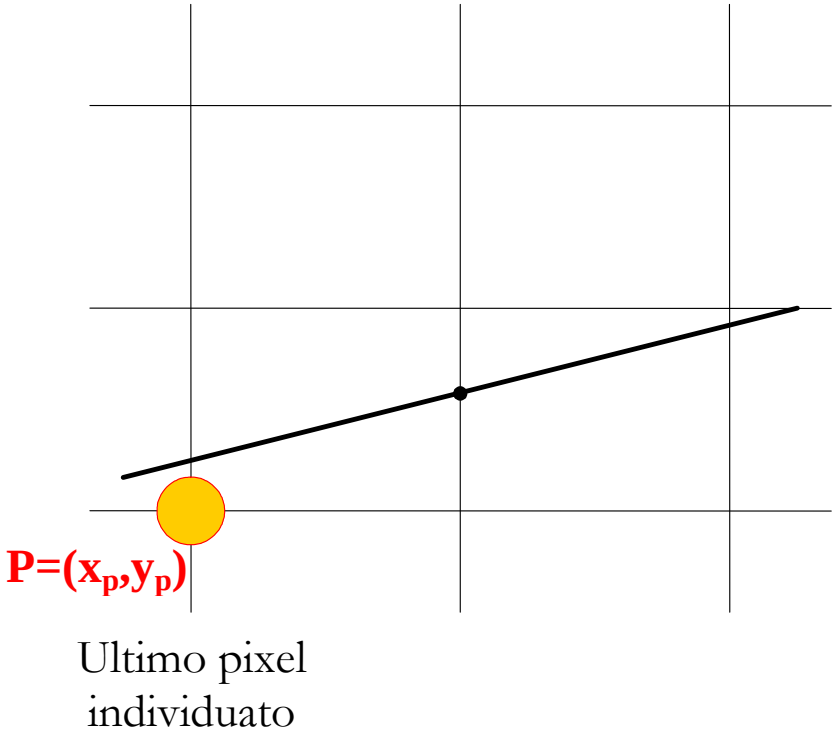
Scrive nel frame buffer

RST segmenti – Algoritmo di Bresenham

- L'algoritmo di Bresenham (detto anche *algoritmo del punto di mezzo*) risolve il problema dell'errore introdotto dall'uso di aritmetica floating point nell'algoritmo DDA;
- L'algoritmo di Bresenham fa uso solo di operazioni in aritmetica intera;
- E' ancora un algoritmo di tipo differenziale; fa uso delle informazioni calcolate per individuare il pixel al passo *i* per individuare il pixel al passo *i+1.*

- Nel seguito, ancora l'ipotesi non restrittiva m<1.

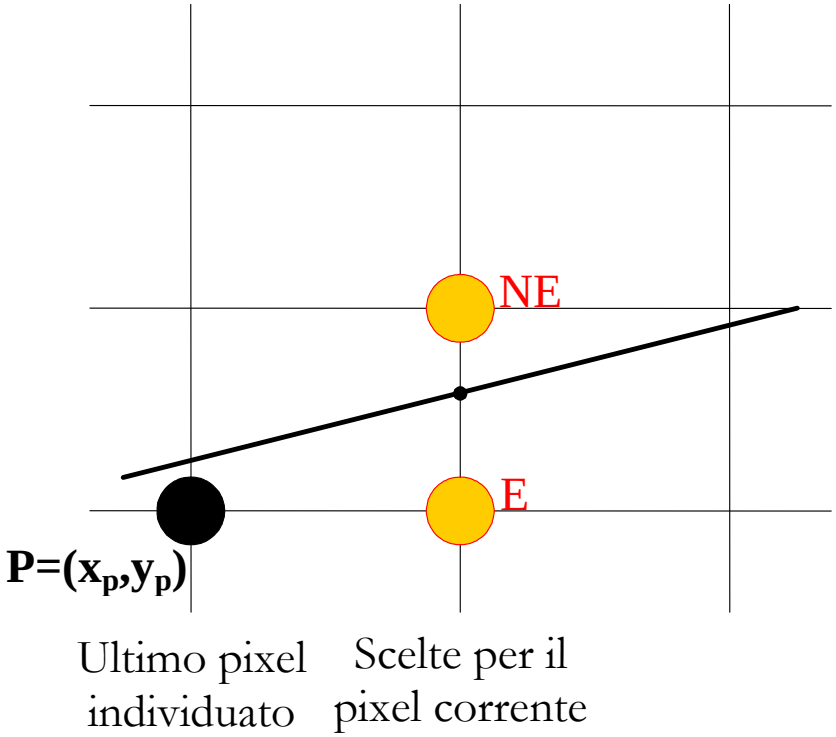
RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



Ultimo pixel individuato

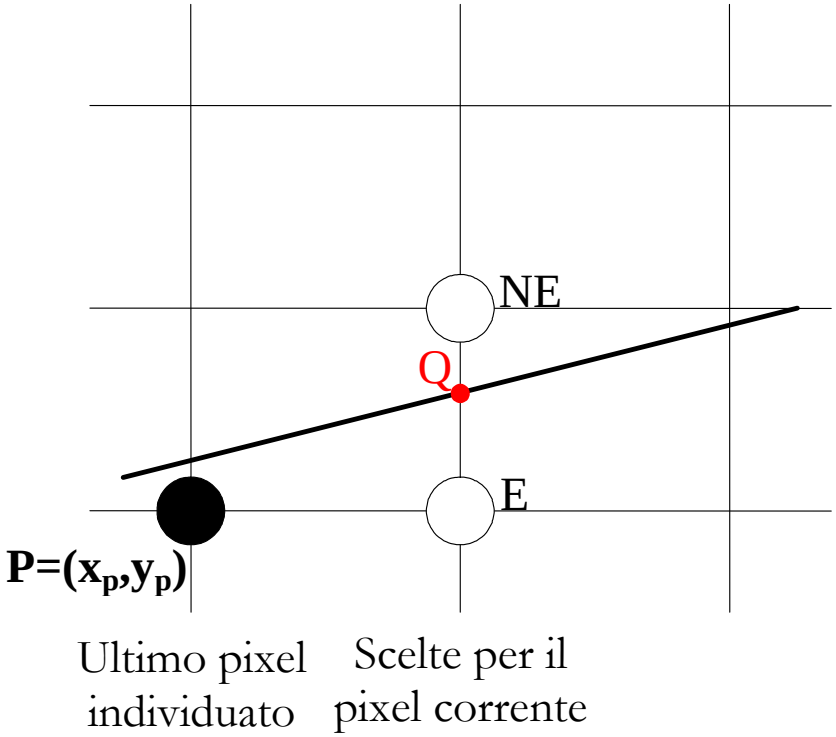
- Supponiamo che l'ultimo pixel individuato dal processo di rasterizzazione sia il pixel *P* di coordinate $P=(x_p, y_p)$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



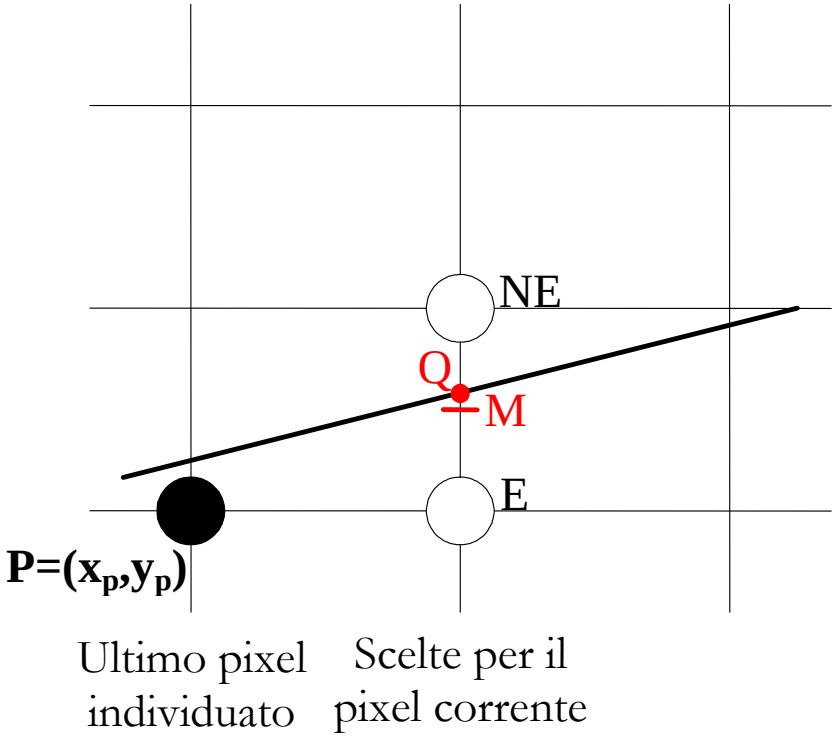
- Il prossimo pixel della rasterizzazione sarà il pixel immediatamente a destra di *P* (*E*, per *east pixel*) oppure quello in alto a destra (*NE*, per *north-east pixel*).
- La scelta del prossimo pixel è limitata a due sole possibilità

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



- Indichiamo con Q il punto in cui il segmento interseca la retta $x = x_p+1$. Il prossimo pixel è quello, tra E e NE, con distanza minima da Q.
- La scelta di un pixel è ricondotta alla misura di una distanza.

RST segmenti – Algoritmo di Bresenham



- Detto M il punto di mezzo del segmento E-NE, si deve scegliere il punto che sta dalla stessa parte di Q rispetto ad M;
- Dobbiamo quindi definire da che parte è Q rispetto ad M.
- La scelta di un pixel è ricondotta all'analisi della relazione geometrica tra due punti.

RST segmenti – Algoritmo di Bresenham

- Il problema è quindi definire da che parte si trova Q (intersezione del segmento con la retta $x = x_p+1$) rispetto a M (punto medio tra i centri dei pixel E ed NE);
- Conviene utilizzare la forma implicita dell'equazione della retta:

$$\mathrm{F}(x, y) = \mathrm{a}x + \mathrm{b}y + \mathrm{c} = 0$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

- Poiché m = dy/dx; $dx = x_1 - x_0$; $dy = y_1 - y_0$ la forma esplicita può essere riscritta come:

$$y = mx + \mathrm{B}$$

$$y = \frac{dy}{dx}x + \mathrm{B}$$

$$y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}x + \mathrm{B}$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

- Quindi

$$y = \frac{dy}{dx} x + \mathrm{B}$$

$$dx \cdot y = dy \cdot x + \mathrm{B} \cdot dx$$

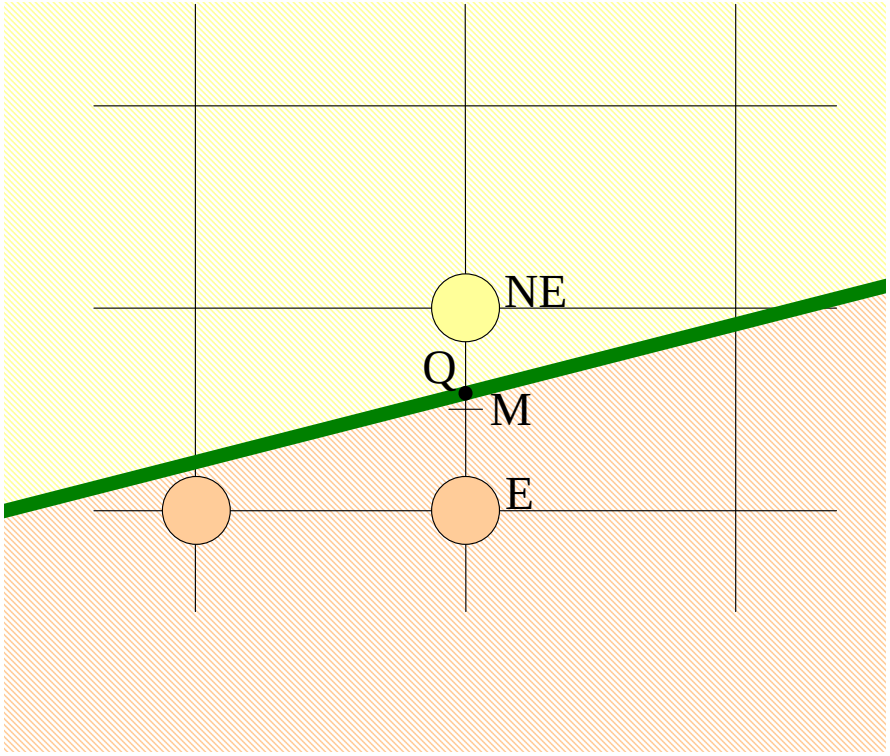
$$dy \cdot x - dx \cdot y + \mathrm{B} \cdot dx = 0$$

$$\mathrm{F}(x, y) = dy \cdot x - dx \cdot y + \mathrm{B} \cdot dx = 0$$

- con

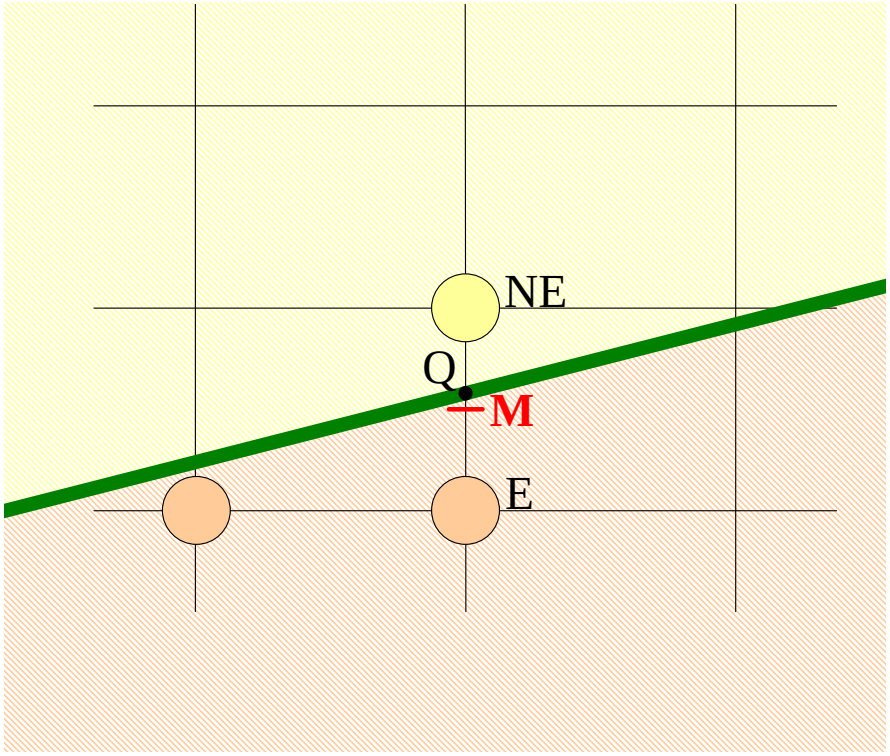
$$\mathrm{a} = dy; \quad \mathrm{b} = -dx; \quad \mathrm{c} = \mathrm{B} \cdot dx$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



- La funzione F:
  - vale 0 per tutti i punti della retta;
  - assume valori positivi sotto la retta;
  - assume valori negativi sopra la retta.
- F(Q)=0

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

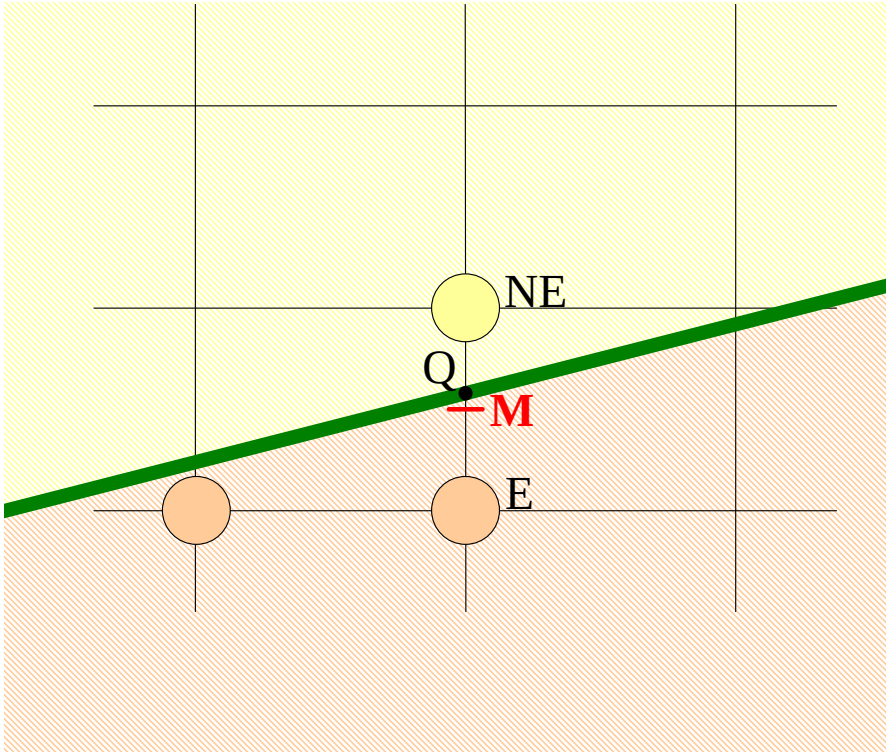


- La scelta tra E e NE si riduce alla valutazione del segno della funzione F nel punto M.

$$F(M) = F(x_p + 1, y_p + \tfrac{1}{2})$$

- L'analisi della relazione geometrica tra due punti si riduce quindi a valutare il segno di una funzione.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



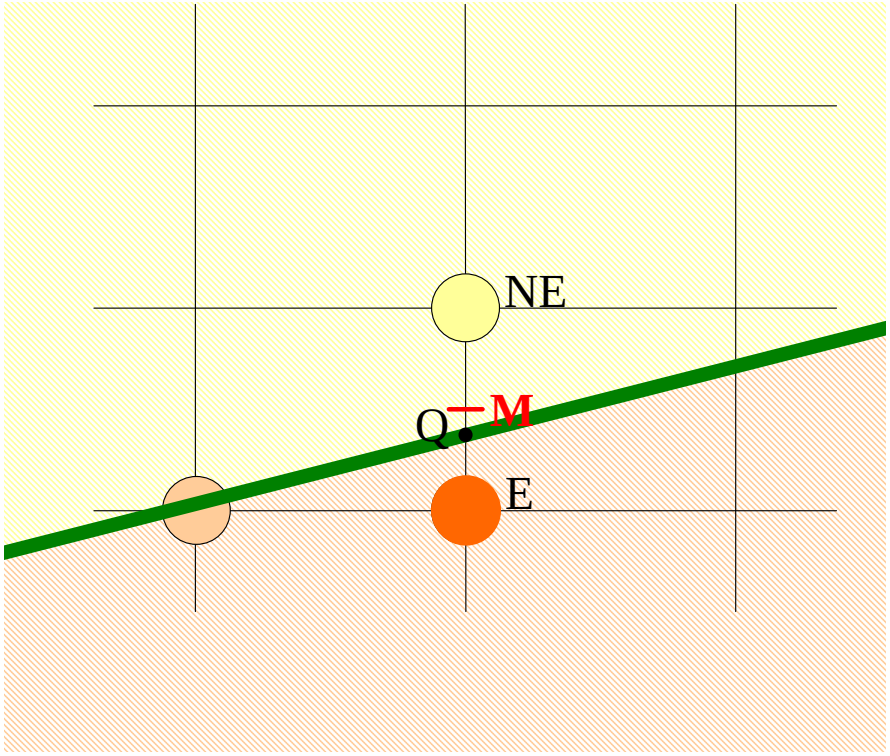
- La decisione si basa sul segno di F(M); indichiamo F(M) come *variabile di decisione d*.

$$d = F(M)$$

$$d = F(x_p + 1, y_p + \tfrac{1}{2})$$

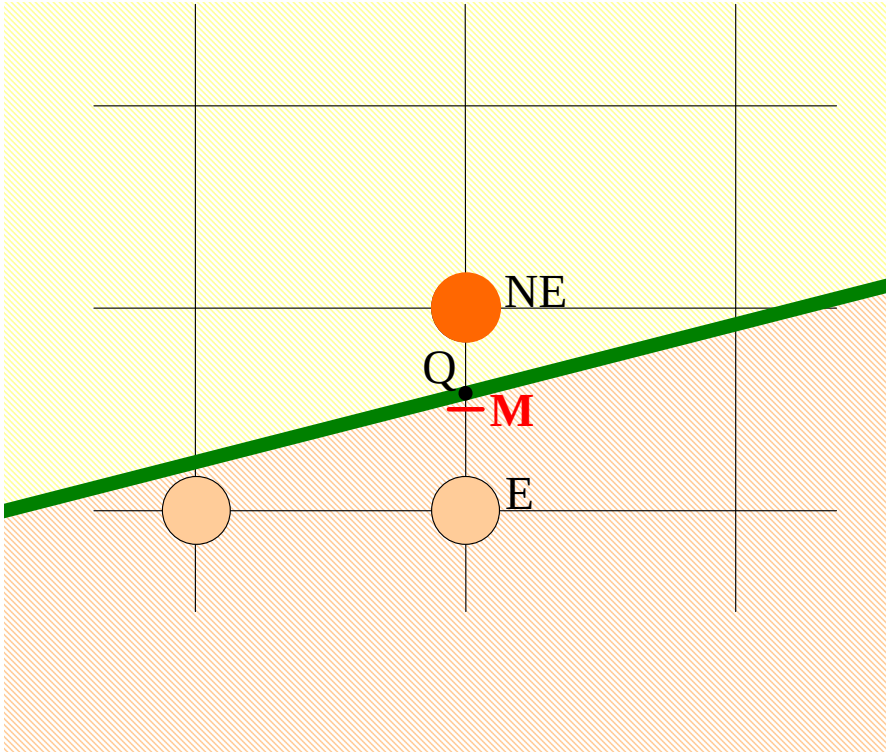
$$d = a(x_p + 1) + b(y_p + \tfrac{1}{2}) + c$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



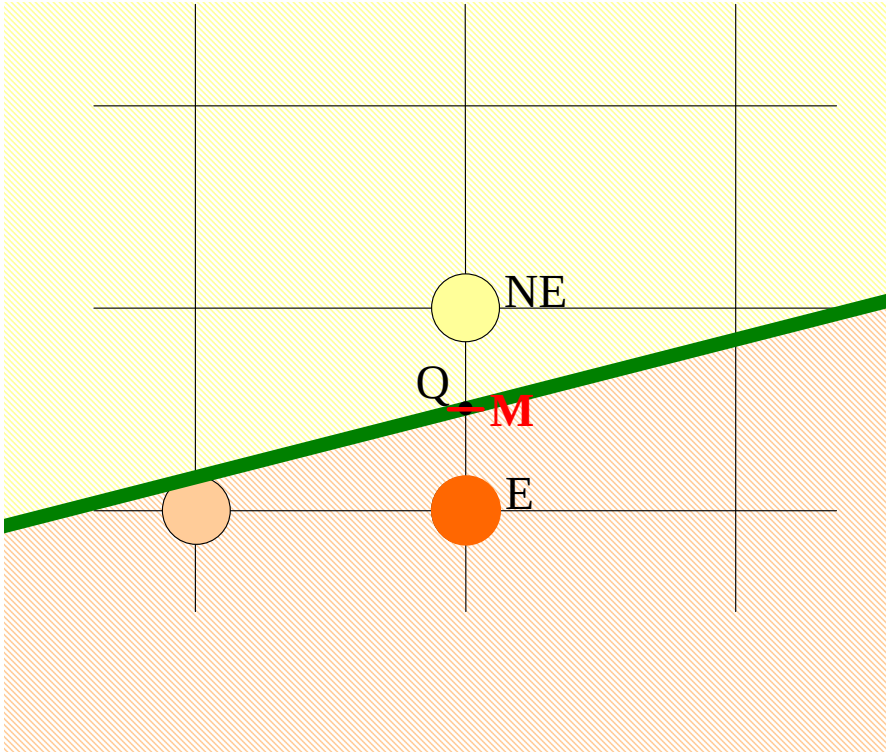
- Se $d < 0$
  - M giace sopra la retta;
  - Scegliamo E come prossimo pixel della rasterizzazione.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



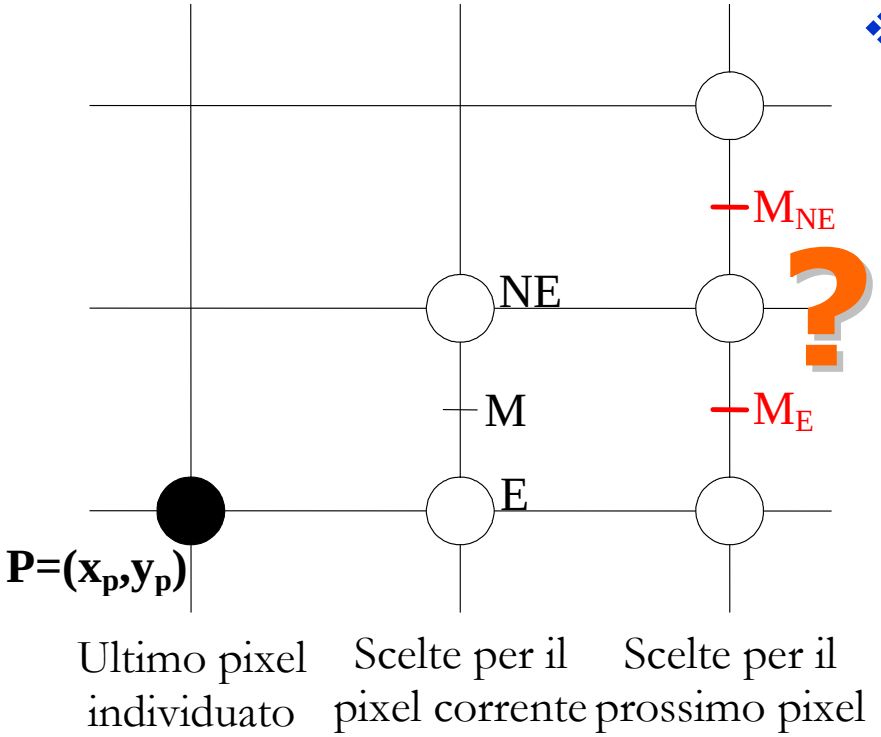
- Se $d > 0$
  - M giace sotto la retta;
  - Scegliamo NE come prossimo pixel della rasterizzazione.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



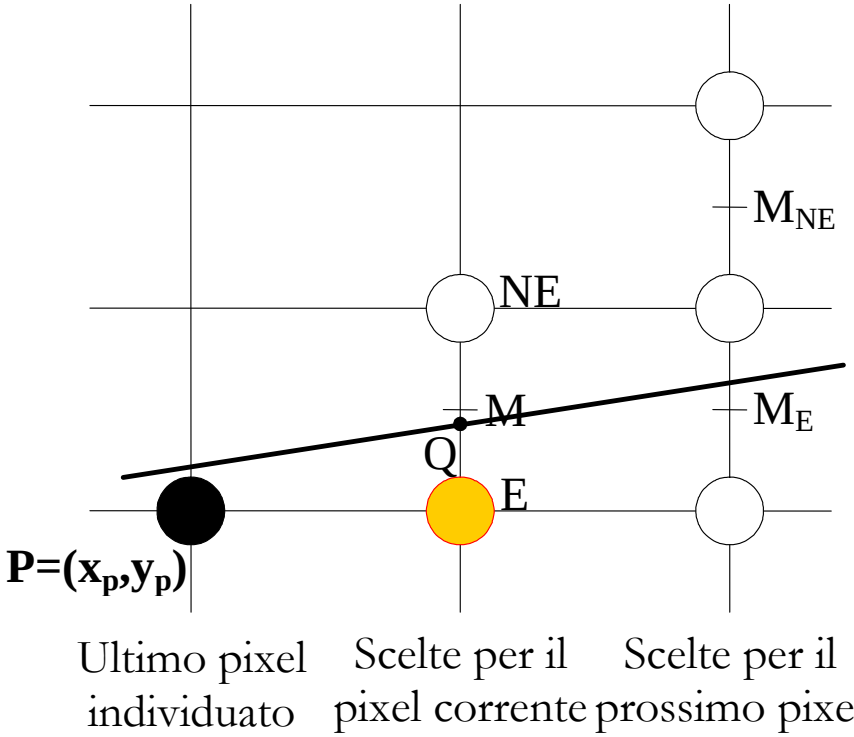
- Se $d = 0$
  - M appartiene alla retta (Q≡M);
  - Scegliamo come prossimo pixel della rasterizzazione uno qualsiasi tra E ed NE
  - Supponiamo che E sia scelto.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



- L'algoritmo di Bresenham costruisce anche d in modo incrementale.
- A tal fine è necessario individuare il punto M al prossimo passo ($x = x_p+2$) sulla base della scelta fatta al passo corrente.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



- Se l'ultimo pixel selezionato è stato E

$$d_{new} = F(x_p + 2, y_p + \tfrac{1}{2})$$

$$d_{new} = a(x_p + 2) + b(y_p + \tfrac{1}{2}) + c$$

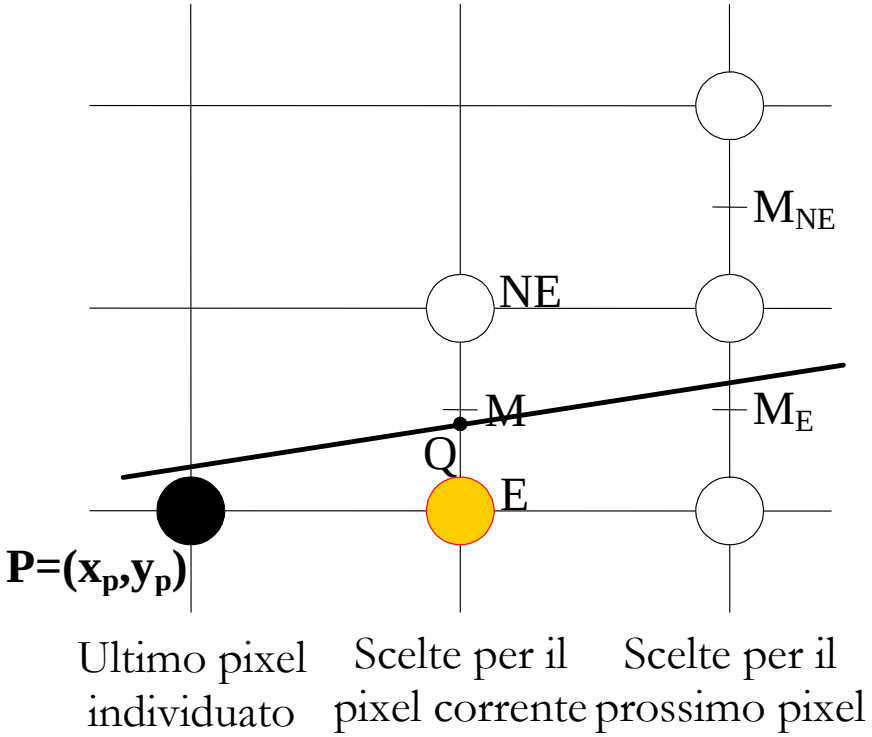
- poiché

$$d = a(x_p + 1) + b(y_p + \tfrac{1}{2}) + c$$

- sottraendo si ha

$$d_{new} = d_{old} + a$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

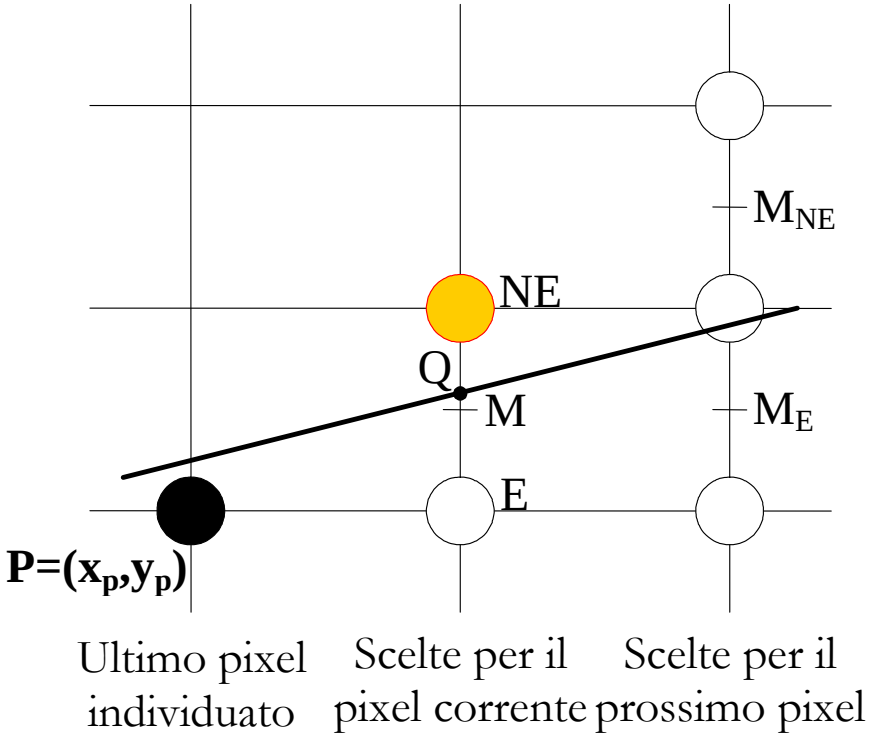


- L'incremento da aggiungere a *d* dopo aver scelto E è quindi:

$$\Delta_E = a = dy$$

- Questo risultato vale ad ogni passo della rasterizzazione.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham



- Se invece l'ultimo pixel selezionato è stato NE:

$$d_{new} = F(x_p + 2, y_p + \tfrac{3}{2})$$

$$d_{new} = a(x_p + 2) + b(y_p + \tfrac{3}{2}) + c$$

- quindi

$$d_{new} = d_{old} + a + b$$

- da cui

$$\Delta_{NE} = a + b = dy - dx$$

RST segmenti – Algoritmo di Bresenham

- Ad ogni passo l'algoritmo sceglie il prossimo pixel tra due possibili candidati basandosi sul valore corrente di una variabile *d* di decisione;
- ricalcola il valore della variabile di decisione incrementalmente aggiungendo al suo valore corrente una quantità fissa predefinita (Δ_E o Δ_{NE});
- Il valore iniziale per *d* risulta:

$$F(x_0+1, y_0+\tfrac{1}{2}) = a(x_0+1) + b(y_0+\tfrac{1}{2}) + c$$

$$F(x_0+1, y_0+\tfrac{1}{2}) = ax_0 + by_0 + c + a + \frac{b}{2}$$

$$F(x_0+1, y_0+\tfrac{1}{2}) = F(x_0, y_0) + a + \frac{b}{2}$$

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

- Poiché (x_0, y_0) appartiene al segmento $\mathrm{F}(x_0, y_0) = 0$ quindi:

$$\mathrm{F}(x_0 + 1, y_0 + \tfrac{1}{2}) = \mathrm{F}(x_0, y_0) + \mathrm{a} + \frac{\mathrm{b}}{2}$$

$$\mathrm{d}_{\mathrm{start}} = \mathrm{a} + \frac{\mathrm{b}}{2} = dy - \frac{dx}{2}$$

- La frazione può essere eliminata utilizzando come funzione decisionale la funzione $2\mathrm{F}$.

RST segmenti – Algoritmo di Bresenham

- L’algoritmo di Bresenham si dice **algoritmo differenziale del primo ordine**;
- Il primo ordine si riferisce ai passi “in avanti” (in effetti sono derivazioni della funzione) utilizzati per calcolare la differenza tra i valori della funzione;
- Il suo parente matematico più stretto è un’equazione differenziale del primo ordine.

RST segmenti - Algoritmo di Bresenham

```
MidpointLine(int x0,
             int y0,
             int x1,
             int y1,
             int value)
{
    int dx, dy, incrE, incrNE, d, x, y;

    while (x < x1 ) {
        if ( d <= 0 ) {
            d = d+incrE;
            x++;
        } else {
            d = d+incrNE;
            x++;
            y++;
        }
        WritePixel(x, y, value);
    }
}
```

Variabili intere

Inizializzazione

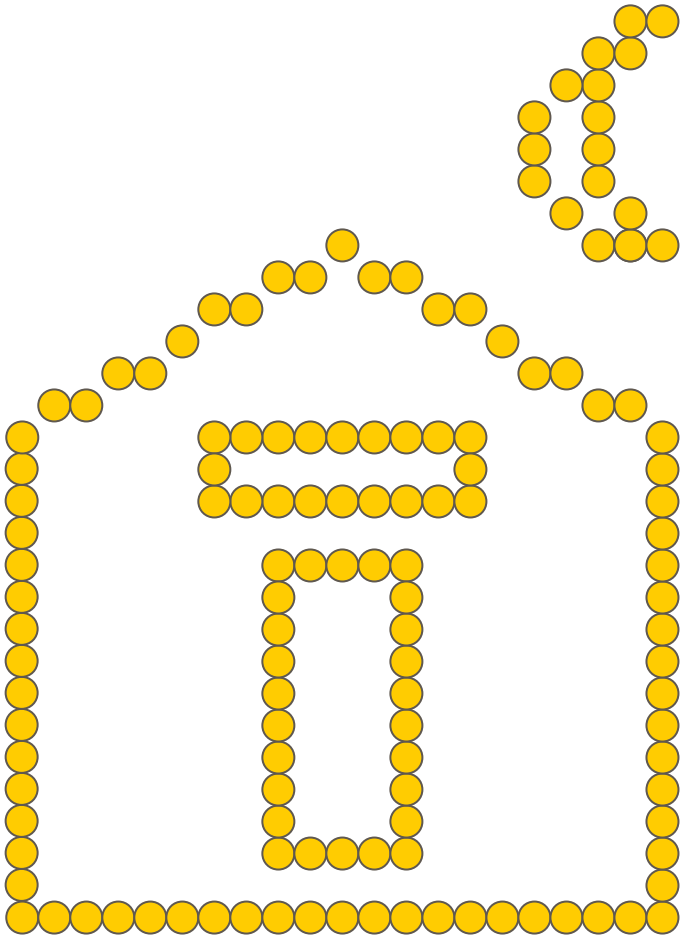
```
dy = y1-y0;
dx = x1-x0;
d = 2*dy-dx;
incrE = 2*dy;
incrNE = 2*(dy-dx);
x = x0;
y = y0;
```

Scelta di E

Scelta di NE

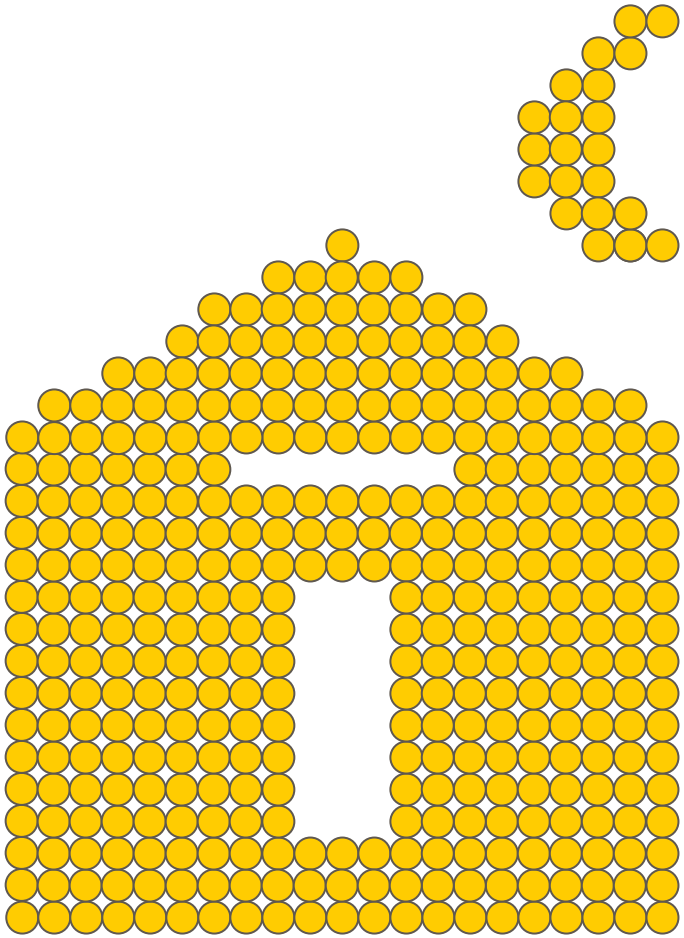
Moltiplico per 2
per usare solo interi

Rasterizzazione (filling) di poligoni



- La tecnologia raster permette di “disegnare” primitive geometriche rappresentate dal solo contorno e primitive “piene”.

Rasterizzazione (filling) di poligoni



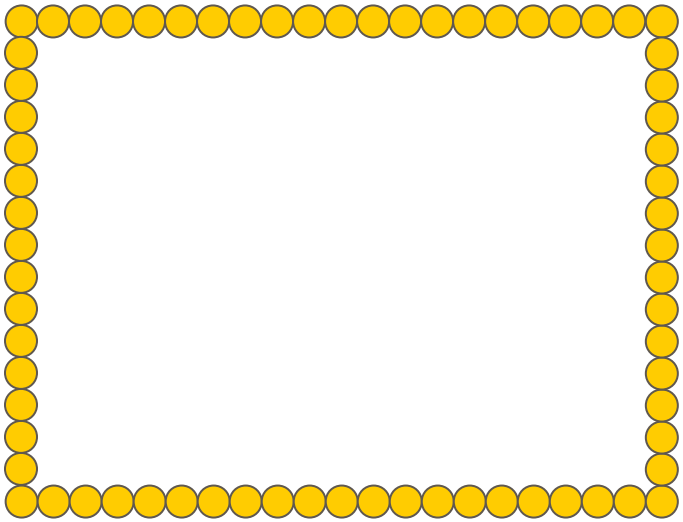
- La tecnologia raster permette di “disegnare” primitive geometriche rappresentate dal solo contorno e primitive “piene”.

Rasterizzazione (filling) di poligoni

- Per la formazione di un'immagine "piena" la tecnologia raster si basa su una *carenza* del sistema visivo umano: l'occhio (la retina) esegue un'integrazione spaziale tra oggetti che non è in grado di distinguere per mancanza di risoluzione;
- Poiché il numero di recettori visivi è limitato, l'occhio percepisce elementi visuali distinti ma sufficientemente vicini tra loro (come due pixel vicini in un monitor) come un singolo oggetto;
- Un insieme di pixel contigui dello stesso colore, per l'occhio umano, risultano una singola figura con colore uniforme.

Rasterizzazione (filling) di rettangoli

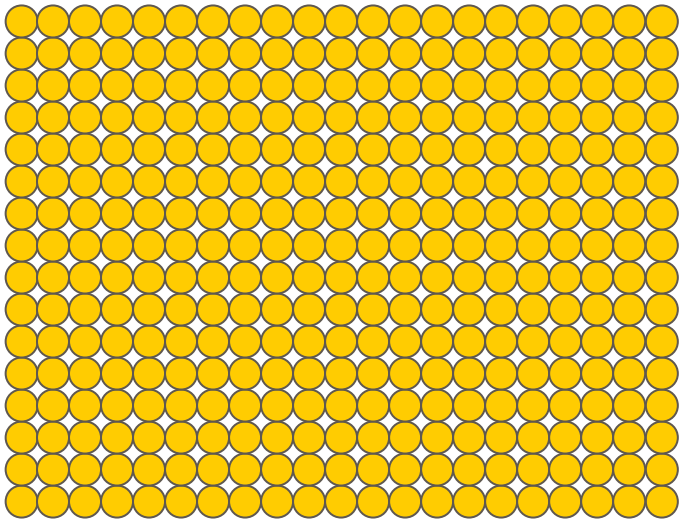
- Disegnare un rettangolo *vuoto* consiste nell'applicare 4 volte l'algoritmo di rasterizzazione dei segmenti che ne rappresentano i lati;



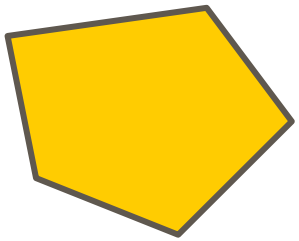
Rasterizzazione (filling) di rettangoli

- Per disegnare un rettangolo *pieno,* con lati paralleli agli assi cartesiani, è sufficiente innescare un doppio ciclo di "accensione" dei pixel interni al rettangolo

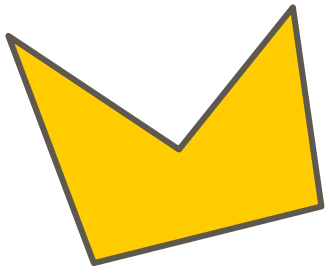
```
for y from y_min to y_max of the rectangle
    for x from x_min to x_max
        WritePixel(x, y)
```



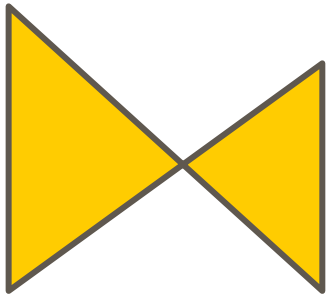
Rasterizzazione (filling) di poligoni



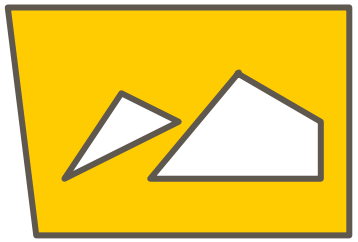
Convesso



Concavo



Intrecciato



Contorni multipli

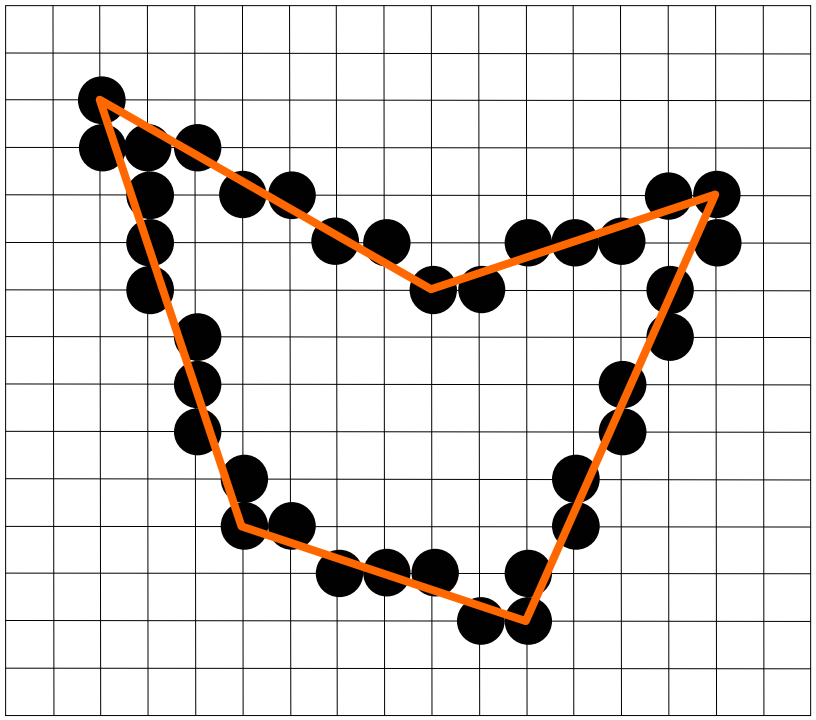
- L'algoritmo di rasterizzazione deve operare correttamente sulle diverse tipologie di primitive geometriche:
  - Polig. Convesso
  - Polig. Concavo
  - Polig. Intrecciato
  - Polig. A Contorni multipli

Rasterizzazione (filling) di poligoni

- L'algoritmo analizzato individua in modo sequenziale, dall'alto verso il basso, le *span* (righe orizzontali) di pixel che rappresentano il poligono;
- Per ogni riga dello schermo, i punti estremi delle span sono calcolati in modo *incrementale* (simile al modo visto per i segmenti);

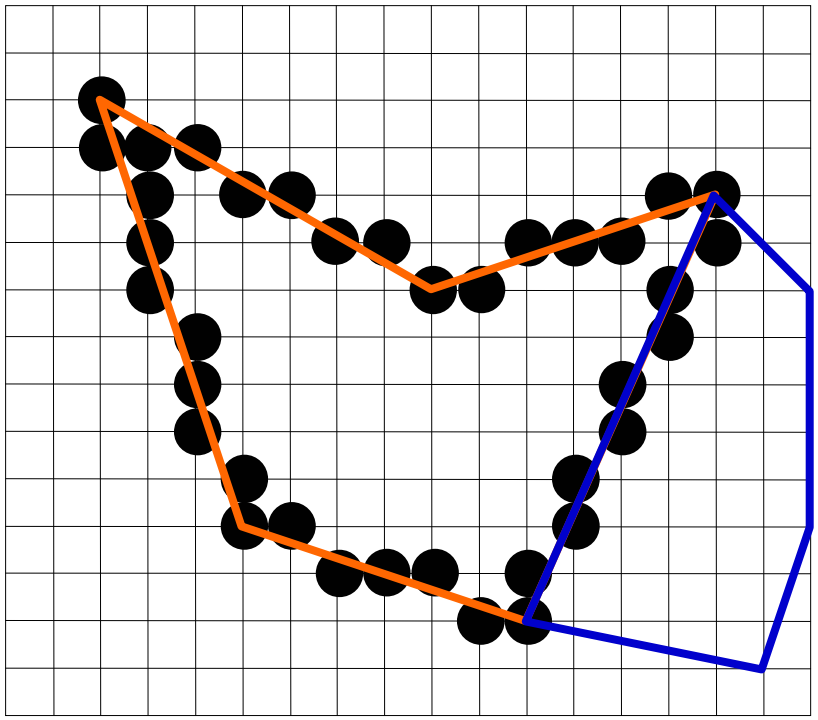
- Approccio *brute force*:
  - Rasterizzare i contorni del poligono;
  - Rasterizzare l'interno basandosi sulla rasterizzazione dei contorni.

Filling di poligoni (a partire dal contorno)



- La maniera più immediata di calcolare le intersezioni del poligono con le scan-line è quella di utilizzare l'algoritmo di scan-conversion per segmenti su ogni spigolo del poligono;
- Purtroppo, l'algoritmo di scan-conversion di segmenti non ha alcuna nozione del concetto di interno o di esterno (al poligono) e quindi può selezionare pixel che sono esterni al poligono.

Filling di poligoni (a partire dal contorno)



- Certamente un problema quando si rasterizzano poligoni di colore diverso con spigoli condivisi;
- Possibilità di pixel di un poligono che *invadono* l'altro poligono generando un effetto visivo scorretto;
- La rasterizzazione complessiva dipendente dall'ordine in cui i singoli poligoni sono rasterizzati.

Filling di poligoni - Generalità

- L'algoritmo analizzato opera incrementalmente sulle scan-line;
- Una volta effettuato il filling del poligono su una scan-line (cioè identificati i pixel della scan-line che appartengono al poligono, l'algoritmo sfrutta le informazioni trovate per aggiornare incrementalmente le intersezioni e fare il filling sulla scan-line successiva;
- Per ogni scan-line:
  - Individuare le intersezioni della scan-line con tutti gli spigoli del poligono;
  - Ordinare le intersezioni sulla coordinata x;
  - Selezionare tutti i pixel, tra coppie di intersezioni, che sono interni al poligono.
- Per la determinazione dei pixel interni si usa la regola odd-parity.

Filling di poligoni - Regola odd-parity

- Si utilizza un bit (flag) di parità che può assumere valore pari o dispari;
- La parità è inizialmente pari, ogni intersezione cambia il bit di parità, i pixel fanno parte del poligono quando la parità è dispari, non ne fanno parte quando la parità è pari.

- La regola odd-parity è utilizzata per verificare l'appartenenza di un pixel ad un poligono;
- 4 casi distinti sono da considerare

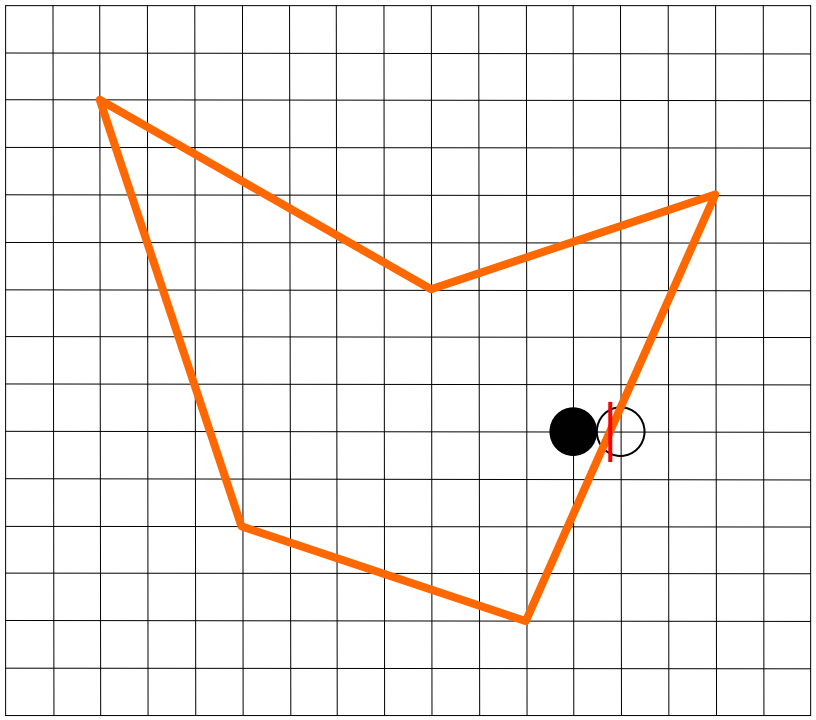
Filling di poligoni – Appartenenza caso 1

- Data un'intersezione con un valore generico *x* razionale, determinare quale dei due pixel ai lati dell'intersezione è quello cercato?

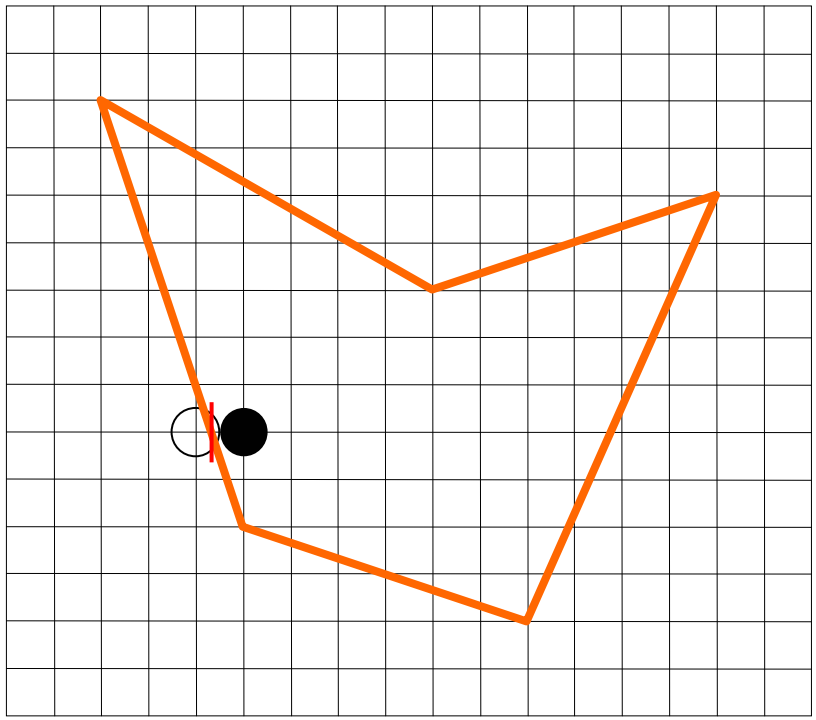
- Se si incontra l'intersezione provenendo da *dentro* il poligono (*parity bit* dispari) si arrotonda all'intero inferiore per rimanere *dentro.*
- Se si incontra l'intersezione provenendo da *fuori* il poligono (*parity bit* pari) si arrotonda all'intero superiore per entrare dentro.

Filling di poligoni – Appartenenza caso 1

- … provenendo da dentro …



… provenendo da fuori …

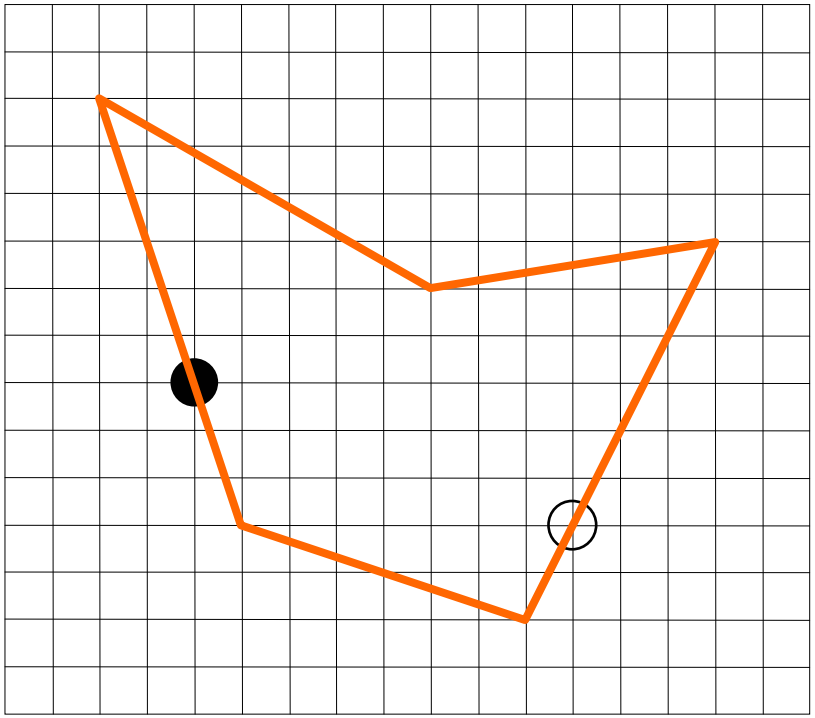


Filling di poligoni – Appartenenza caso 1

- In questa maniera i pixel (che hanno sempre coordinata intera) a sinistra dell'intersezione sinistra ed a destra dell'intersezione destra non vengono mai attribuiti al poligono;
- I pixel a destra dell'intersezione sinistra ed a sinistra dell'intersezione destra vengono attribuiti al poligono.

Filling di poligoni – Appartenenza caso 2

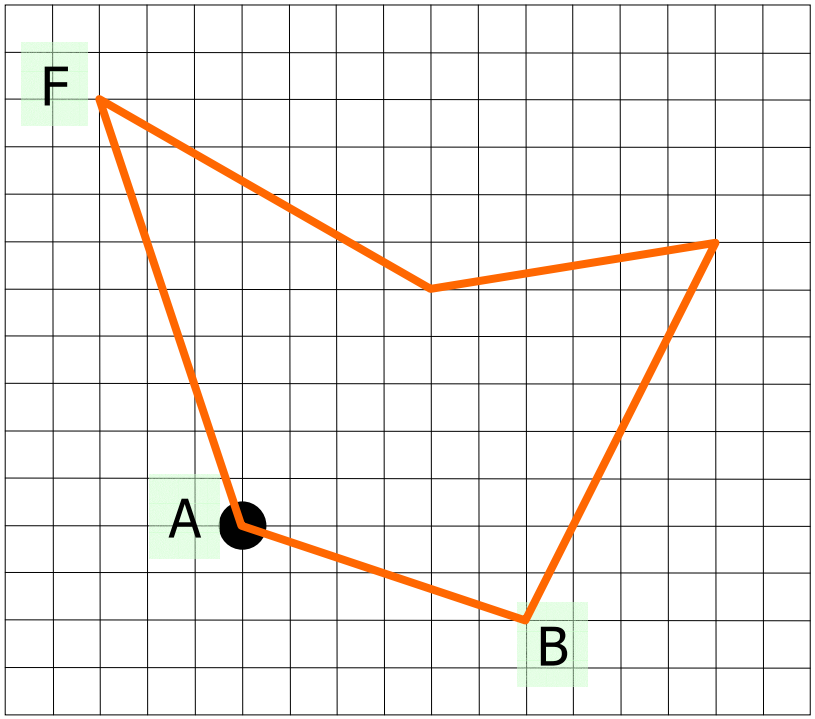
- Come si tratta il caso speciale dell'intersezione a coordinate intere?



- Per evitare conflitti di attribuzione di spigoli condivisi, si definisce che un'intersezione a coordinate intere all'estremo sinistro della span di pixel è interna al poligono, all'estremo destro è esterna.

Filling di poligoni – Appartenenza caso 3

- Come si tratta il caso speciale in cui l'intersezione riguarda un vertice (che ha sempre coordinate intere)?

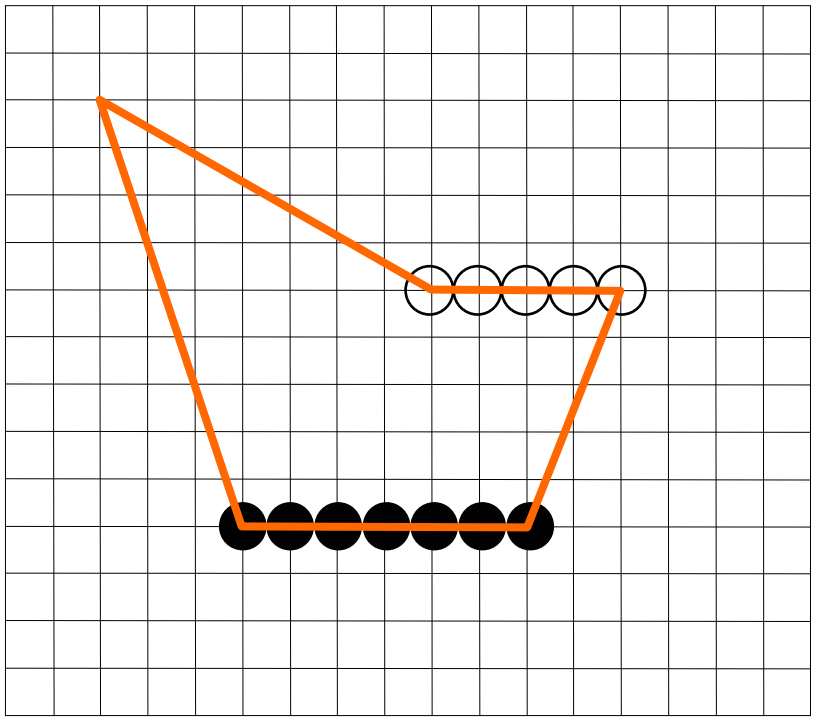


- Nel calcolo del *parity bit*, si considera solo il vertice $y_{\min}$ e non il vertice $y_{\max}$

- Nell'esempio il vertice A è considerato solo come vertice $y_{\min}$ dello spigolo FA e non come vertice $y_{\max}$ dello spigolo AB

Filling di poligoni – Appartenenza caso 4

Come si tratta il caso speciale di vertici che definiscono uno spigolo orizzontale?

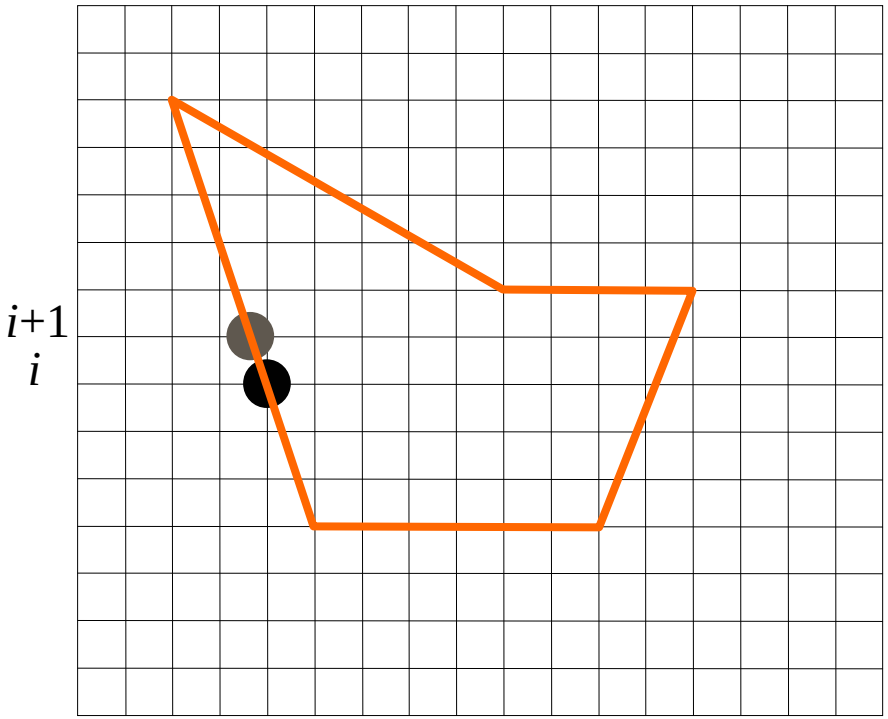


- I vertici di una linea orizzontale non influiscono sul calcolo del *parity bit* ;
- In modo automatico (in virtù del trattamento del caso 3) i lati orizzontali “bassi” del poligono sono disegnati mentre quelli “alti” sono omessi.

Filling di poligoni - Le intersezioni

- Si vuole evitare il calcolo delle intersezioni tra tutte le scan-line e tutti gli spigoli del poligono;
- Gli spigoli che intersecano la scan-line i intersecano anche la scan-line $i+1$, a meno che lo spigolo non abbia il suo vertice nella scan-line i;
- Può essere utilizzato un approccio incrementale molto simile a quello dell'algoritmo di scan-conversion per le linee;
- La differenza tra scan conversion di segmenti e filling di poligoni è che nel primo caso si deve selezionare il pixel più *vicino* alla linea ideale, nel secondo caso si deve tenere conto del *dentro* e del *fuori* ed applicare le regole di arrotondamento che permettono di rimanere dentro al poligono;
- Occorre distinguere tra spigoli a sinistra (entrata) e spigoli a destra (uscita).

Filling di poligoni - Le intersezioni



- Note le intersezioni per una scan-line, le intersezioni per la scan-line successiva possono essere derivate come:

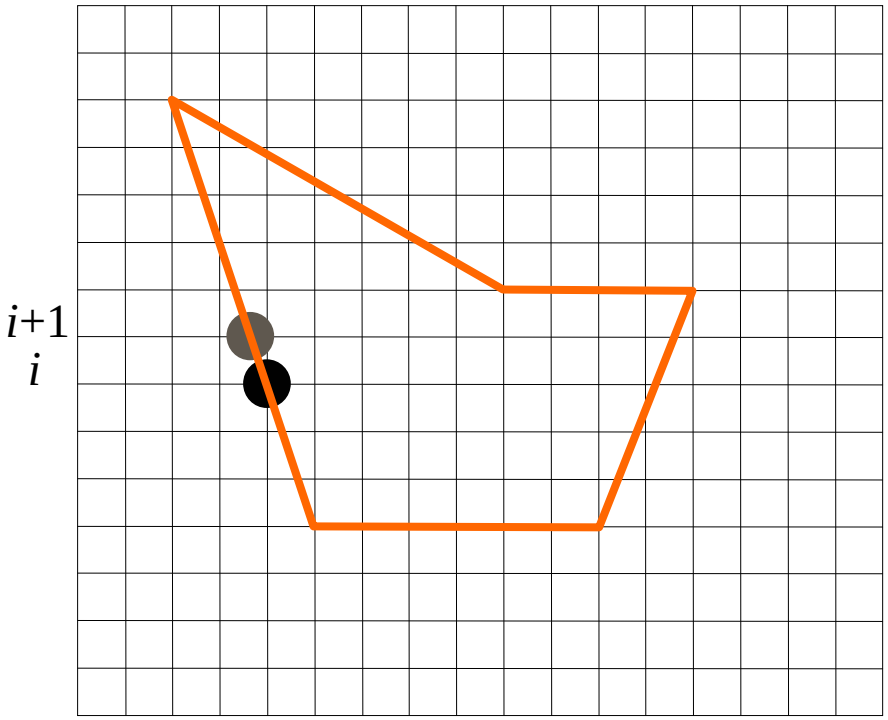
$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{m}$$

- dove

$$m = \frac{(y_{\max} - y_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})}$$

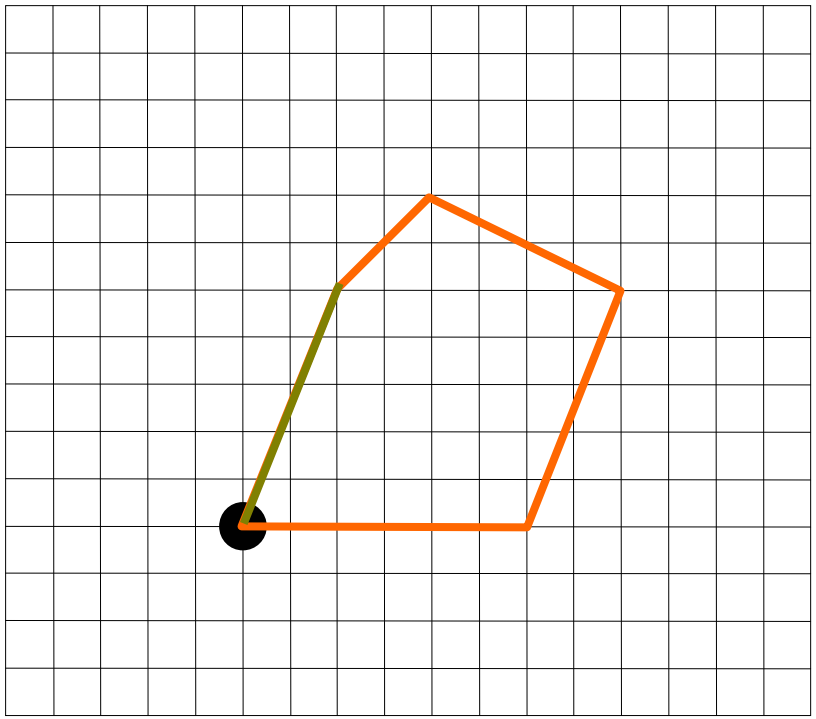
è il coefficiente angolare della linea-spigolo.

Filling di poligoni - Le intersezioni



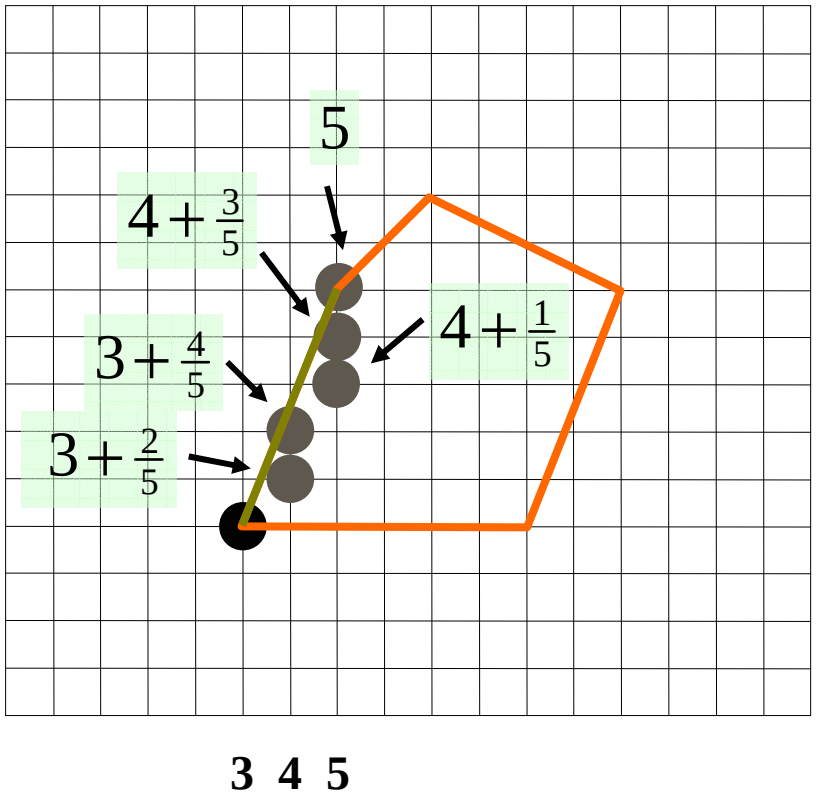
- Anziché utilizzare aritmetica reale per calcolare gli incrementi $1/m$ si considera l'incremento come numero razionale espresso come numeratore e denominatore.

Filling di poligoni - Le intersezioni



3

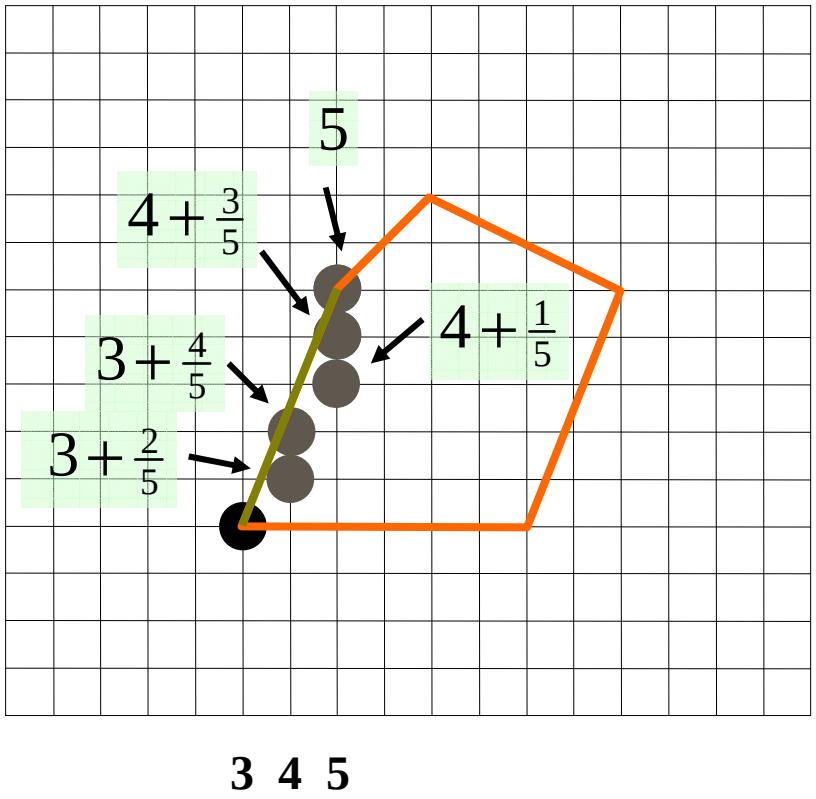
Filling di poligoni - Le intersezioni



- Linea-spigolo *sinistro*
- Coefficiente angolare $m>1$
- $x_{min}=3$; $m=5/2$

- La sequenza di ascisse:
- 3
- 3 + 2/5
- 3 + 4/5
- 3 + 6/5 = 4 + 1/5
- 4 + 3/5
- 4 + 5/5 = 5

Filling di poligoni - Le intersezioni



- Ad ogni iterazione, quando la parte frazionaria eccede 1 si incrementa x (la parte intera) di 1 e si sottrae 1 dalla parte frazionaria muovendosi quindi di 1 pixel verso destra.

Filling di poligoni – Gestione spigolo sinistro

```
LeftEdgeScan (int xmin,
              int ymin,
              int xmax,
              int ymax,
              int value)
{
    int x, y, numerator, denominator, increment;

    x = xmin;
    numerator = xmax-xmin;
    denominator = ymax-ymin;
    increment = denominator;
    for ( y=ymin ; y<ymax ; y++ ) {
         WritePixel(x, y, value);
         increment = increment + numerator;
         if (increment > denominator) {
                  x++;
                  increment = increment - denominator;
         }
    }
}
```

Variabili intere

Inizializzazione

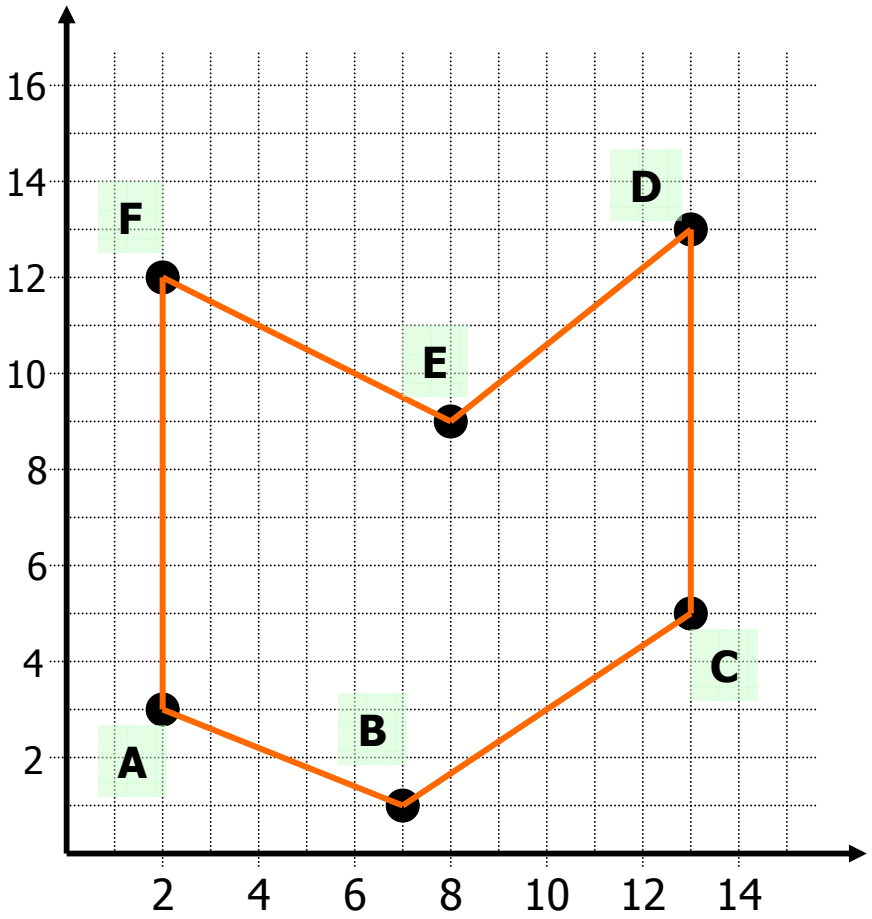
Filling di poligoni - Le strutture dati

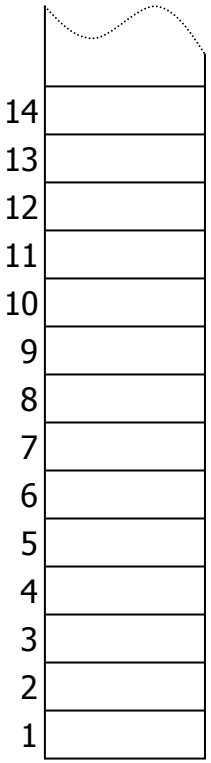
- Per migliorare l'efficienza complessiva ad ogni passo si considera una scan-line e tutti i lati ed eventualmente poligoni attraversati;
- Il calcolo incrementale dei valori delle linee spigolo non avviene quindi in un'unica soluzione ma deve essere interrotto salvando i valori calcolati al passo precedente;
- La struttura dati deve consentire di:
  - Trovare le intersezioni della scan-line con tutti gli spigoli del(i) poligono(i);
  - Ordinare le intersezioni sulla coordinata x;
  - Selezionare tutti i pixel, tra coppie di intersezioni, che sono interni al(i) poligono(i).

Filling di poligoni - Le strutture dati

- La struttura dati utilizzata è la lista Active Edge Table (tabella degli spigoli attivi) che, ad ogni passo dell'algoritmo, contiene le informazioni "attive" della lista Edge Table (tabella degli spigoli);
- La Edge Table viene costruita in una fase iniziale e contiene tutte le informazioni necessarie alla rasterizzazione degli spigoli;
- La Edge Table è un bucket (array di liste), con tante celle per quante sono le scan-line dello schermo;
- La Edge Table non contiene spigoli orizzontali.

Filling di poligoni - Edge Table

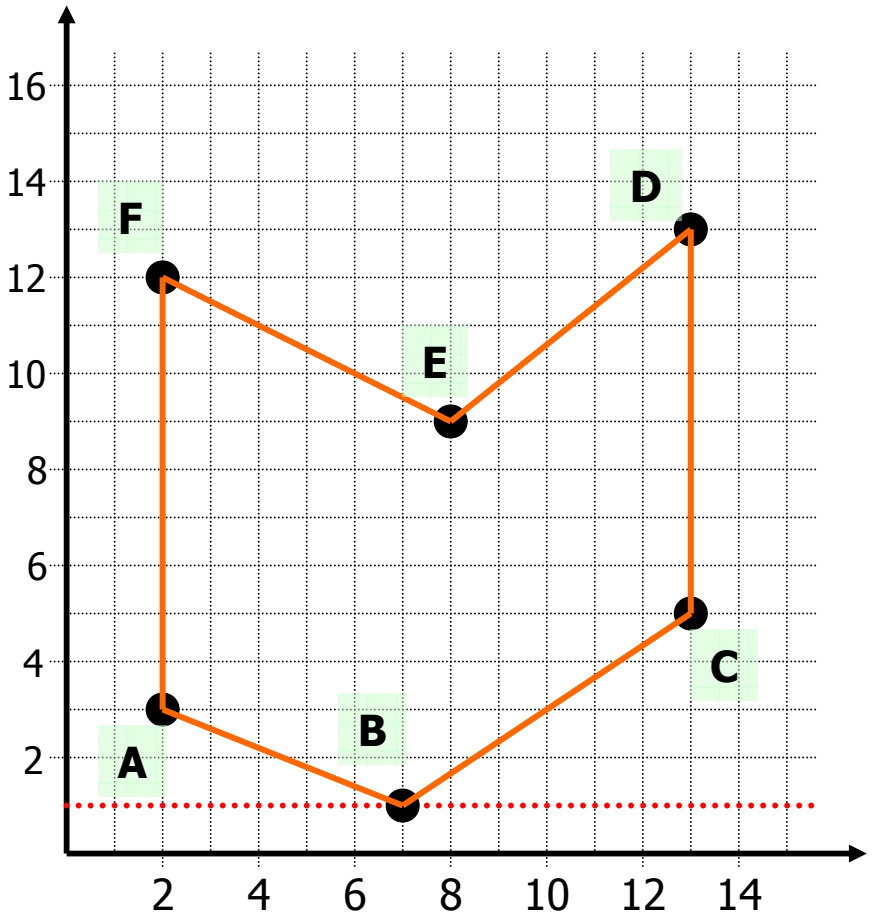


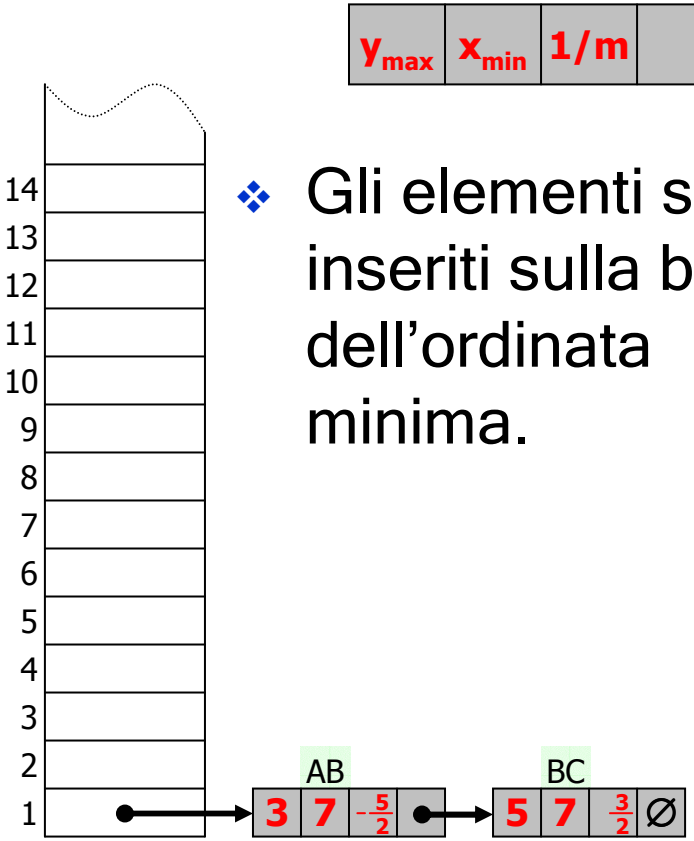


y_{max}	x_{min}	1/m	

- Ogni elemento contiene:
  - y_{max}
  - x_{min}
  - $1/m$
  - puntatore al prossimo elemento

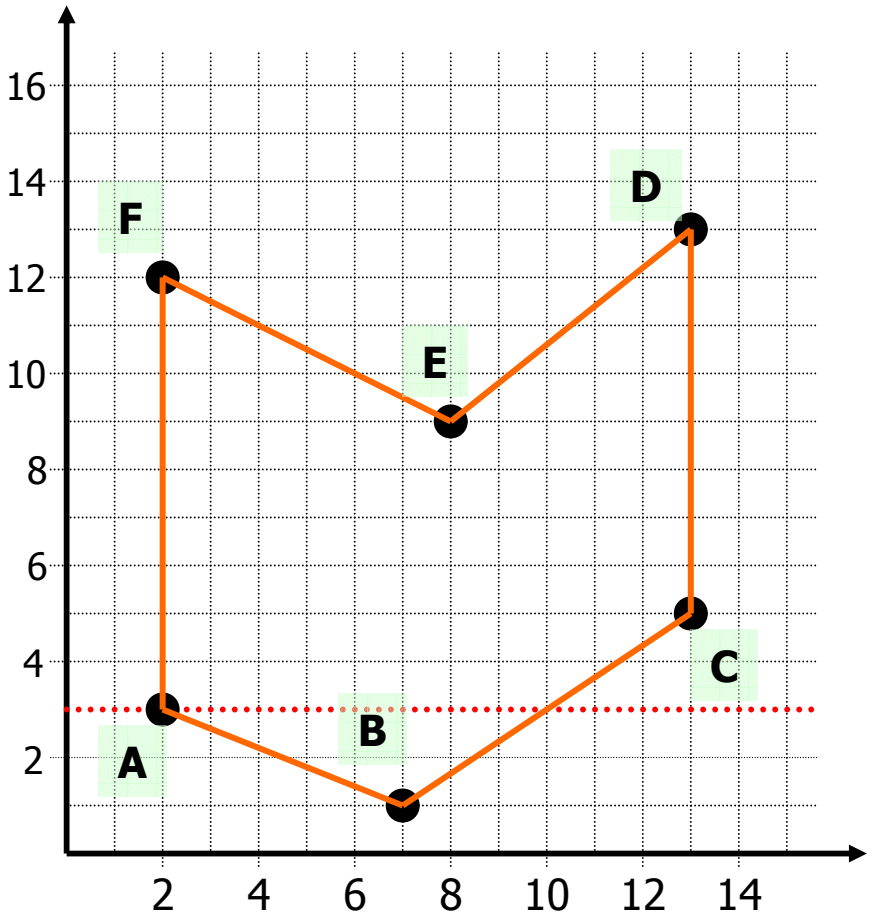
Filling di poligoni - Edge Table

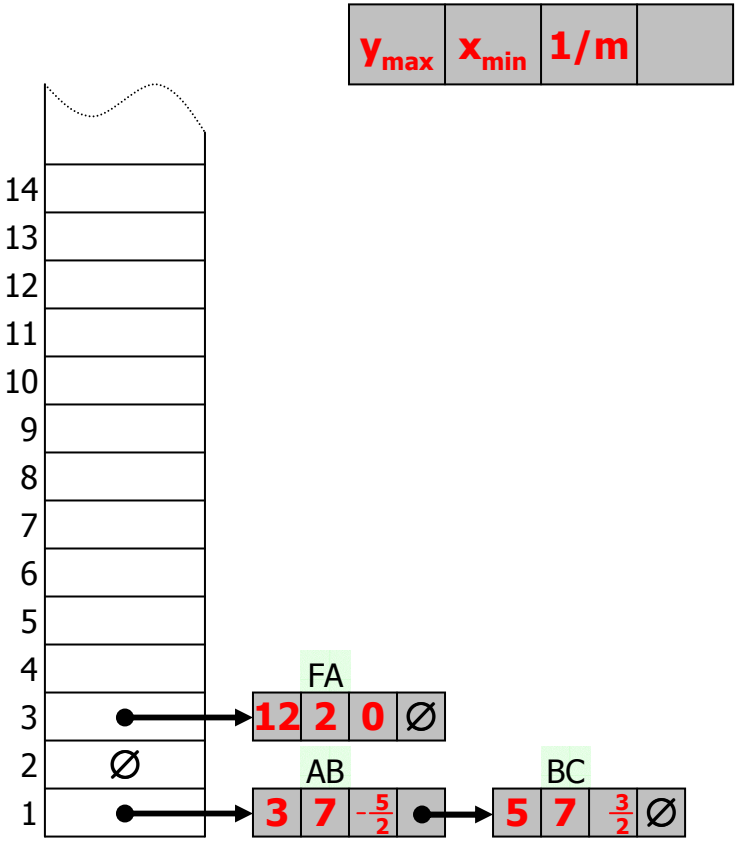




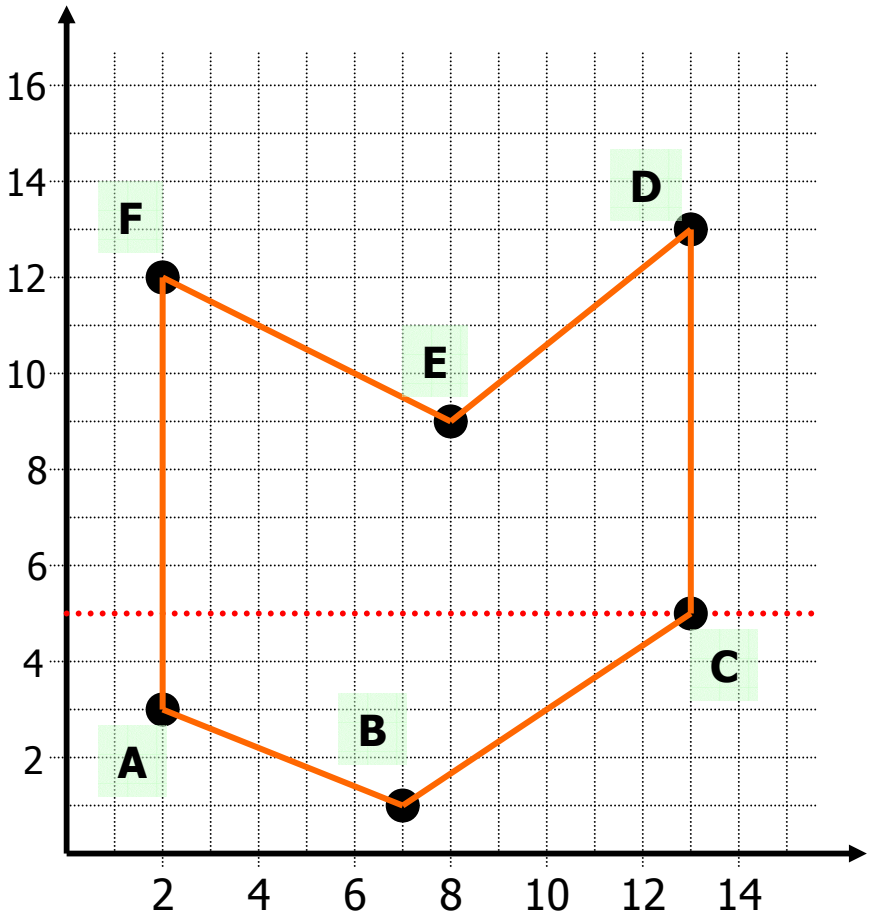
- Gli elementi sono inseriti sulla base dell'ordinata minima.

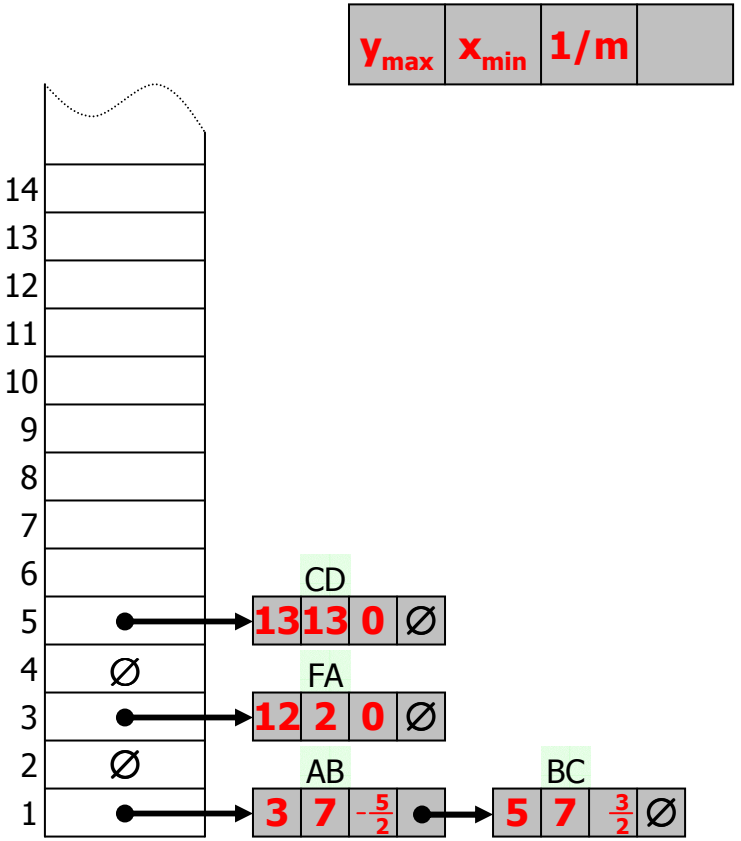
Filling di poligoni - Edge Table



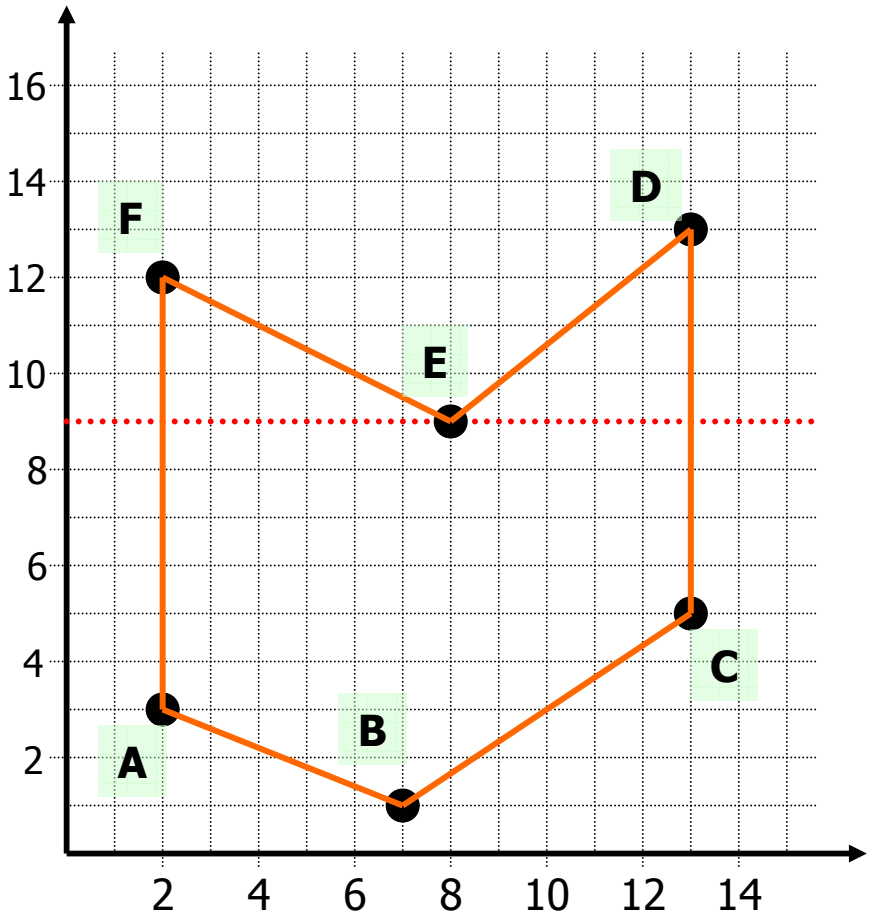


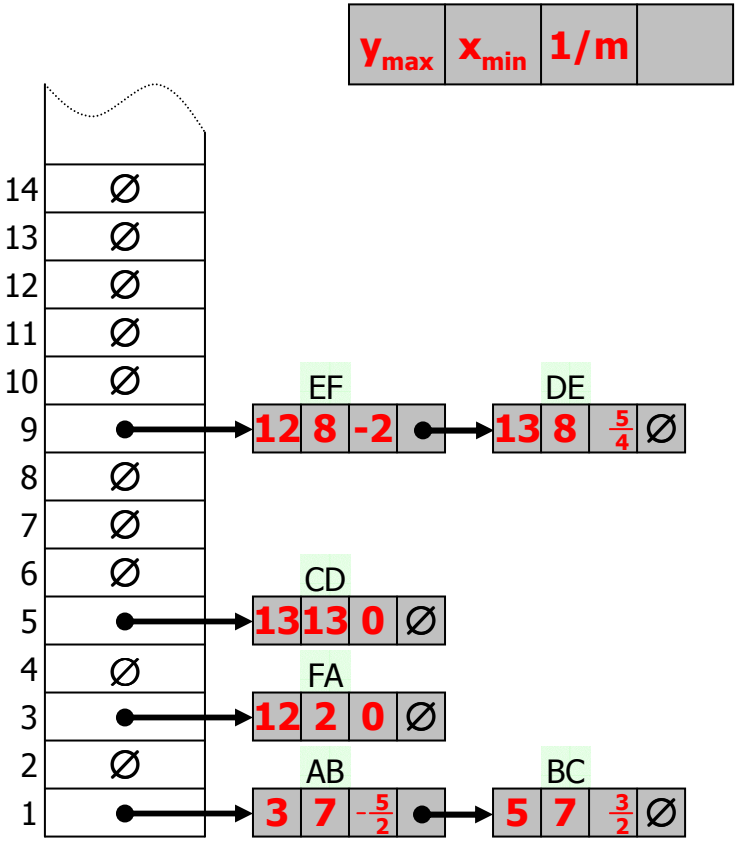
Filling di poligoni - Edge Table





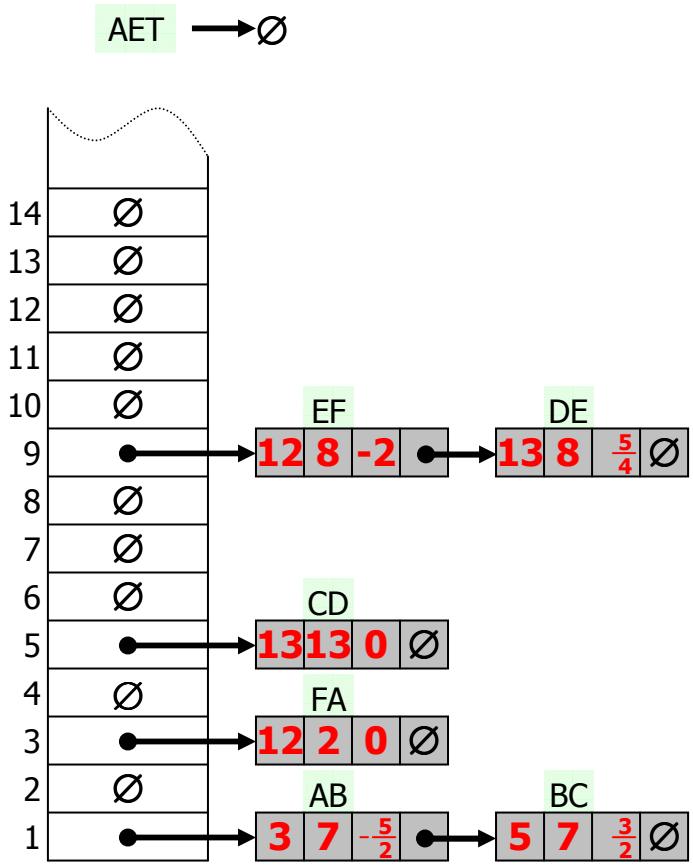
Filling di poligoni - Edge Table





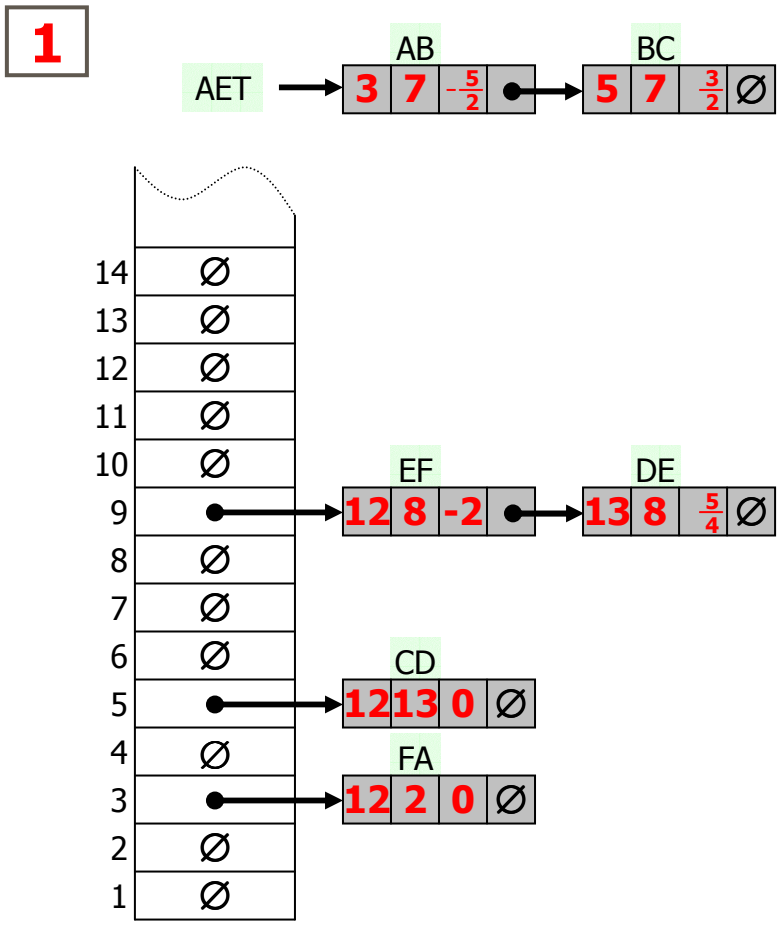
Filling di poligoni - Active Edge Table

- La Active Edge Table viene costruita e modificata copiando elementi della lista dalla Edge Table;
- Inizialmente è vuota.



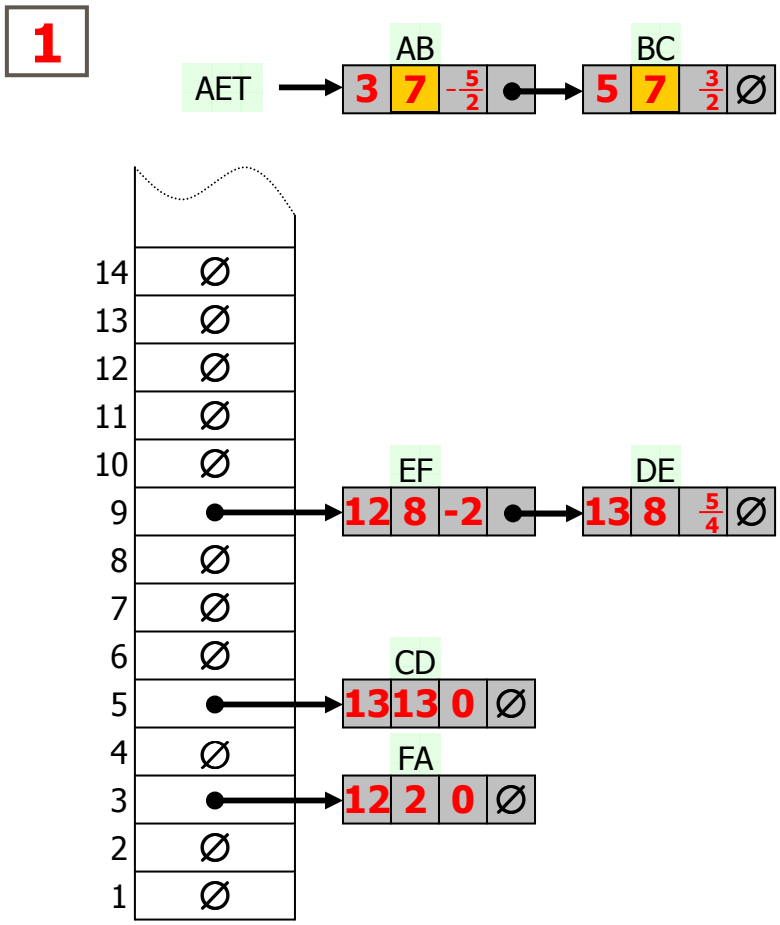
Filling di poligoni - Active Edge Table

- Non appena, scandendo la ET, si trova una cella non vuota la AET viene inizializzata e la procedura di rasterizzazione ha effettivo inizio.

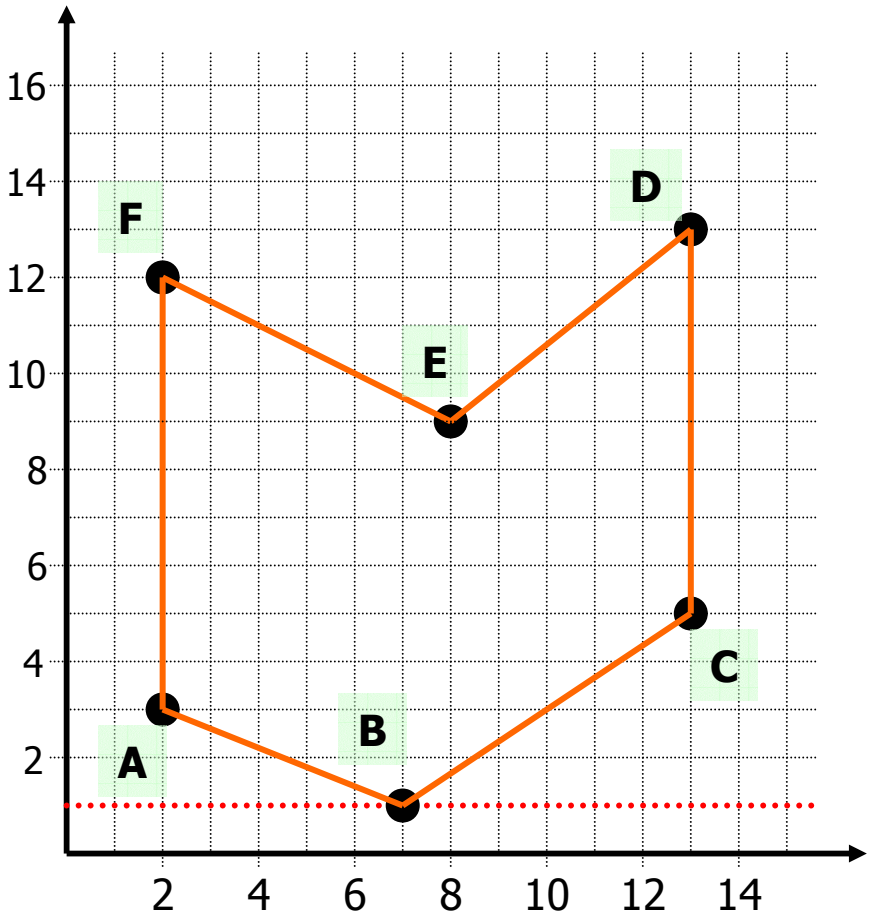


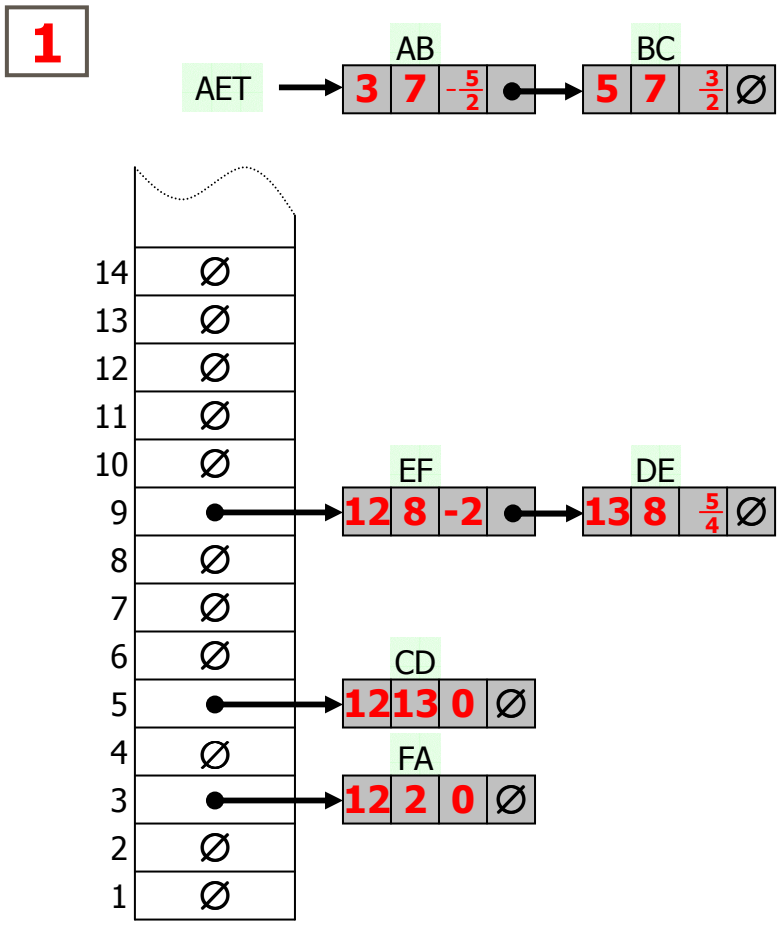
Filling di poligoni - Active Edge Table

- Nella AET il secondo campo non rappresenta $x_{\min}$ bensì il valore della x corrente da usare nella rasterizzazione.



Filling di poligoni - Active Edge Table

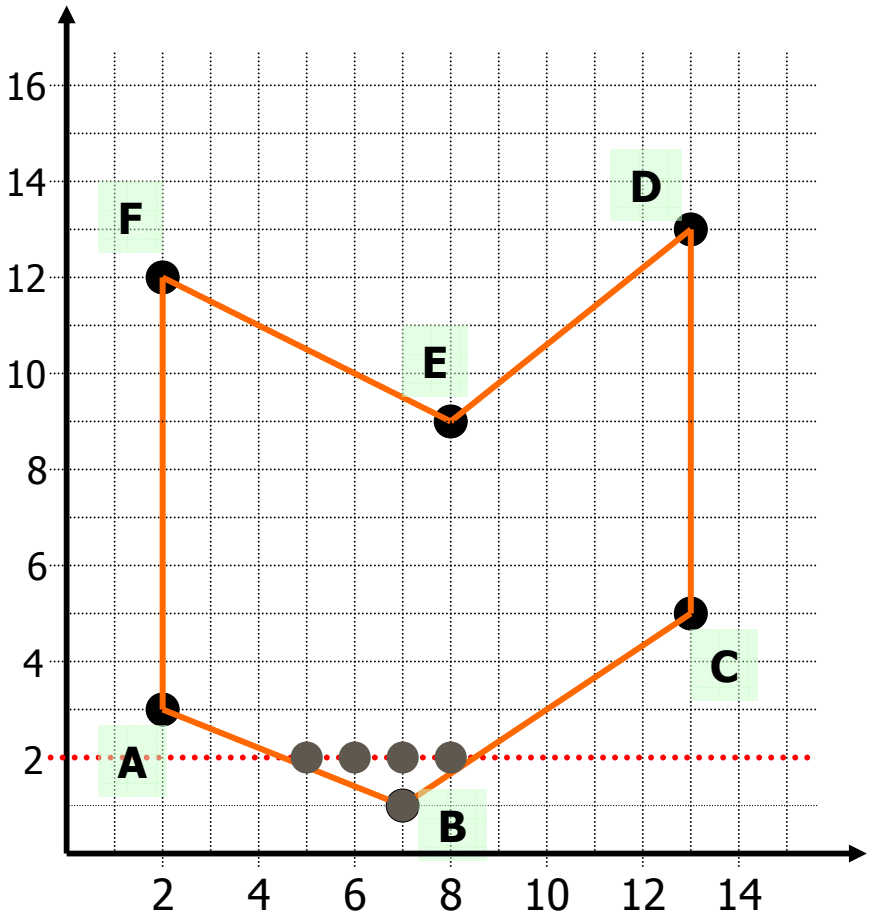


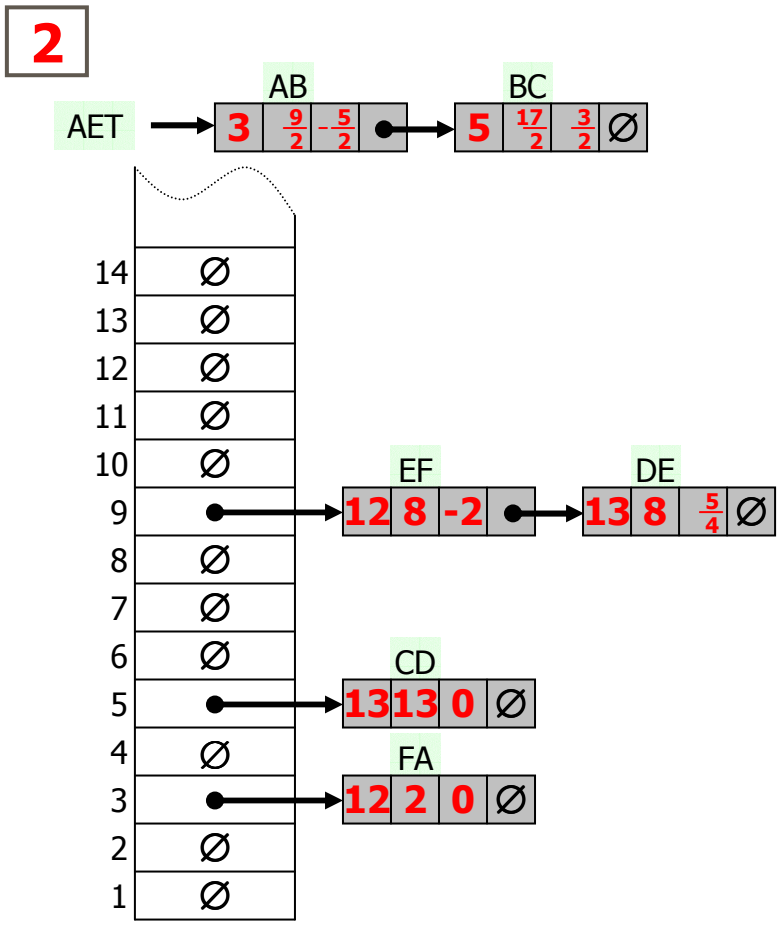


Filling di poligoni – L'algoritmo

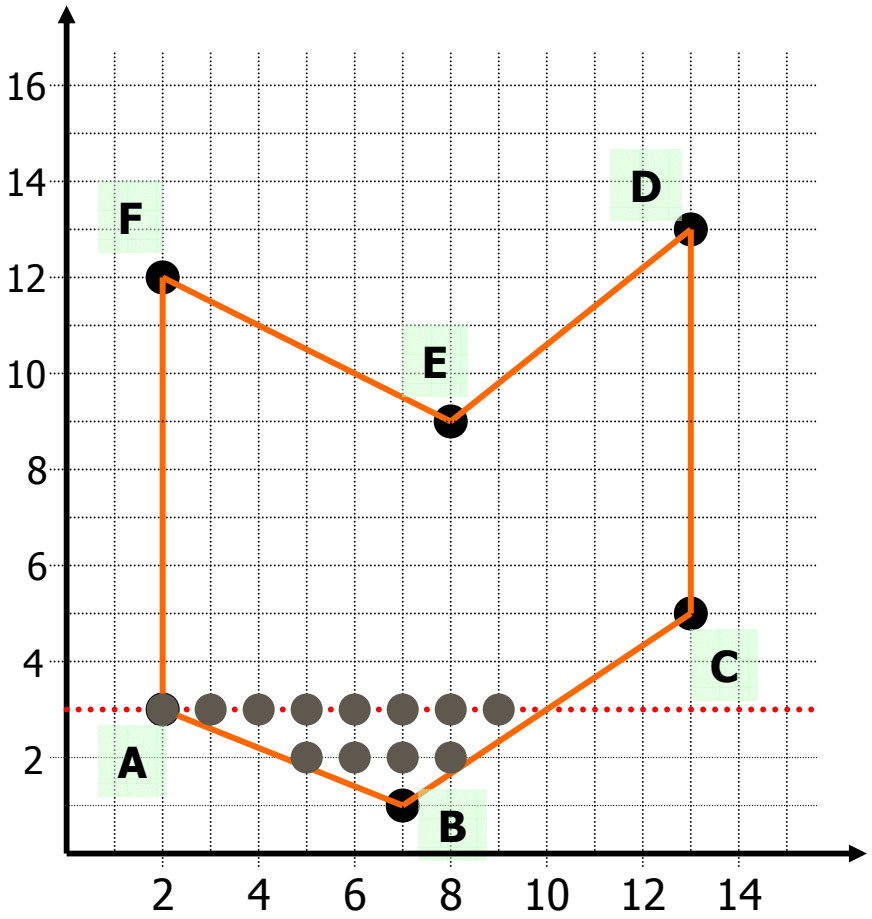
- Impostare y alla minima ordinata non vuota in ET;
- Inizializzare AET (vuota);
- Ripetere, fino allo svuotamento di AET e ET:
  - Muovere dal bucket di ET al corrispondente di AET gli edge per cui $y_{min}=y$, quindi ordinare su AET per x;
  - Disegnare i pixel della scan-line per coppie di coordinate x dalla AET;
  - Rimuovere dalla AET gli edge per cui $y_{max}=y$ (quelli che non intersecano la prossima scan-line);
  - Incrementare y di 1;
  - Per ogni edge non verticale nella AET, aggiornare x per il nuovo y.

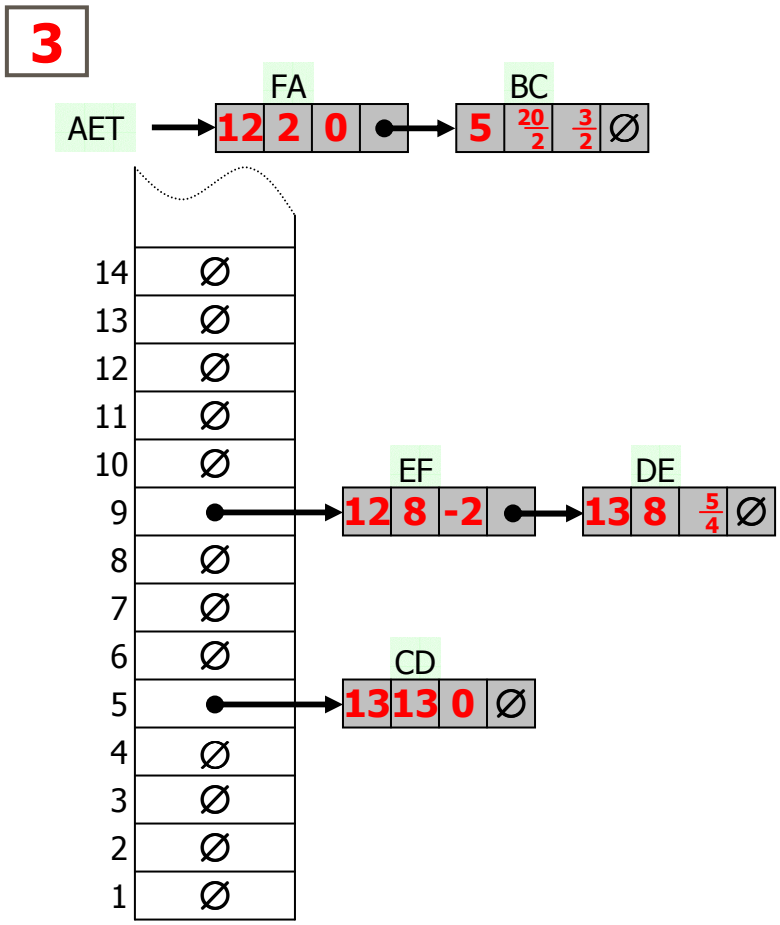
Filling di poligoni - L'algoritmo



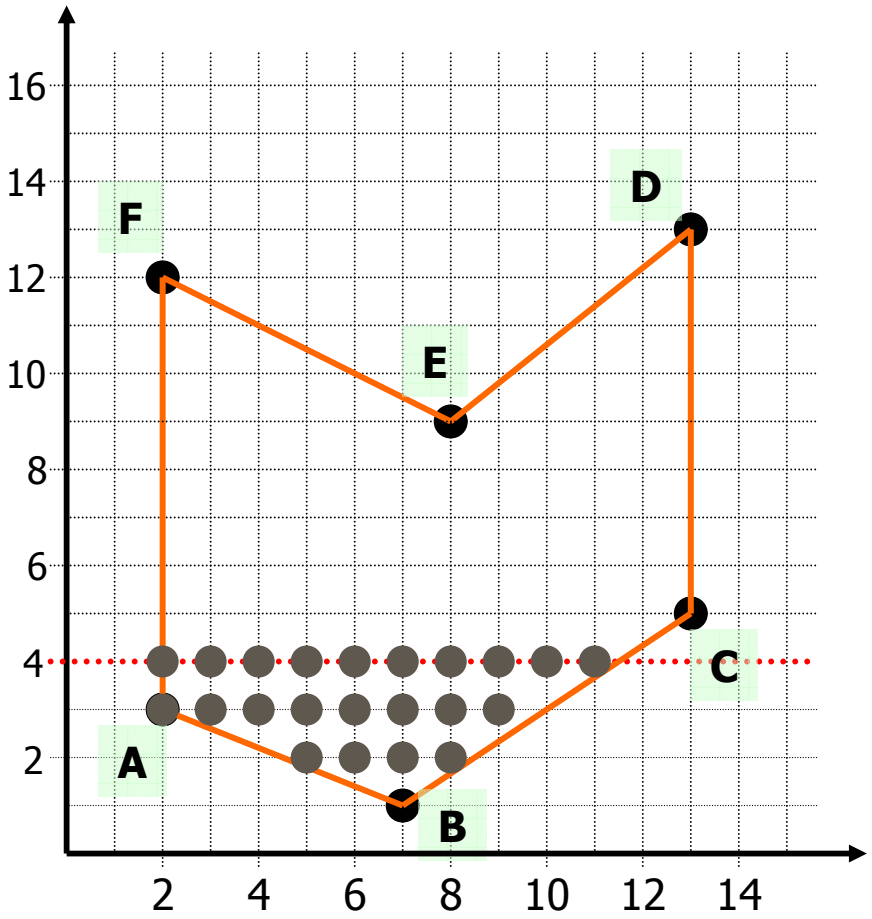


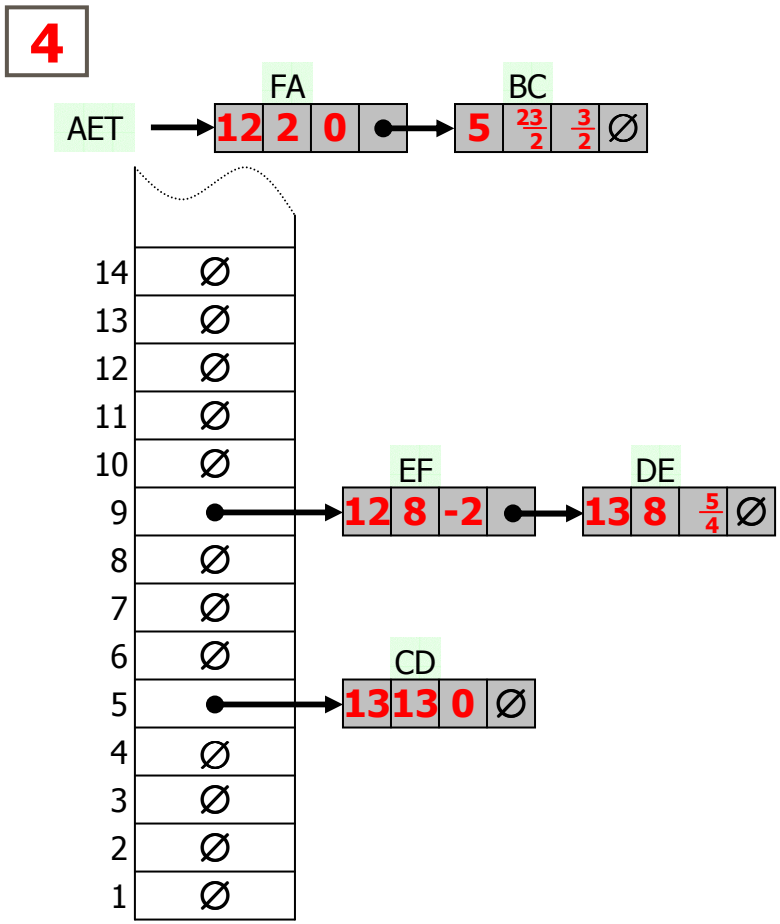
Filling di poligoni - L'algoritmo



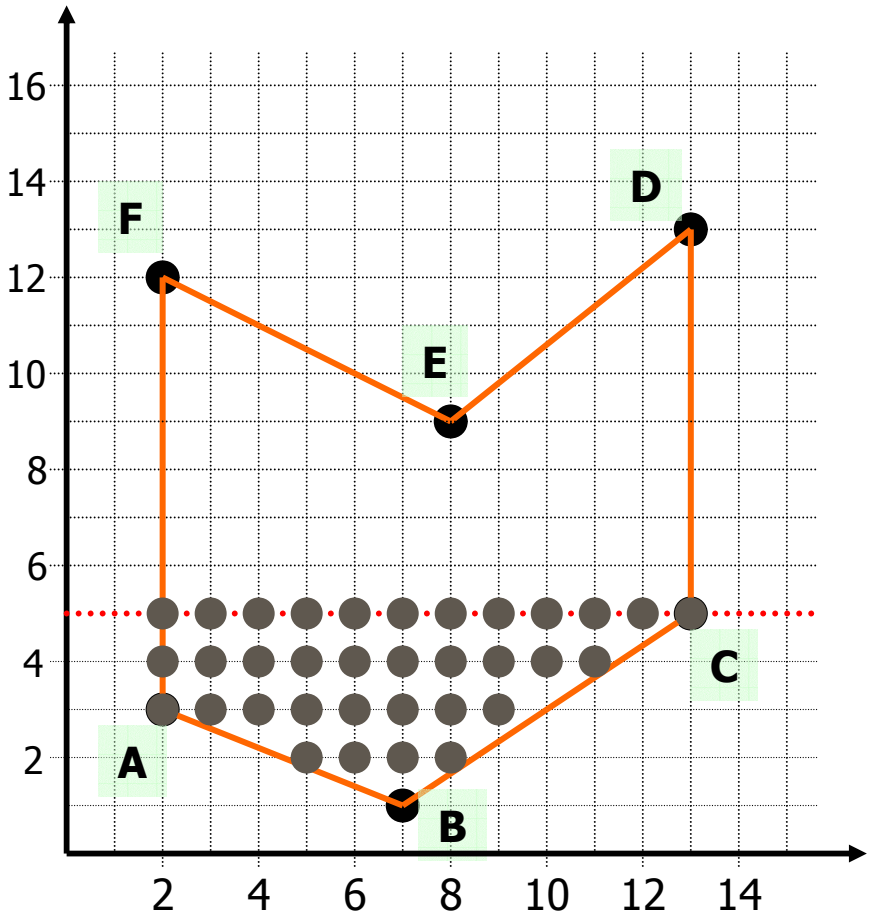


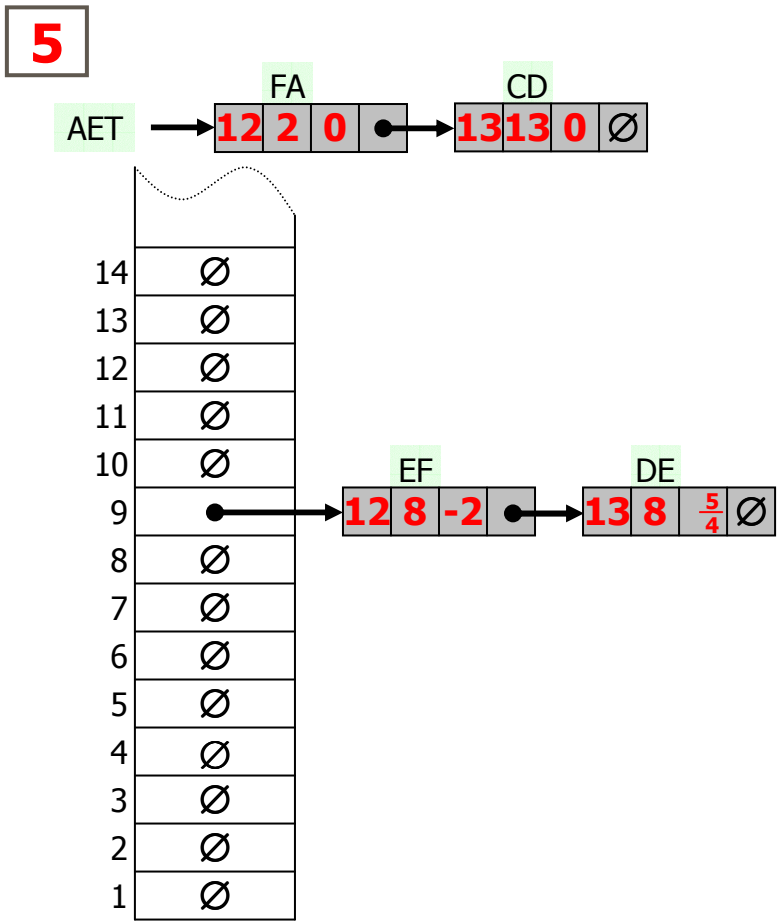
Filling di poligoni - L'algoritmo



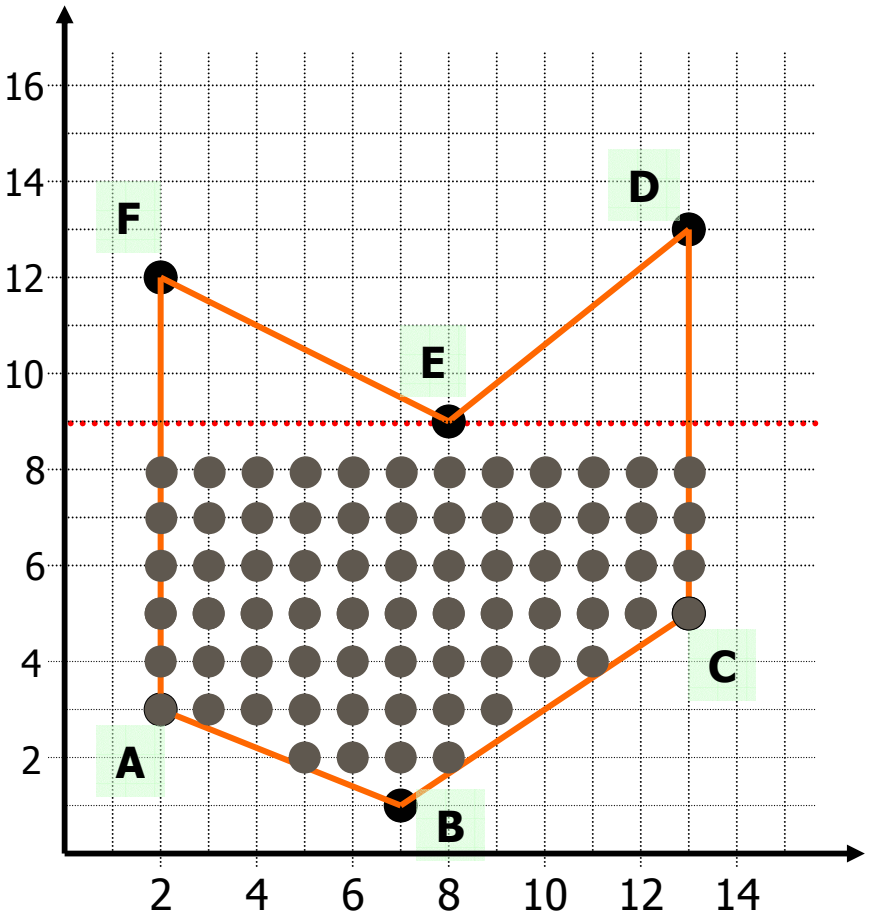


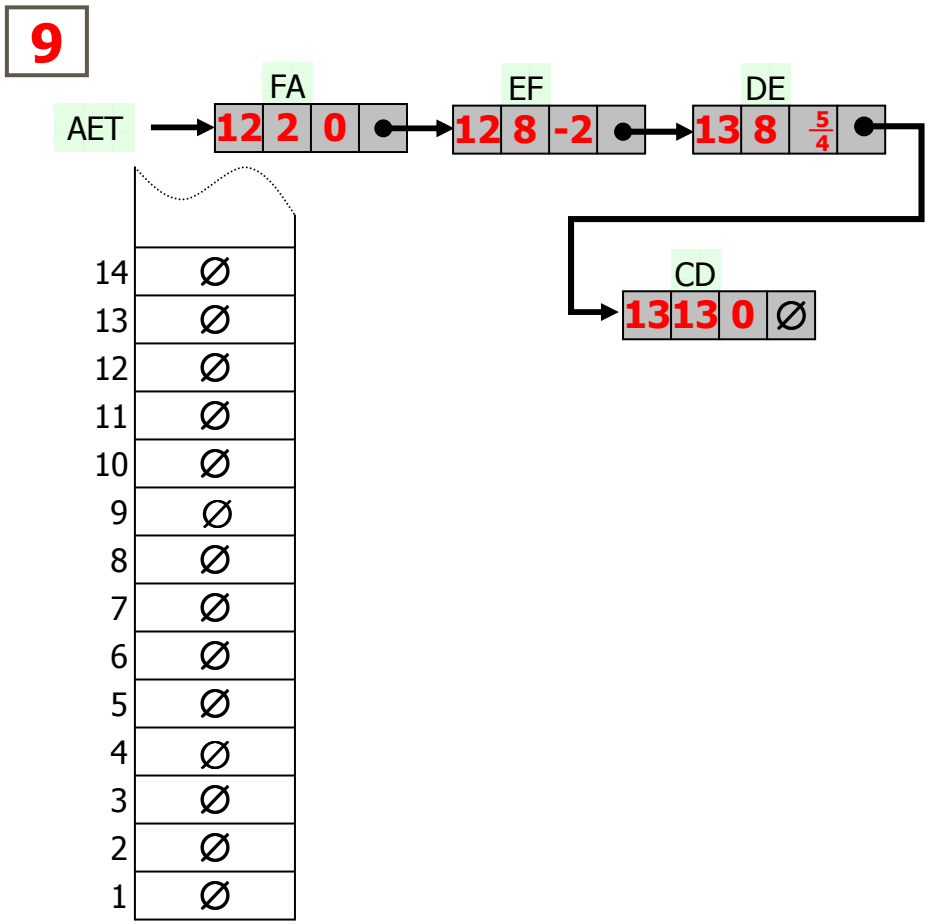
Filling di poligoni - L'algoritmo





Filling di poligoni - L'algoritmo





Problemi con rasterizzazione di poligoni usando scan-line

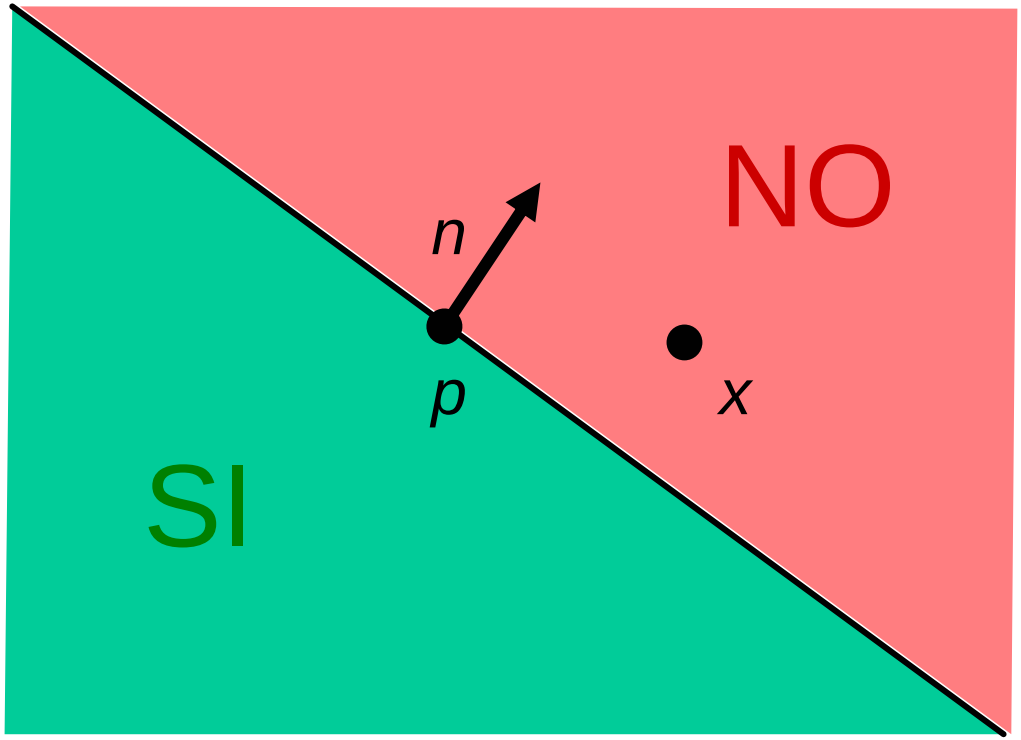
- I frammenti vengono prodotti uno alla volta
- Non adatto ad una implementazione parallela
  - il rasterizzatore deve produrre frammenti molto velocemente (cioè molti alla volta) se non vogliamo tenere disoccupato il processore di frammenti

Soluzione

- Produrre frammenti a gruppi
  - ad es, a gruppi di 2x2 o 4x4 o 4x1 o 8x1...
- Non necessariamente tutti i componenti di un gruppo sono frammenti interni al triangolo
- Testare ogni frammento:
  - scartare quelli interni

Test di appartenenza ad un triangolo

- Test di appartenenza ad un semipiano:



retta definita
da punto appartenente ***p***
e vettore ortognoale ***n***

TEST:

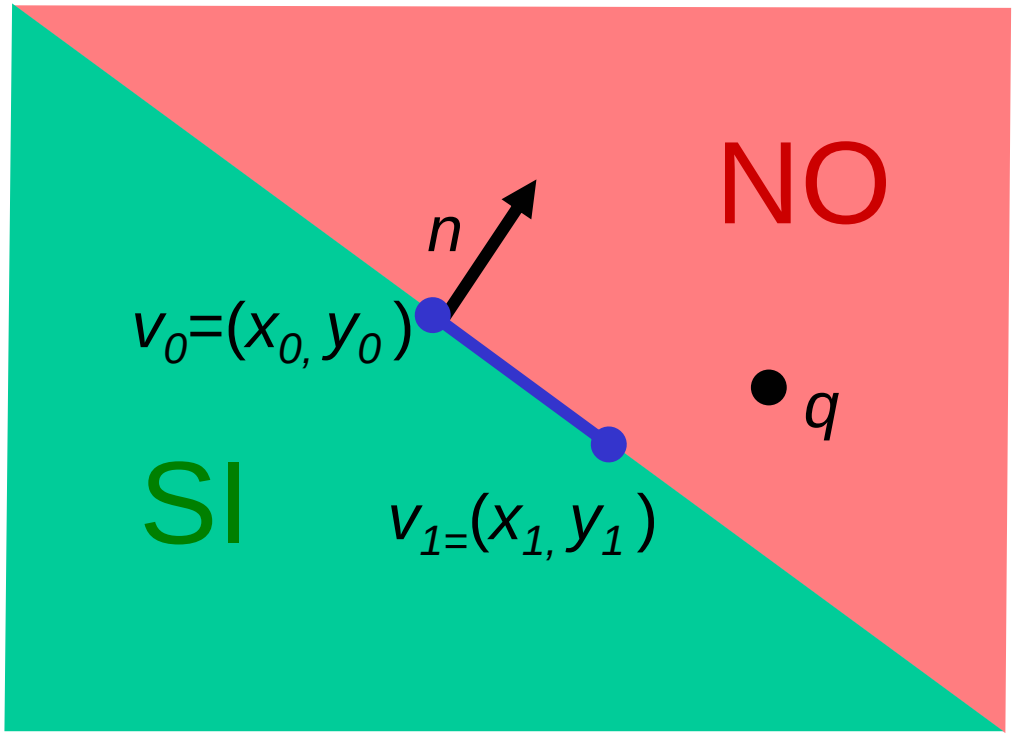
$$(x - p) \bullet n < 0$$

$$x \bullet n < k$$

con $k = p \bullet n$

Test di appartenenza ad un triangolo

- Il semipiano e' definito da un lato:



$p = (y_0 \ , x_0)$

$n = (- (y_1 - y_0) , x_1 - x_0)$

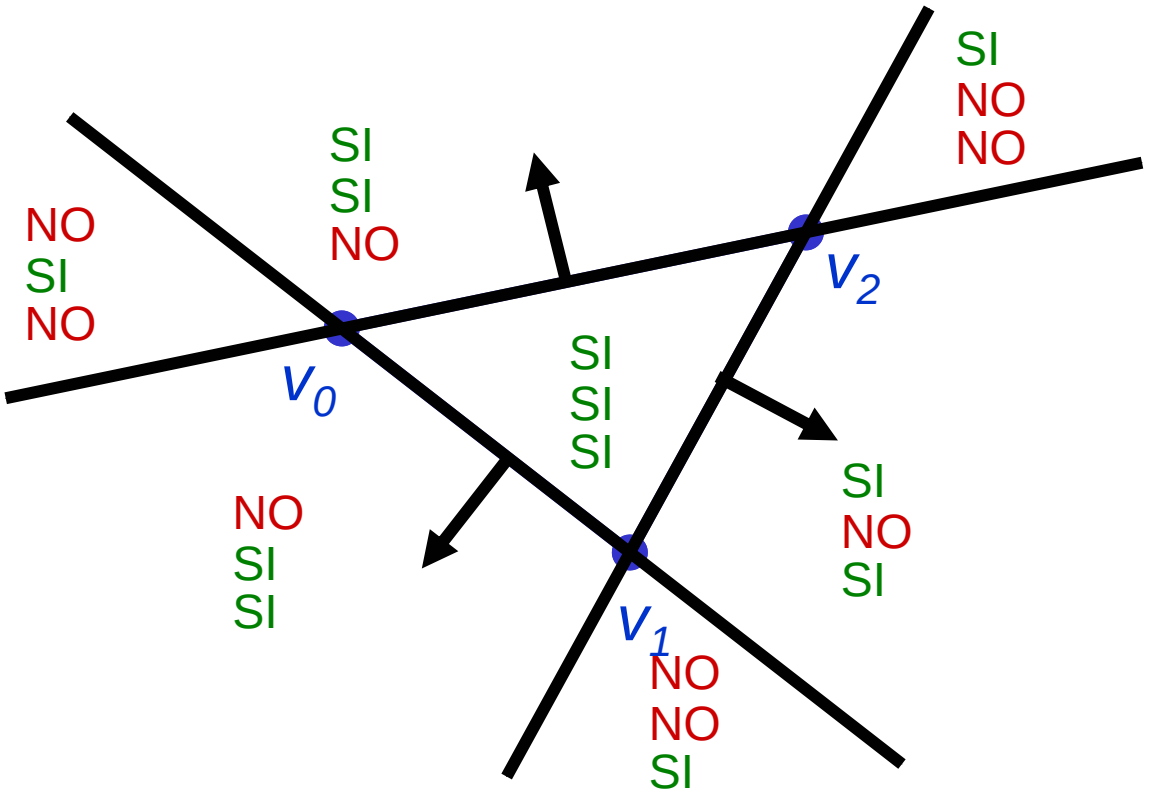
$f(q) = n \square q - n \square p$

funzione detta **EDGE FUNCTION**

("Edge" = "Lato")

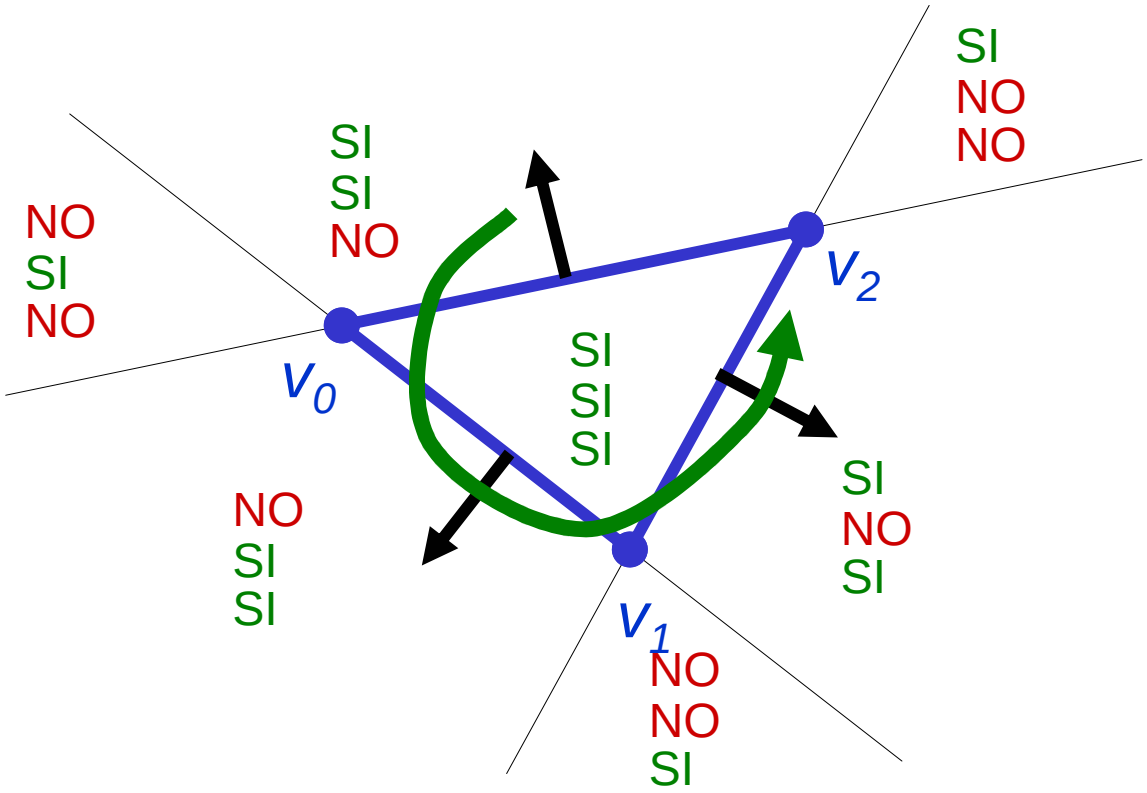
Test di appartenenza ad un triangolo

- Triangolo=interesezione di 3 semipiani



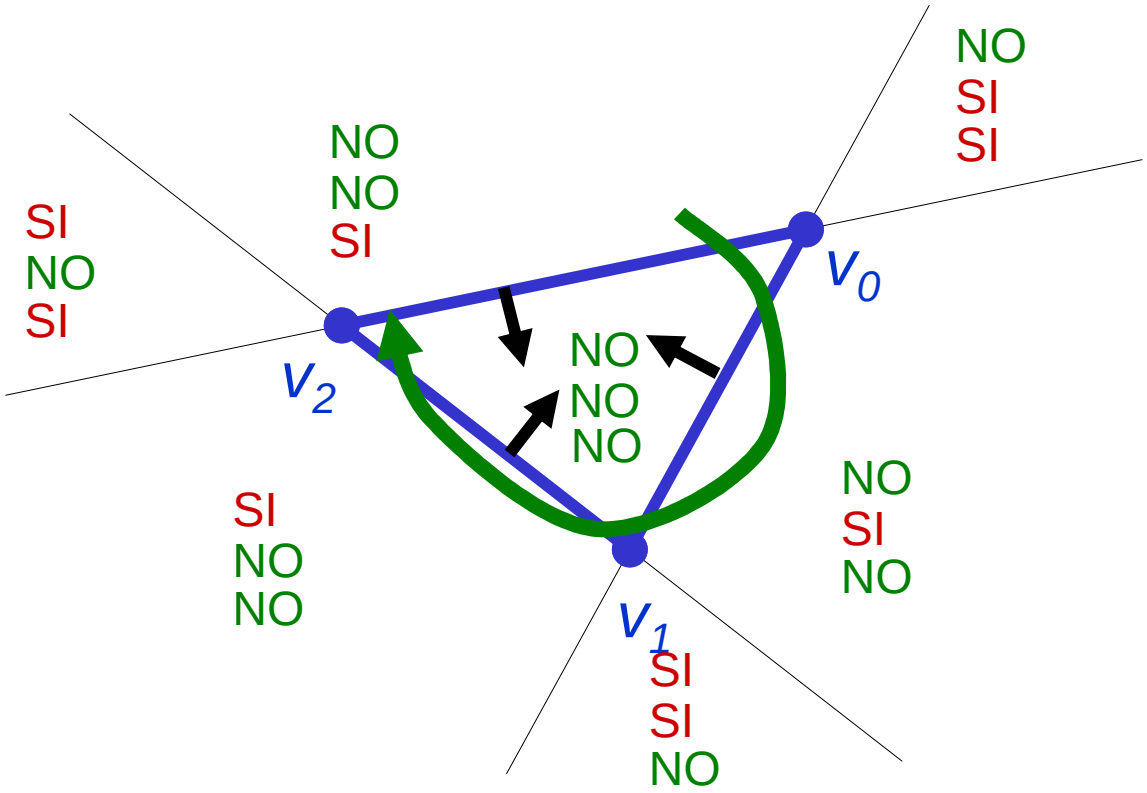
Test di appartenenza ad un triangolo

- Triangolo=interesezione di 3 semipiani
- Triangoli front-facing (senso anti-orario)



Test di appartenenza ad un triangolo

- Scambio v_1 con v_2
- Triangoli BACK-facing (senso anti-orario)



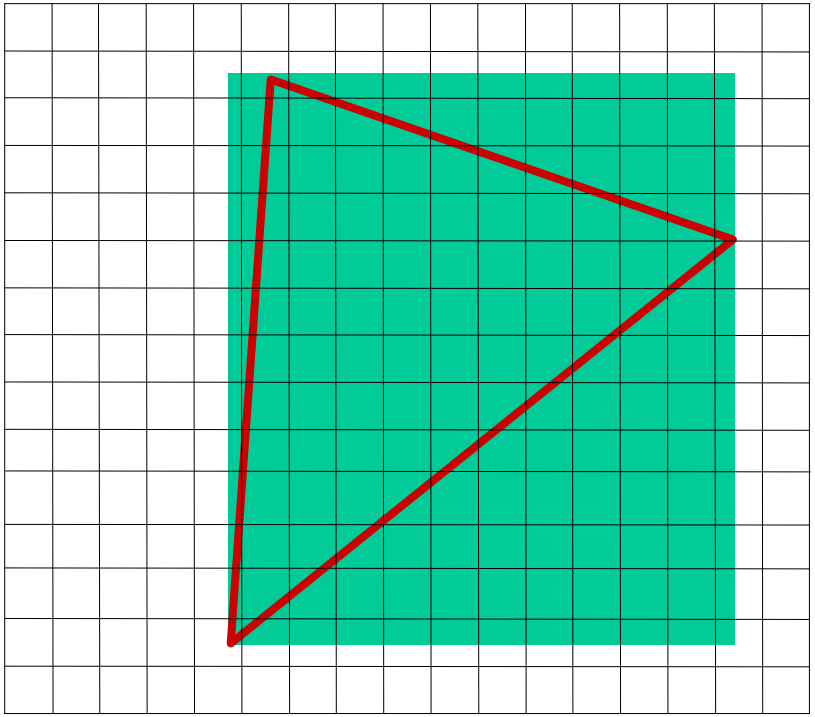
Test di appartenenza ad un triangolo

Tre Edge Functions: (una per lato)

- Tutte SI (negative) :
  - frammento interno a triangolo front-facing
- Tutte NO (positive):
  - frammento interno a triangolo back-facing
- Miste:
  - frammento esterno (scartare sempre)

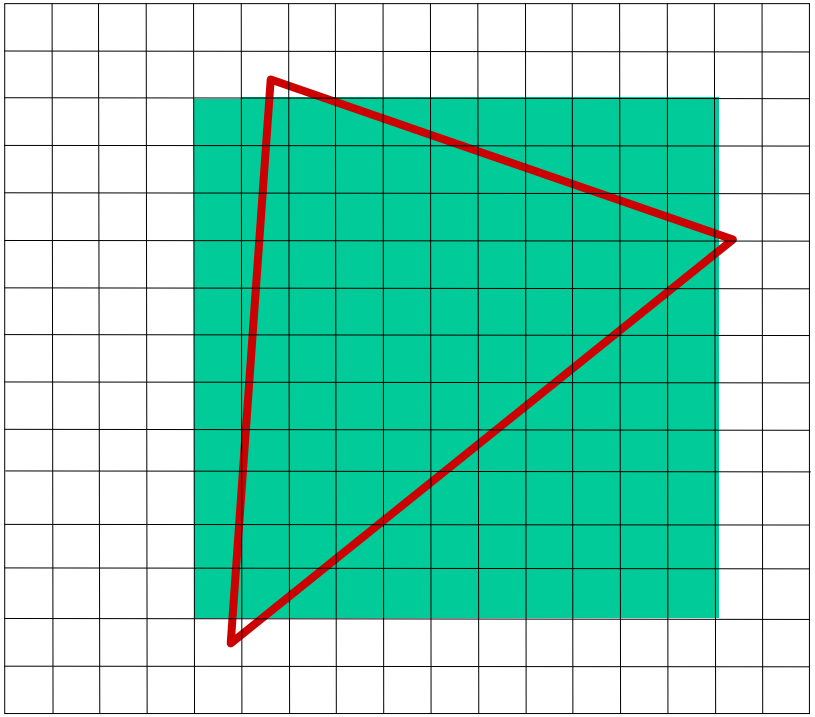
Esempio, basandosi sul bounding box

Come si trova il bounding box di un triangolo?



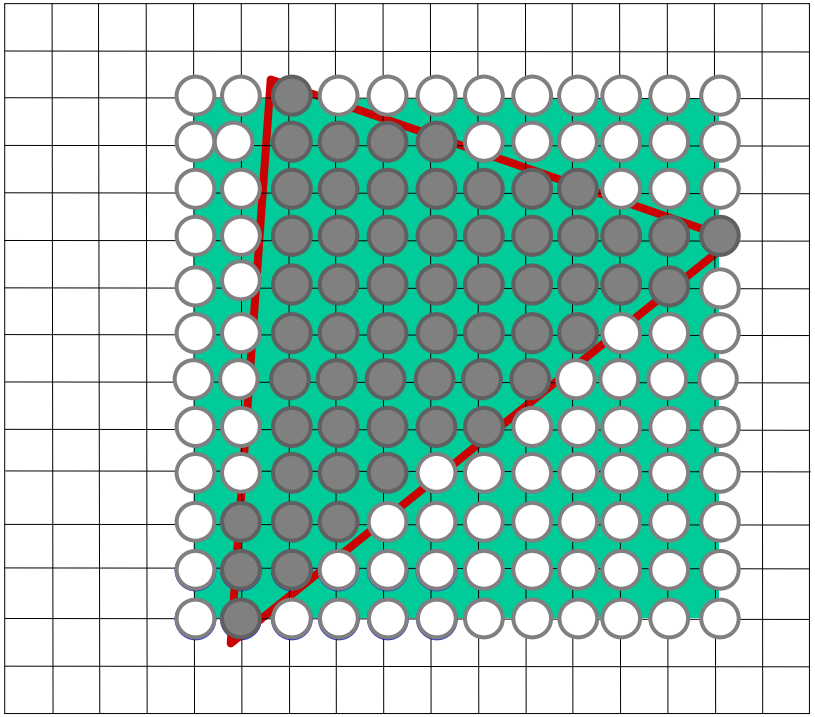
1. Trovo il bounding box del triangolo

Esempio, basandosi sul bounding box



1. Trovo il bounding box del triangolo

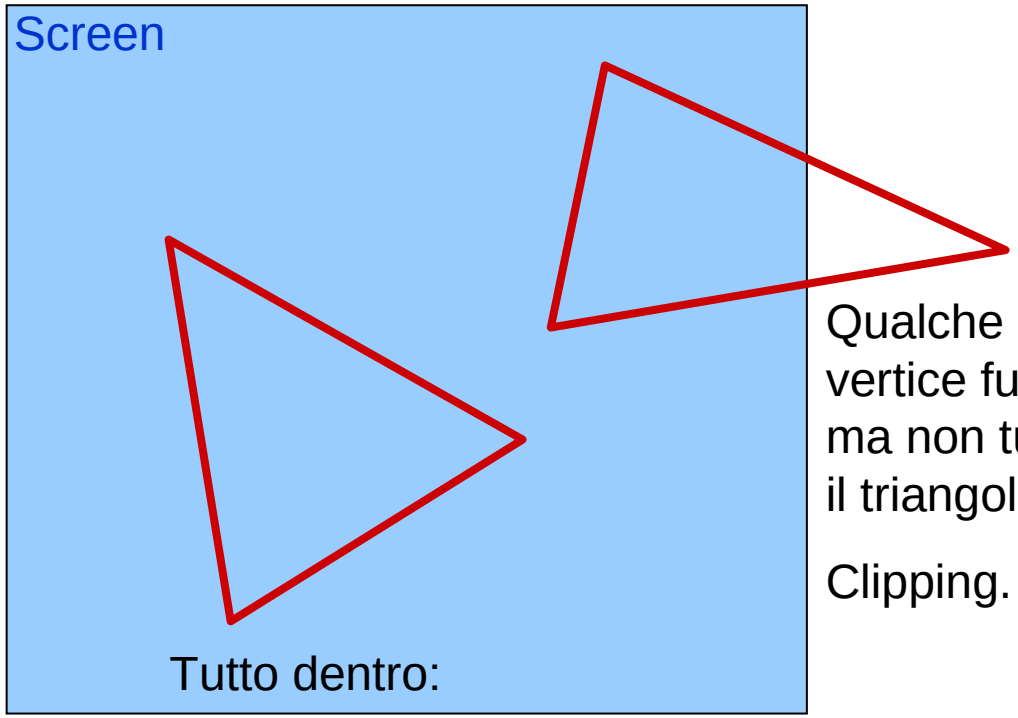
Esempio, basandosi sul bounding box



1. Trovo il bounding box del triangolo
2. Processo ogni blocco (es. 2x2)
    1. Testo ogni frammento nel blocco
    2. Se interno al triangolo lo mando giù nel pipelnie

Clipping

- Clipping!

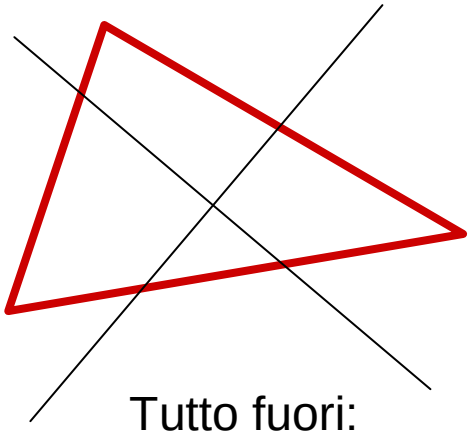


Tutto dentro:

Rasterizzo !

Qualche vertice fuori, ma non tutto il triangolo

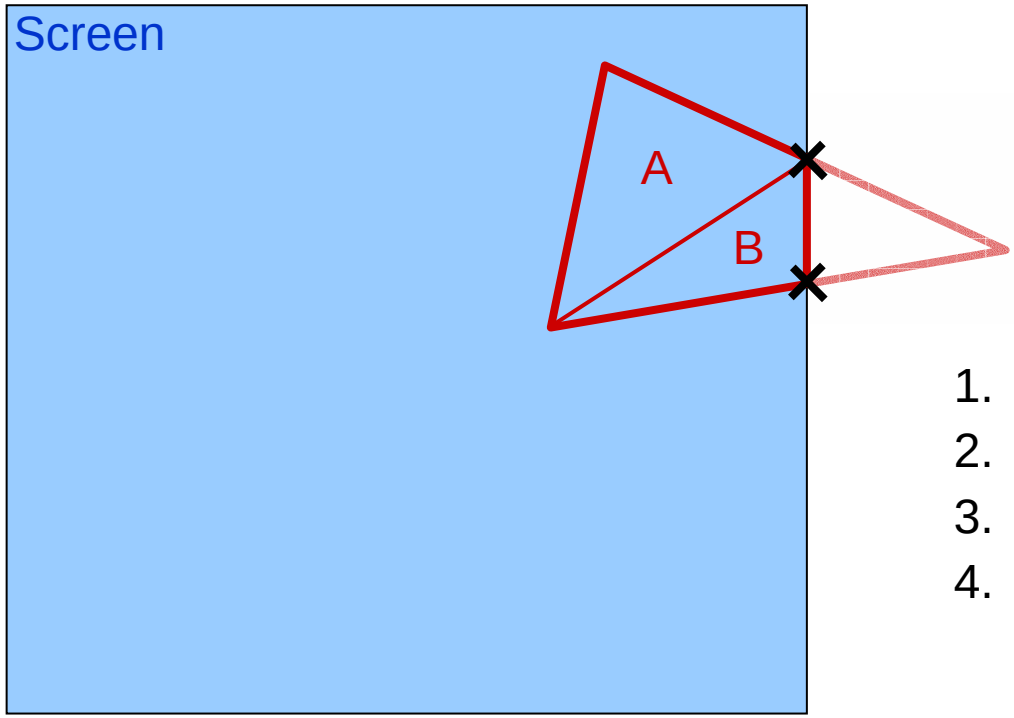
Clipping.



Tutto fuori:
CULLED !
☺ no prob.

Clipping: la vecchia scuola

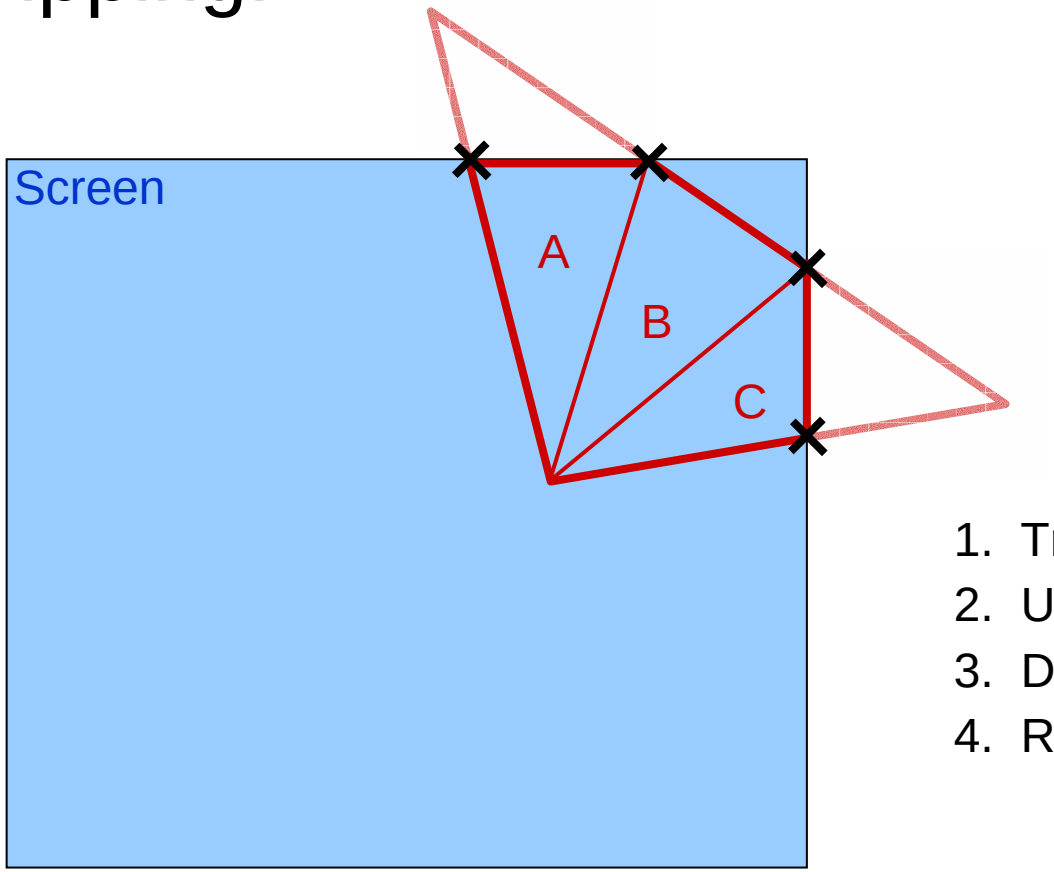
- Clipping!



1. Trovo intersezioni
2. Unisco intersezioni
3. Divido poligono in triangoli
4. Rasterizzo ogni triangolo
   A poi B

Clipping: la vecchia scuola

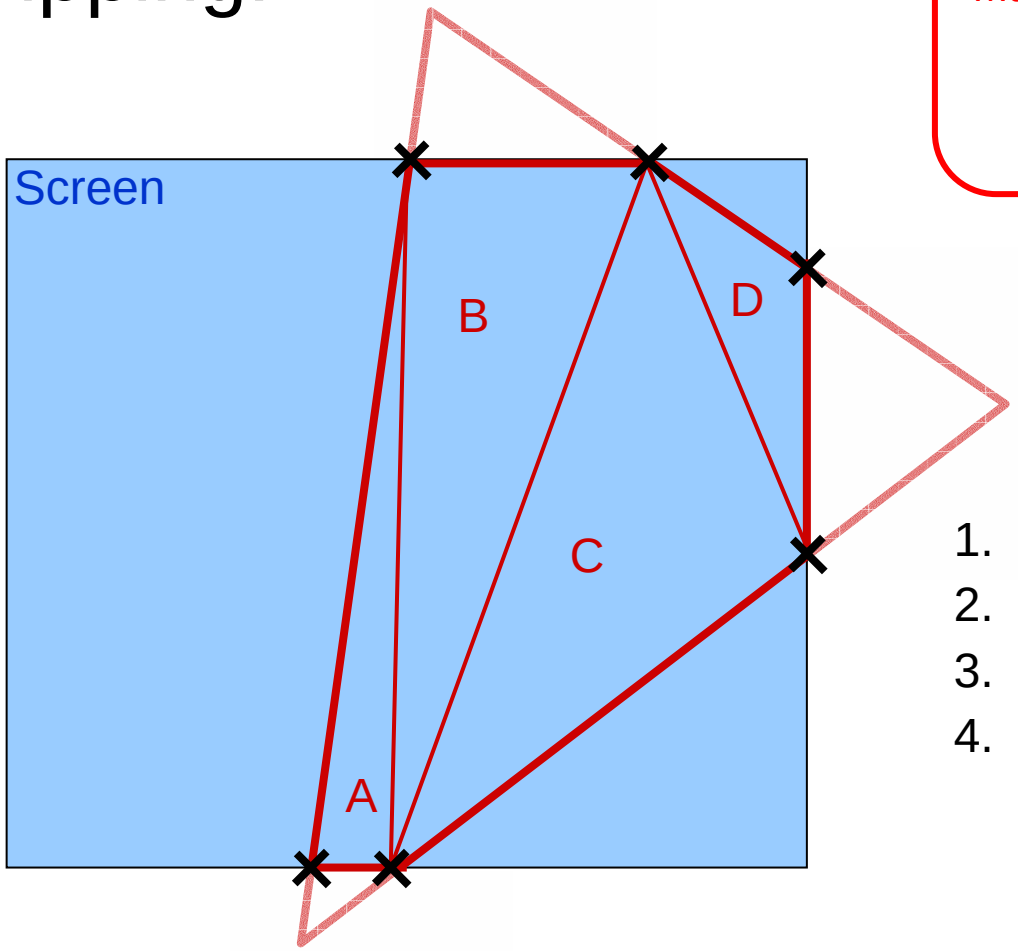
- Clipping!



1. Trovo intersezioni
2. Unisco intersezioni
3. Divido poligono in triangoli
4. Rasterizzo ogni triangolo

Clipping: la vecchia scuola

- Clipping!



Caso pessimo molto complicato

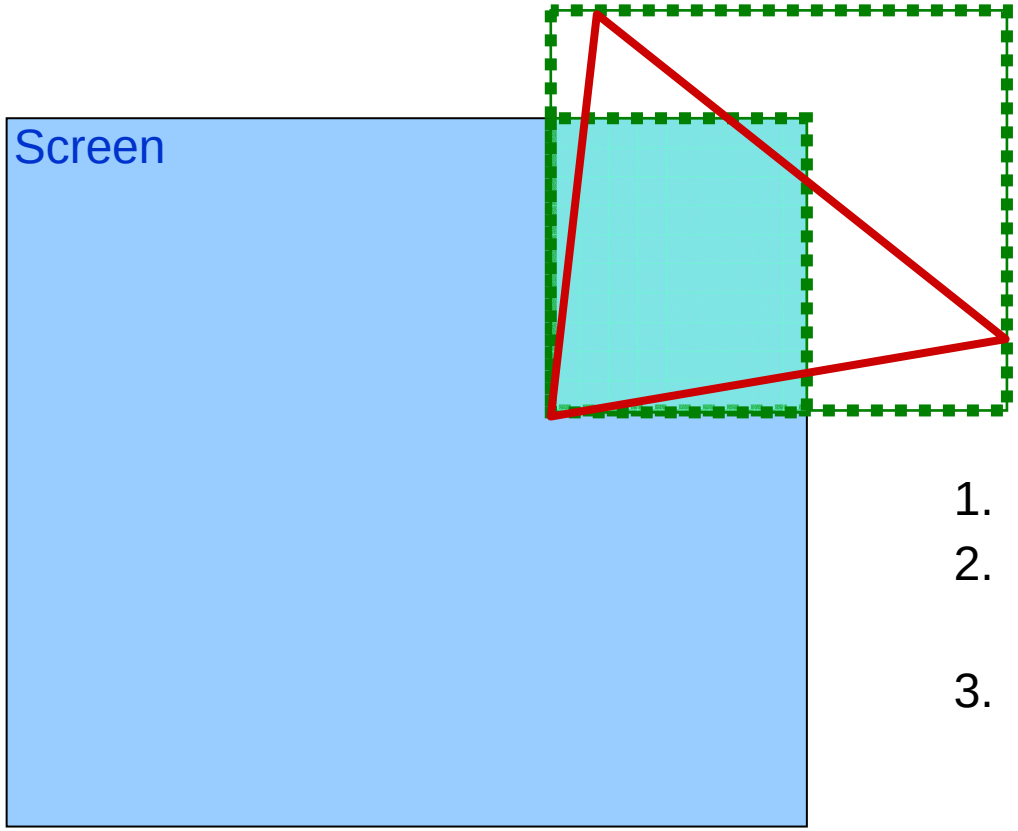
Malissimo per implementazione HW

L'HW deve prevedere il
caso pessimo, anche se è raro

1. Trovo intersezioni
2. Unisco intersezioni
3. Divido poligono in triangoli
4. Rasterizzo ogni triangolo

Clipping: come si fa ora

- Clipping!

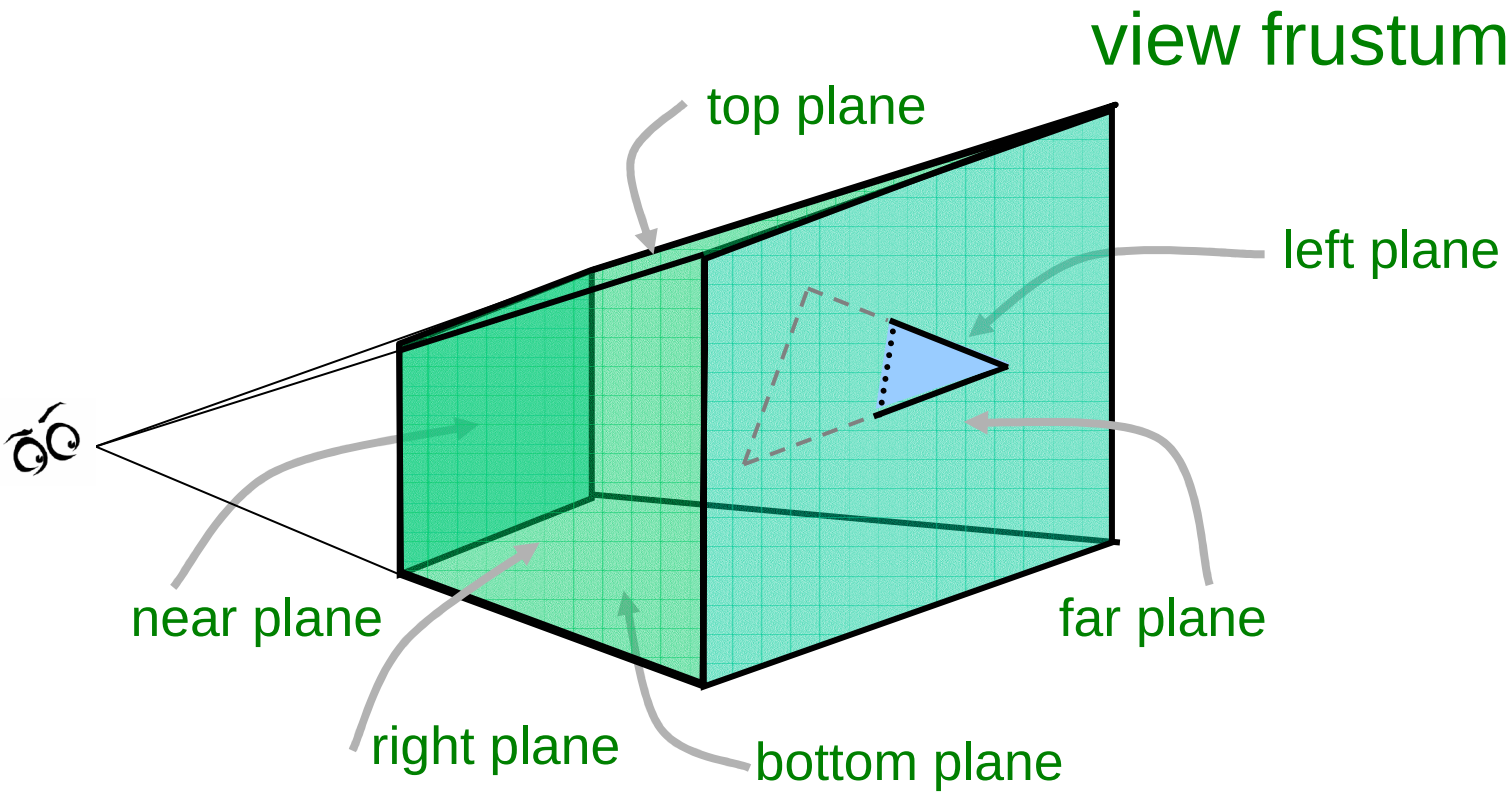


Come si interseca un bounding box con lo schermo?

1. Trovo bounding box
2. Interseco bounding box con schermo
3. Rasterizzo nel bounding box come normale

Un momento!

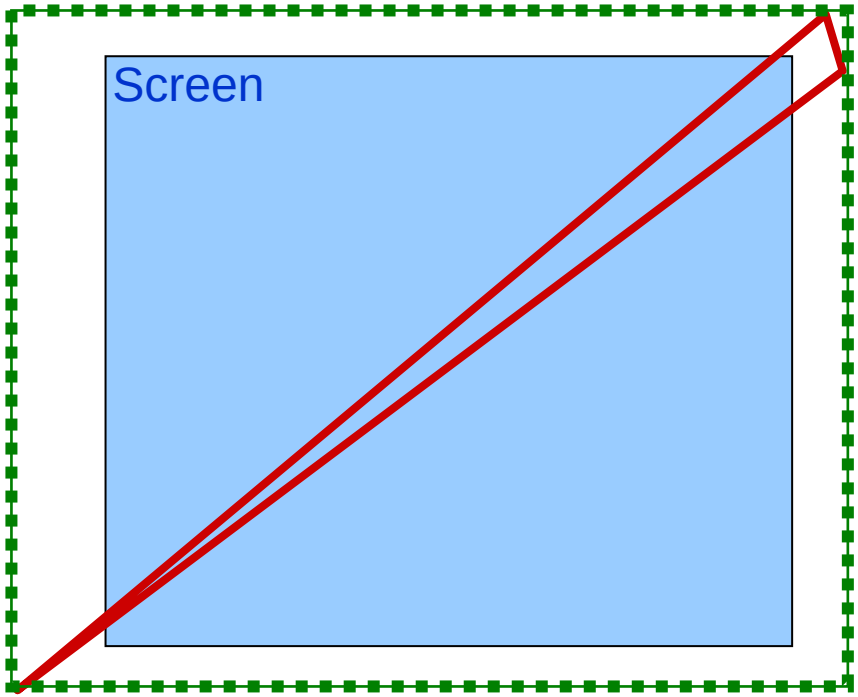
- E il clipping contro il far e il near plane?
  - detti anche "far plane clipping"
    e "near plane clipping"



Rasterizzazione triangoli:

- Il metodo basato su bounding box e test di appartenenza (edge functions):
  - Vantaggi
    - fortemente parallelizzabile
      - (gruppi 4x4)
    - clipping diventa facile facile
      - per i planes UP, DOWN, LEFT e RIGHT
  - Svantaggi
    - Overhead granding
      - Si testano molti frammenti inutilmente
      - Specialmente quando...

Un caso sfortunato



Sinonimo di MALE
in computer graphics:
(anche per questo, ma non solo)

lunghi e stretti = male
molti algoritmi portano ad artefatti
(come vedremo)

circa equilateri = bene
robusti con praticamente tutti gli algoritmi

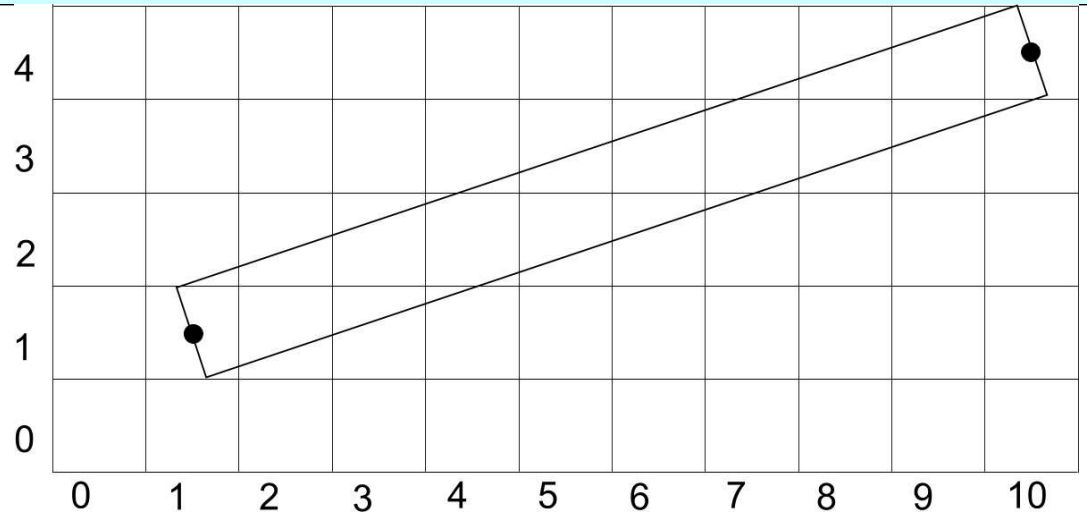
Triangoli:

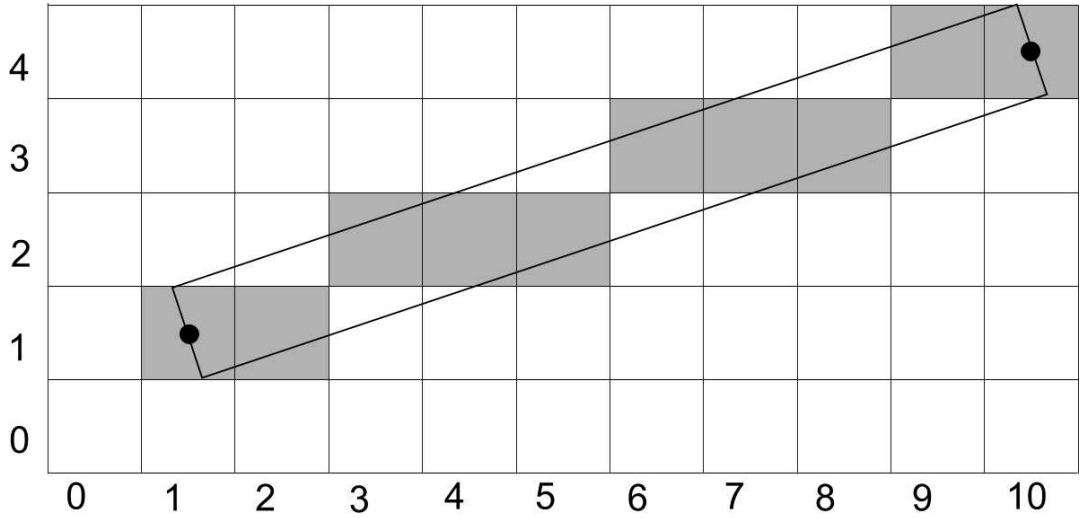
- lunghi e stretti
- messi lungo la direzione diagonale ☹

Tecniche di antialiasing

- Le tecniche di rasterizzazione producono l'effetto indesiderato di segmenti o bordi di poligoni non rettilinei ma con andamento a scaletta. L'effetto prende il nome di *aliasing* e deriva dal fatto che la frequenza di campionamento (dipendente dalla dimensione del pixel) è troppo piccola rispetto al segnale.
- Aliasing dipende da:
  - Numero di pixel finito;
  - Posizione dei pixel prefissata;
  - Forma e dimensione dei pixel prefissata

Tecniche di antialiasing - aliasing





Tecniche di antialiasing - supersampling

- Si ipotizza una risoluzione della memoria di quadro superiore a quella reale;
- Ogni pixel è idealmente suddiviso in 4 oppure 16 sub-pixel;
- Ad ogni pixel è assegnata una intensità proporzionale al numero di sub-pixel *on.*
- La tecnica prende il nome di *Unweighted Area Sampling*:
  - L'intensità di ogni pixel decresce al crescere della distanza tra il centro del pixel ed il bordo esterno del segmento;
  - L'intensità dei pixel non intersecati dal segmento non è affetta dalla rasterizzazione;
  - Porzioni di pixel di uguale superficie danno luogo a uguali intensità.